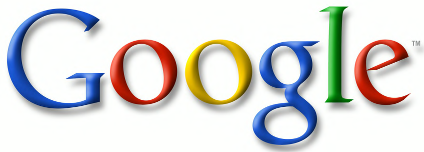
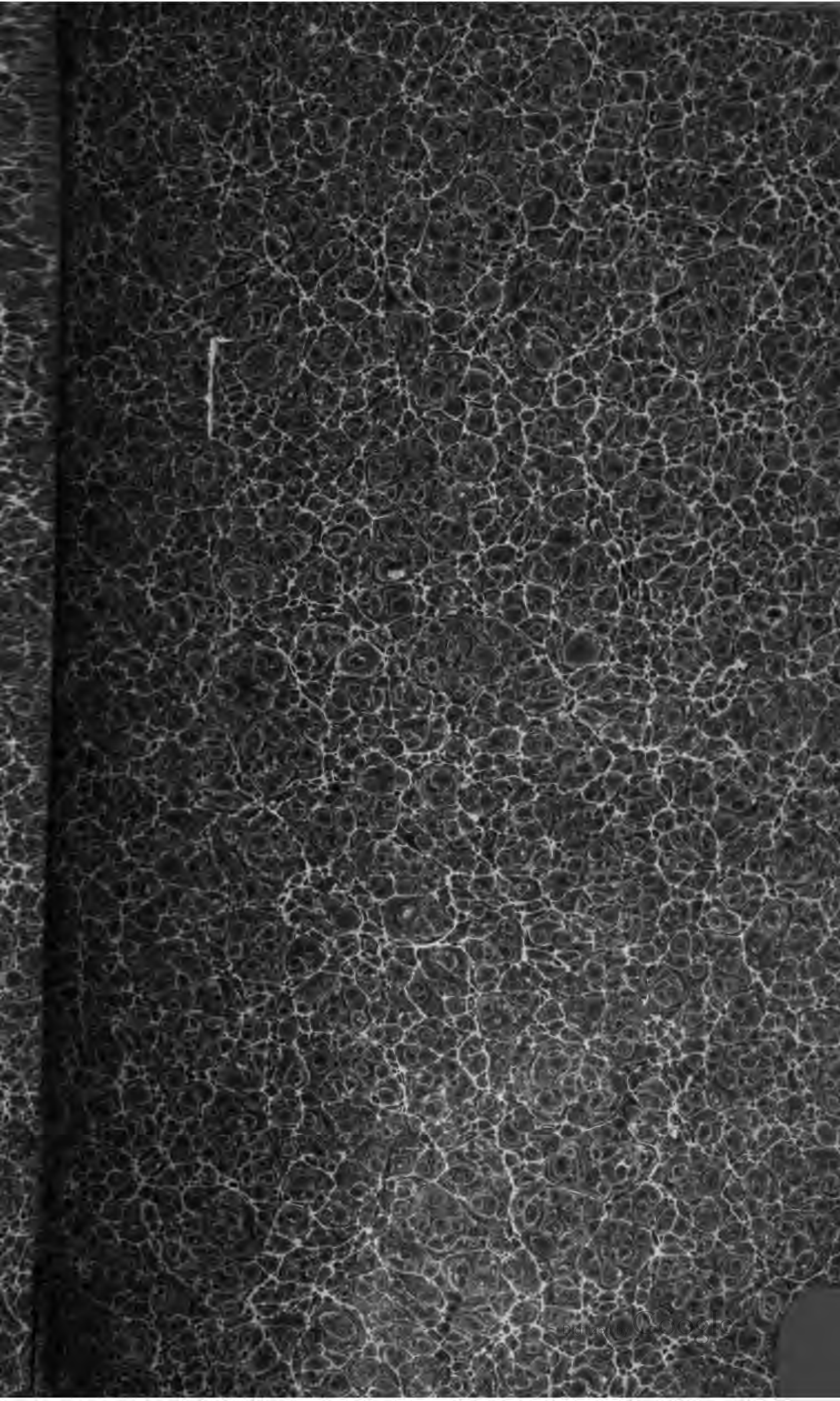



UNIVERSITÉ
DE
FRANCE.
LYCÉE
BONAPARTE



LE CARTÉSIANISME

OU

LA VÉRITABLE RÉNOVATION DES SCIENCES.

II

Paris. — Typographie Lacrampe et Comp., rue Damiette, 2.

LE

CARTÉSIANISME

OU

LA VÉRITABLE RÉNOVATION DES SCIENCES

— OUVRAGE COURONNÉ PAR L'INSTITUT —

SUIVI

DE LA THÉORIE DE LA SUBSTANCE ET DE CELLE DE L'INFINI

PAR

BORDAS-DEMOULIN,

PRÉCÉDÉ

D'UN DISCOURS SUR LA RÉFORMATION DE LA PHILOSOPHIE
AU DIX-NEUVIÈME SIÈCLE
POUR SERVIR D'INTRODUCTION GÉNÉRALE

PAR F. HUET
Professeur à la Faculté de Philosophie et Lettres de Gand.

TOME DEUXIÈME

PARIS
J. HETZEL, LIBRAIRE-ÉDITEUR
RUE DE SEINE, 33, ET RUE RICHELIEU, 76.

1843

LE CARTÉSIANISME,

OU

LA VÉRITABLE RÉNOVATION DES SCIENCES.

PARTIE II.

(SUITE.)

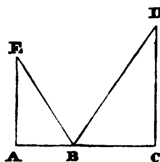
CHAPITRE II.

Lumière.

Descartes a personnellement fait plus pour la connaissance de la lumière que pour celle du système du monde. Il a démontré, et sans doute aussi découvert, la loi de la réfraction simple, principal fondement de l'optique ; il l'a employée à déterminer les surfaces lenticulaires, à expliquer la merveille de l'arc-en-ciel, et il a ébauché

le système des ondes, qu'on dirait être le secret même de la nature, tant il rend facilement raison des phénomènes.

La loi de la réflection fut aperçue des anciens : Euclide la démontrait à l'aide d'une supposition, moins évidente peut-être que la loi même. D étant



l'œil du spectateur, E l'objet, DC, EA, perpendiculaires sur AC, il posait en principe que DC : CB :: EA : AB. Alors les deux triangles BCD et BAE sont semblables, et l'angle DBC = EBA (1). Ptolémée prouvait cette égalité en la mesurant avec des lames (2). Héron, suivant Héliodore, s'appuyait sur le principe de moindre action, dont il est peut-être l'inventeur (3).

Képler imagine de décomposer le mouvement (4). Descartes s'empare de cette démonstration (5).

(1) *Catopt.*, theor. 1e.

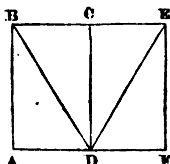
(2) Voy. le *Mémoire de M. Caussin* sur les manuscrits de l'optique de cet auteur ; *Nouv. mémoire de l'Acad. des Inscript. et belles-lettres*, t. VI, p. 17.

(3) « Demonstravit Hero in catoptricis, rectas, quæ ad angulos æquales reflectuntur, minimas esse rectarum intermediarum, quæ ad inæquales angulos reflectuntur ad easdem partes, ab eadem et simili linea. » *Damiani philosophi, Heliodori Larissæi*, de opticis libri II, in-4°, an 1657, lib. I, cap. XIII.

(4) *Opt.*, prop. 19, p. 20.

(5) *Diopt.*, deuxième discours.

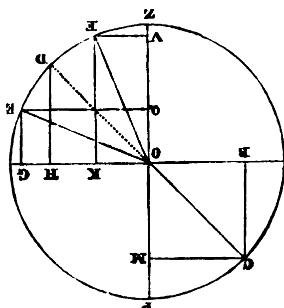
Nous avons vu que, d'après lui, la lumière résulte de la pression exercée sur la rétine par les globules *du second élément*, que pousse le corps éclairant. Il compare cette pression réfléchie au mouvement d'une balle qui frappe une toile. Soit B D la direction de la force qui l'anime; cette force ou le mouvement qu'elle produit, peut se décomposer en deux autres, l'un selon B C, l'autre selon B A,



le premier parallèle, le second perpendiculaire à A D. Parvenue au point D, la balle conserve le mouvement qui la portait vers F, et puisque sa vitesse n'est point changée, elle doit, après un temps égal à celui qu'elle a mis pour aller de B en D, parvenir en un point E tel que l'on ait : C E = C B, et D E = B D; d'où angle C D E = angle C D B.

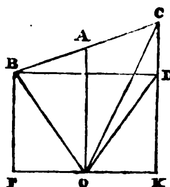
Il prouve d'une façon analogue la loi de la réfraction simple. Supposons que la balle perce la toile, et que, par exemple, elle perde la moitié de sa vitesse; ce sera dans la composante verticale C B. Elle emploiera deux fois plus de temps à s'éloigner de O, de la distance CO, qu'à y venir; et comme, dans cet intervalle, la force horizontale lui fera par-

courir deux fois plus de chemin, elle prendra la



direction O E, déterminée par la rencontre de l'extrémité de O E = C O et de la perpendiculaire G E abaissée de l'extrémité de O G = 2 B O. Suppose-t-on au contraire que la balle reçoit en O une vitesse un tiers de fois plus grande, elle suivra O F, O K étant $\frac{2}{3}$ B O. De là résulte que O G = E Q et O K = F V, sinus des angles de réfraction E O Z et F O Z, égalent 2 B O et $\frac{2}{3}$ B O ou 2 C M et $\frac{2}{3}$ C M, sinus de l'angle d'incidence, et en général qu'il existe un rapport constant pour chaque milieu, entre le sinus d'incidence et le sinus de réfraction.

Fermat conteste la décomposition du mouve-



ment. Au lieu de B D, on pourrait, selon lui, tout aussi bien prendre B C, qui n'est point parallèle à FK, et l'on tomberait dans l'angle $COA < AOB$ (1). Sans doute on le pourrait, mais B C n'exprimerait plus la composante horizontale, qui, seule n'est point opposée à F K. On voit qu'il ne saisit point cette décomposition, ce qui l'engage dans une objection analogue et aussi peu fondée contre la preuve de la loi de la réfraction, qu'il serait fastidieux de rapporter.

Hobbes oppose une difficulté plus solide, qui nous est connue par la réponse de Descartes. « Il s'ensuivrait, dit celui-ci, que si la toile et la balle étaient si dures qu'elles ne pussent en aucune façon prêter ou se courber au dedans, il ne se ferait aucune réflection, ce qui est incroyable et contre le sens commun (2). » C'est l'opinion de Descartes qui est incroyable et contre le sens commun, et Hobbes a raison de soutenir que la réflection ne se fait que par le ressort de la balle et de la toile, ou du fluide lumineux et du corps qu'il rencontre, et que s'ils étaient parfaitement durs, elle n'aurait pas lieu.

Cette opinion de Descartes, embrassée par Rohault (3), est rejetée par Huyghens (4), Male-

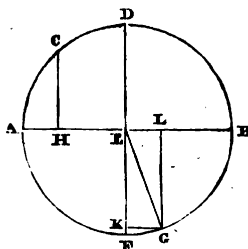
(1) *OEuv. de Desc.*, t. VI, p. 372.
(2) *Ibid.*, t. VIII, p. 452.
(3) *Traité de physique*, part. I, chap. XV.
(4) *Traité de la lumière*, p. 12.

branche (1), Leibnitz (2), Newton (3), en partie par Régis (4).

Cependant Fermat démontre aussi la loi, avec le principe employé par Héron dans la réflection, savoir que la nature agit toujours par les voies les plus courtes, *naturam per vias breviores operari* (5), et il trouve que les deux sinus sont en raison inverse de la résistance des deux milieux. Elle est prouvée par Leibnitz, d'après un principe analogue, que la nature suit toujours les voies les plus faciles, *vias faciliores* (6). La facilité est mise à la place de la promptitude. Au fond, la démonstration de Leibnitz revient à celle de Fermat; toutefois, le calcul en est plus simple, et nous le choisirons pour exemple.

Les difficultés sont évidemment en raison des espaces parcourus et des résistances des milieux. Soit *M* la résistance du milieu supérieur, *N* celle de l'inférieur, l'un étant, si l'on veut, de l'air, l'autre de l'eau. La difficulté de C à E sera comme CE × M, celle de E à G comme EG × N. Pour que la difficulté totale soit la moindre possible, il faut rendre CE × M + EG × N minimum.

(1) *De la lumière et des couleurs.*
(2) *Op.*, t. III, p. 148.
(3) *Opt.*, quest. 31ᵉ.
(4) *Syst. de phil. Phys.*, liv. I, part. II, chap. XVIII.
(5) *OEuv. de Desc.*, t. VI, p. 499.
(6) *Oper. Leib.*, t. III, p. 145.



Faisant :

$$CH =$$
$$GL = g$$
$$HL = h$$
$$HE = y$$

on aura :

$$CE = \sqrt{c^2 + y^2}$$
$$EG = \sqrt{g^2 + h^2 - 2\,y\,h + y^2}$$

d'où :

$$M\sqrt{c^2+y^2} + N\sqrt{g^2+h^2-2yh+y^2} = X$$

différenciant, il vient :

$$M\frac{2ydy}{2\sqrt{c^2+y^2}} + N\frac{2ydy - 2hdy}{2\sqrt{g^2+h^2-2yh+y^2}} = dX$$

ou

$$\frac{dX}{dy} = M\frac{y}{\sqrt{c^2+y^2}} + N\frac{y-h}{\sqrt{g^2+h^2-2yh+y^2}}$$

égalant à zéro :

$$M\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} = N\frac{h-y}{\sqrt{g^2+h^2-2yh+y^2}}.$$

Mais les dénominateurs sont égaux, puisque ce sont les rayons du même cercle. Ainsi $My = N(h-y)$; donc $y : h-y :: N : M$. Leibnitz, qui ne publia son calcul différentiel que deux ans après, 1684, n'exécute point l'opération, il donne seulement le résultat. «On voit la chose, dit-il, au premier coup d'œil et presque sans aucun calcul, par ma méthode des *maxima* et des *minima*, qui, plus que toutes les autres connues jusqu'à ce jour, abrège merveilleusement (1). » Il a bien raison. Huyghens et Newton prouvent la loi de la réfraction, l'un par les ondulations de l'éther, l'autre par l'attraction, ou plutôt par l'impulsion, qu'il donne pour cause à l'attraction. Ces moyens sont aujourd'hui trop connus pour que nous en parlions.

Fermat et Huyghens supposent naturellement que la lumière se propage moins vite dans le milieu le plus dense; Descartes, Leibnitz et Newton, qu'elle s'y propage plus vite. La raison de Descartes, c'est que les corps les plus denses ayant ordinairement leurs parties plus dures, elles amortissent moins la pression de la matière subtile, de même qu'une balle roule plus aisément sur une

(1) « *Ex mea methodo de maximis et minimis*, quæ super omnes hactenus notas calculum mirifice contrahit, primo statim obtutu, sine ullo propemodum calculo patet. » *Ibid.*, p. 146.

table nue que sur un tapis (1). La lumière, selon Leibnitz, pénètre moins intimement les corps denses, c'est-à-dire qu'elle pénètre en eux de moins petites parties, et par conséquent un moins grand nombre de leurs parties; d'où il suit qu'elle agit contre chacune avec plus de force et se transmet avec plus de vitesse (2). Newton l'attribue à ce que l'éther est plus rare dans les milieux les plus denses (3). En se plaçant dans son système, cette explication est plus plausible, quoiqu'elle soit aussi peu fondée.

En 1663, Vossius accuse Descartes d'avoir pris de Snellius ou Snell la loi de la réfraction. « La mesure de Descartes, dit-il, ne diffère point de celle qu'adoptent en général les opticiens, mais sa manière de la démontrer n'est pas la même. Il est assez connu que, dans son séjour en Hollande, il entendit parler de la méthode de Snell pour mesurer les réfractions, d'autant que déjà plusieurs personnes la connaissaient assez, et que Hortensius l'avait exposée en public et en particulier. Donc en avançant que les différentes réfractions ne doivent point être mesurées par les angles, mais par les lignes, il aurait dû présenter cette vérité comme reçue de

(1) *Œuv.*, t. V, p. 27.
(2) *Op.*, t. III, p. 149.
(3) *Opt.* quest. 19, 20.

Snell, dont, suivant son habitude, il passe le nom sous silence (1). »

Vossius dit avoir vu le livre manuscrit de Snell, où était consignée cette loi : « Parmi plusieurs autres monuments remarquables qu'il a laissés, il y a trois livres d'optique, que son fils m'a prêtés l'hiver dernier (2). »

D'après Huyghens, Descartes avait vu l'ouvrage inédit de Snellius, où il pouvait avoir puisé la loi : « Toutes ces recherches de Snell sur la réfraction, remplissant un volume entier, étaient restées inédites. J'ai vu moi-même un jour cet ouvrage, et j'ai appris que Descartes l'avait vu également. C'est de là peut-être qu'il a tiré sa mesure qui consiste dans l'emploi des sinus (3). »

(1) « Mensura porro Cartesii non discrepat a communi opticorum mensura, sed demonstrationis ratio diversa est. Postquam quippe in Hollendiam venit, satis liquet et ipsum quoque non nihil intellexisse de Snellii methodo ad mensurandas refractiones, utpote quam multi satis norant, quamque Hortensius et publice et privatim exposuerat. Quod itaque habet refractionum momenta non exigenda esse ad angulos, sed ad lineas, istud Snellio acceptum ferre debuerat, cujus nomen more solito dissimulavit. » *Responsio ad objecta Joh. de Bruyn.*, p. 32.

(2) « Inter alia vero præclara quæ reliquit monumenta, supersunt quoque tres libri optici, quorum usuram superiori hyeme concessit mihi filius ejus. » *De natura et proprietate lucis*, p. 36, an. 1662.

(3) « Hæc autem omnia, quæ de refractionis inquisitione volumine integro Snellius exposuerat, inedita mansere; quæ et nos vidimus aliquando, et Cartesium quoque vidisse accepimus, ut hinc fortasse mensuram illam, quæ in sinibus consistit, eliciierit » *Deoptrica*, p. 3. Opuscula posthuma 1703.

Il est plus affirmatif dans un jugement manuscrit sur les principes de Descartes, et que M. Cousin vient de publier. « Les lois de la réfraction, dit-il, ne sont point de l'invention de Descartes, selon toutes les apparences; car il est certain qu'il a vu le livre de Snellius, que j'ai vu aussi, qui était écrit exprès touchant la nature de la réfraction, et qui finissait par cette règle, dont il remerciait Dieu (1). »

Mais Descartes ne pourrait-il avoir vu le manuscrit de Snell, et avoir trouvé la loi? Telle est l'opinion de Leibnitz, d'autant moins suspecte qu'il semble n'être occupé qu'à frustrer Descartes de tout. « Isaac Vossius a établi que Snell est le premier qui ait trouvé la loi de la réfraction; mais je ne voudrais pas nier pour cela que Descartes n'ait pu le faire de son côté (2). » Puisque, suivant Vossius, Hortensius avait exposé cette loi, que beaucoup de gens la connaissaient, quel front aurait-il fallu à Descartes, si lui-même ne l'avait pas trouvée, pour venir la publier à leur face, sans la rapporter à celui qui jusque-là en était supposé l'auteur? S'il n'eût pas été reconnu qu'il l'avait aussi découverte, pense-t-on que personne

(1) *Fragm. phil.*, t. II, p. 162.

(2) « Legem refractionis primum invenisse Willebrordum Snellium, Isaac Vossius patefecit, quamquam non ideo negare ausim, Cartesium in eadem incidere potuisse de suo. » *Op.*, t. V, p. 394.

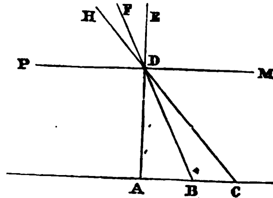
n'aurait réclamé? Est-il croyable que Voet et d'autres envieux qui ne cessèrent de le harceler, s'armant des plus grossières impostures, auraient négligé un pareil trait? Voit-on néanmoins dans ses ouvrages qu'il ait eu à repousser une imputation de ce genre? On ne la lui lance que treize ans après sa mort, lorsqu'il ne peut plus se défendre. La mauvaise foi ou l'étourderie de Vossius est trop manifeste. Quant à Huyghens, dont le penchant à déprécier Descartes est connu, il ne lui suffit pas de dire que, selon toutes les apparences, il a pillé Snell, il faut des preuves; et il n'en donne d'autres que la vue du manuscrit, qui n'en est pas une.

Si là-dessus Descartes doit à quelqu'un, c'est à Képler, à qui Snell n'est pas moins redevable. « Après plusieurs essais inutiles, la véritable théorie lui échappa; mais ses conjectures et ses diverses tentatives n'ont pas été d'un faible secours à ses successeurs (1), » dit Huyghens, immédiatement avant de parler de la découverte de Snell. Entre autres choses Képler calcule l'angle B D C, au moyen des angles A D C, A D B, dont il est la différence (2). Ici s'offre assez naturellement à l'esprit l'idée de

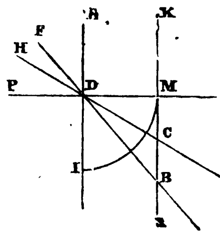
(1) « Plurimis frustra tentatis, ipsam quidem rei veritatem non est assecutus; conjecturis tamen suis, variisque molitionibus, non parum sequentium studia adjuvit. » *Diopt.* p. 2.

(2) *Diopt. problema* 4.

chercher si les angles du triangle D B C, formé du rayon rompu D B du prolongement D C du rayon incident D H, et de B C parallèle à P M, qui sépare



les deux milieux, ont quelque rapport avec les angles d'incidence et de réfraction. D B C est supplément de DBA = FDP, lequel est le complément de F D E, angle de réfraction. D C B = H D P, complément de HDE, angle d'incidence. Or, sinus DBC : *sin* D C B :: DC : DB; d'où D C : D B :: *cos*. FDE : *cos*. HDE. Le rapport des cosinus est faux. Mais au lieu de couper DB et DC par A C parallèle à P M, couponsles par K Z qui lui soit perpendiculaire : alors D C B supplément de DCM = HDE, angle d'incidence, et D B C = F D E, angle de réfraction, ce qui donne



le rapport des sinus. Snell s'était arrêté à celui de

D C et de D B (1) ou des sécantes, D C étant la sécante de l'angle M D C, complément de C D I = HDE, et DB sécante de MDB, complément de BDI = FDE. Voilà une marche qu'ils ont pu suivre chacun de leur côté. Dans une de ses lettres, Descartes ne craint pas d'avancer que « Képler a été son premier maître en optique, et qu'il est celui de tous les hommes qui en a le plus su par ci-devant (2). Outre l'ouverture probable dont nous venons de parler, certainement il a reçu de lui la connaissance de la fonction du cristallin, du renversement de l'image sur la rétine et des causes de la presbytie et de la myopie.

Quelques phrases de deux autres lettres permettraient de croire qu'il ne s'attribuait que la démonstration de la loi de la réfraction. Dans la première (3), adressée à un anonyme, il décrit l'appareil qu'il avait inventé et dont on se sert encore pour vérifier cette loi.

« Cette lettre, dit Delambre, donne lieu à plusieurs réflexions. 1° Le plan d'expérience tracé par Descartes, suppose que l'on connaisse le théorème du rapport constant des deux sinus, et que l'on s'en serve pour diviser les deux règles, après quoi l'on observera si la lumière pénétrant dans l'eau sous

(1) *Huyghens diopt.*, p. 2.
(2) *OEuv.*, t. VII, p. 161.
(3) *Ibid.*, t. VI, p. 220.

un degré donné d'incidence, va tomber précisément sur la division donnée par le théorème ; c'est donc un moyen de vérifier la règle, et non pas un moyen de la découvrir, quand on n'en a aucune idée.

« 2° Descartes n'avait fait alors aucune expérience, si ce n'est cinq ans auparavant, avec une lentille qui rassembla tous les rayons du soleil, *tout justement à la distance prédite*. L'expérience réussit, mais Descartes ne sait si c'est par hasard, ou parce que sa *ratiocination* avait été juste.

« 3° Cette ratiocination était connue de l'anonyme, puisqu'il lui dit : *Suivant la ratiocination que vous savez*. Il lui avait donc confié une découverte qu'il ne donnait à Mersenne que sous le sceau du secret ; mais ne serait-ce pas sa démonstration qu'il donne avec cette précaution ? Il ne paraît pas attacher la moindre importance à ce théorème ; aucun de ses adversaires ni de ses amis n'en parle, ni pour le vanter, ni pour le contester à Descartes. Il paraît seulement que Fermat avait commencé par le révoquer en doute. N'en pourrait-on pas induire qu'il n'y avait aucune prétention, et que c'était une chose bien connue ? Ce pouvait être une vérité trouvée par expérience, et admise sans réclamation ; il ne restait plus qu'à la démontrer ; chacun proposait son explication, et c'est sur ce point seulement qu'on était divisé.

« Un anonyme qui a chargé de notes l'édition des lettres que je cite, et qui est de la bibliothèque de l'Institut, conjecture que la lettre a été écrite à Golius en 1632. Ce Golius était professeur à Leyde; il n'est pas étonnant qu'il connût le théorème de Snellius; Descartes a pu lui dire qu'il savait la manière de diviser les règles de l'instrument; ne serait-ce pas même ce Golius qui l'aurait apprise à Descartes, qui, en reconnaissance, lui indique un moyen pour le vérifier.

« Dans la soixante-treizième lettre à Mersenne (1), il dit : « Pour la façon de mesurer la réfraction de « la lumière : *instituo comparationem inter sinus* « *angulorum incidentiæ et angulorum refractorum*. « Mais je serais bien aise que cela ne fût pas en- « core divulgué, parce que la première partie de « ma dioptrique ne contient que cela seul... »

« Si Descartes a véritablement trouvé ce théorème, ce qui est très-possible, quoiqu'il n'en dise rien, comment ne nous a-t-il donné aucun développement d'une découverte que plusieurs auteurs avaient inutilement cherchée? Képler n'avait pu la trouver; il s'était contenté d'une approximation qui lui parut suffisante tant que l'angle ne passait pas 30 degrés. Il croyait que l'angle de réfraction était le tiers de l'angle d'inclinaison, ce qui n'est

(1) *Œuv.*, t. VI, p. 232, juin, 1633.

vrai que des sinus. Si Descartes l'a trouvé, ce n'est pas par observation, car il nous dit qu'il n'en a fait aucune, si ce n'est pour s'assurer qu'en effet la règle était juste. Comment avait-il trouvé cette règle? personne n'en sait rien. Mais Descartes avait lu le livre de Vitellon; il avait lu la table de réfraction donnée par cet auteur; il a pu faire le calcul que j'ai fait, longtemps après, sur cette table, comme sur celle de Ptolémée; il a pu facilement reconnaître que le rapport des sinus est constant dans le verre comme dans l'eau. Après avoir connu ce rapport, par son calcul, il a voulu voir s'il était vrai; il l'aura trouvé tel sur un angle ou deux, il ne parle que d'un, et il n'aura pas été plus loin, et il se sera mis à philosopher sur la cause... Malgré ces conjectures, je suis loin de contester cette découverte à Descartes; c'est même la lui accorder que de dire qu'il y a été conduit par la table de Vitellon. C'est peut-être ainsi que Snellius y est parvenu (1). »

Comme le dit Delambre, il semble que la *ratiocination* dont Descartes parle à Golius, et *la façon de mesurer la réfraction de la lumière*, dont il demande le secret à Mersenne, *parce que la première partie de sa dioptrique ne contient que cela*, doive s'entendre de la démonstration, et non de la découverte, qui ne paraît pas être nouvelle. Dans ce cas

(1) *Hist. de l'Astronomie mod.*, t. II, p. 225.

même, il ne faudrait pas s'imaginer que Snell aurait tout fait. Quoique le théorème de Snell et celui de Descartes reviennent au même pour le fond, il ne s'ensuit point que celui qui connaît l'un, doive immanquablement parvenir à la connaissance de l'autre. Pour cela il faut avoir l'idée de comparer les sinus; or il paraît qu'elle est loin de s'offrir tout d'un coup, puisqu'elle a échappé aux efforts d'un Képler, à ceux de Snell, qui n'était pas un esprit ordinaire, qui sans doute comprenait le peu de commodité des sécantes, et qui avait l'avantage de pouvoir s'appuyer sur cette invention pour s'élever à l'autre, enfin, puisque personne n'y a songé que Descartes. Le sentiment public de cette difficulté expliquerait encore bien pourquoi on ne lui reprocha point d'avoir volé Snell; on voyait que, dans son théorème, il ajoutait une découverte réelle, et pour ainsi dire la véritable, à la découverte de celui-ci. Telle est peut-être aussi sa prétention dans les passages des deux lettres. Au surplus, par leur extrême vague, ils se prêtent avec autant de facilité à ce dernier sens qu'au premier. Delambre, malgré sa prévention contre Descartes, conclut pour l'invention. Ainsi des trois hypothèses possibles, savoir, qu'il est parti de Képler, ou de Vitellon, ou de Snell, en adoptant même la dernière, qui est la plus défavorable; Descartes aurait encore une grande part à la découverte. Nous ne dirons

pas qu'il l'aurait purgée de la pitoyable erreur que Snell y mêlait, de croire que le rayon perpendiculaire se réfracte aussi ou se raccourcit(1), c'était trop aisé; mais il est plaisant d'entendre Vossius lui imputer cette correction comme une méprise (2).

Descartes se sert de la loi pour déterminer les surfaces propres à concentrer dans un point unique les rayons. On sait que l'ellipse, dont le grand axe et la distance des foyers ont le même rapport que les sinus d'incidence et de réfraction de l'air dans le verre, jouit de cette propriété, ainsi que l'hyperbole, dont le premier axe et la distance des foyers sont dans le rapport des sinus d'incidence et de réfraction du verre dans l'air. Cependant les verres elliptiques et hyperboliques ne corrigent que l'aberration de sphéricité, et laissent subsister l'aberration de réfrangibilité, ignorée par Descartes. On veut encore qu'il les ait empruntés de Képler. Sa réponse est sans réplique. « Celui qui m'accuse d'avoir emprunté de Képler les ellipses et les hyperboles de ma dioptrique, doit être ignorant ou malicieux; car pour l'ellipse, je n'ai pas mémoire que Képler en parle, ou s'il en parle, c'est assurément pour dire qu'elle n'est pas

(1) « In radio perpendiculari effectum refractionis, seu, ut falso opinatur, decurtationem radii visorii agnoscat. » *Hugenii dioptrica*, p. 3.

(2) *Resp. ad. John. de Bruyn.*, 32.

l'anaclastique qu'il cherche ; et pour l'hyperbole, je me souviens fort bien qu'il prétend démontrer expressément que ce n'est pas elle non plus, bien qu'il dise qu'elle n'est pas beaucoup différente. Or, je vous laisse à penser si je dois avoir appris qu'une chose fût vraie d'un homme qui a tâché de prouver qu'elle était fausse (1). » Et comment Képler les aurait-ils trouvées, puisqu'il manquait de la loi de la réfraction sur laquelle elles reposent ? Ces deux sections coniques supposent les rayons parallèles, ce qui, malgré l'énorme distance du soleil, n'est pas rigoureusement vrai. Descartes a conçu des ovales qui portent son nom, et qui réunissent les rayons obliques ou partant d'un même point. Huyghens s'est beaucoup étendu sur ces courbes, alors curieuses (2).

Descartes se sert aussi de cette loi pour expliquer l'arc-en-ciel. Cette explication lui est pareillement contestée : « A l'égard de l'arc-en-ciel, dit Leibnitz, il doit beaucoup à M. Antoine de Dominis (3). » Jusqu'à un certain point, on peut l'admettre. Mais Newton va plus loin : « Quelques anciens avaient compris que l'arc-en-ciel est formé par la réfraction de la lumière du soleil dans des

(1) *OEuv.*, t. VII, p. 161.

(2) *Traité de la lumière*, chap. VI.

(3) « Circa iridem, a M. Antonio de Dominis non parum lucis accepit. » *Op.*, t. V, p. 394.

gouttes de pluie. C'est ce qui a été pleinement découvert et expliqué dans les derniers temps, par le fameux Antoine de Dominis, archevêque de Spalato, dans son livre *De radiis visus et lucis*, publié à Venise en 1611, par son ami Bartolus, mais composé plus de vingt ans auparavant. Car il montre dans ce livre comment l'arc-en-ciel intérieur est produit dans des gouttes rondes de pluie par deux réfractions de la lumière solaire et une réflection entre deux, et l'extérieur par deux réfractions et deux sortes de réflections entre deux, qui sont faites dans chaque goutte de pluie; vérifiant ses explications par des expériences qu'il fait avec une fiole pleine d'eau, et avec des boules de verre remplies d'eau et exposées au soleil pour y faire voir les deux couleurs des arcs, l'extérieur et l'intérieur. Descartes, qui a suivi cette explication, a corrigé celle de l'arc extérieur (1). »

Voici l'analyse de l'écrit de de Dominis, faite par Montucla. J'en ai vérifié l'exactitude. « Soit hasard, soit expérience méditée, il remarqua qu'en tenant à une certaine hauteur au-dessus de l'œil et à l'opposite du soleil, une boule de verre pleine d'eau, on en voit jaillir de la partie inférieure un trait de lumière diversement coloré, suivant que l'on hausse ou baisse la boule un peu plus ou un peu

(1) *Opt.*, liv. I, part. II, prop. 9, probl. 4.

moins. Cela le conduisit à reconnaître qu'il y avait un rayon solaire qui pénétrait la partie supérieure de la boule, à l'égard de la ligne tirée du soleil par le centre, qui allait frapper le fond de la boule et, s'y réfléchissant, sortait par la partie inférieure, pour porter à l'œil l'impression des couleurs qu'on remarque dans l'iris: à l'égard de ces différentes couleurs, il les expliquait ainsi. Les rayons rouges étaient, selon lui, ceux qui en sortant étaient les plus voisins de la partie postérieure de la goutte, parce que c'étaient ceux qui traversaient le moins d'eau, et qui conservaient le plus de force; car on a été persuadé de tout temps, et non sans quelque raison, que la lumière qui avait le plus de vivacité produisait le rouge. Les rayons verts et bleus, au contraire, étaient ceux qui sortaient par une partie de la goutte, plus éloignée du fond, et les autres couleurs étaient, suivant l'opinion alors reçue, uniquement formées du mélange des trois premières.

« Marc-Antoine de Dominis remarquait ensuite que tous les rayons qui donnent une même couleur, sortant d'un endroit semblablement situé à l'égard du fond de la goutte, centralement opposé au soleil, ils doivent former avec l'axe tiré du soleil, par l'œil du spectateur, des angles égaux. De là vient que les bandes des couleurs paraissent circulaires. Mais les rayons rouges sortant, dit-il, de

la partie la plus voisine du fond de la goutte, ils doivent faire avec cet axe un angle plus grand ; c'est pourquoi ils paraîtront les plus élevés, et la bande rouge sera l'extérieure. Après elle viendront les bandes jaunes, vertes, bleues, par une raison semblable. De Dominis confirmait son explication par l'exemple d'une boule de verre pleine d'eau, qui, exposée au soleil, et regardée de la manière convenable, présente les mêmes couleurs, et dans le même ordre, à mesure qu'on la hausse ou qu'on la baisse.

« Mais tout cela, nous le répétons ici, est expliqué d'une manière si obscure et si embrouillée ; enfin la plus grande partie du livre de de Dominis présente tant d'ignorance en optique, qu'on ne peut trop s'étonner que le premier essai d'explication d'un des plus beaux phénomènes de la nature, ait été réservé à un physicien de cette classe. En effet, on le voit, dans un endroit de son ouvrage, faire du cristallin l'organe immédiat de la vue, et nier la réfraction des rayons dans les humeurs de l'œil, parce que, dit-il, si cela était, la vue serait continuellement dans l'erreur. Il entreprend même de le prouver. Ce qu'il dit sur les défauts de la vue, tant chez les vieillards que chez les jeunes gens, sur les moyens dont on y remédie et sur l'effet des télescopes, est tout aussi pitoyable. Enfin, la manière dont il expose la marche des

rayons solaires entrant dans une goutte d'eau, et en sortant, donnerait lieu de douter qu'il ait connu la seconde réfraction qu'ils éprouvent à leur sortie.

« On doit donc se borner à reconnaître que Marc-Antoine de Dominis entrevit le vrai fondement de l'explication de l'iris intérieur. Mais en lui accordant même d'avoir reconnu les deux réfractions et la réflection qui sont nécessaires pour la produire, on serait encore dans l'erreur si l'on pensait qu'il en eût donné l'explication complète. Il y a encore diverses observations à faire pour en rendre parfaitement raison. C'est ce que fit dans la suite Descartes, en examinant de plus près la route des petits faisceaux de lumière qui pénètrent la goutte, et surtout en déterminant quel était celui qui avait seul les conditions nécessaires pour pouvoir porter à l'œil du spectateur une impression sensible. On doit dire enfin que cette explication n'a reçu sa dernière perfection que de la découverte de la différente réfrangibilité de la lumière.

« Mais si Marc-Antoine de Dominis a fait un pas vers l'explication de l'arc-en-ciel intérieur, il s'en faut beaucoup qu'il mérite le même éloge pour son explication de l'arc-en-ciel extérieur. Il manque ici tout à fait le vrai chemin. Il ne soupçonna pas un mot de la double réflection que souffre dans la goutte le rayon solaire produisant le second iris.

Descartes est incontestablement le premier qui en ait fait la découverte; et Newton, qui après lui avoir attribué, dans ses *Lectiones opticæ*, les deux explications, se borne, dans son *Optique*, à lui faire honneur d'avoir rectifié la seconde, avait été induit en erreur. Nous osons inviter ceux qui en douteraient à lire l'ouvrage du prélat italien; et s'ils ne peuvent le faire à cause de la rareté de cet ouvrage, ils peuvent recourir aux notes du P. Boscovich, sur le charmant poëme, *De Iride*, du P. Nocéti, son confrère. Ils y verront le savant jésuite, qui n'était ni Français, ni Anglais, prendre la défense de Descartes contre ses détracteurs, et montrer clairement, par le développement de l'explication que de Dominis donne de l'arc-en-ciel extérieur, qu'il ne soupçonna jamais la vraie, qu'il erra même, ou ne dit que des choses vagues et insignifiantes sur plusieurs points de l'intérieur. Enfin le P. Boscovich porte sur la physique qui règne en général dans cet ouvrage, un jugement tout au moins aussi sévère que le mien, puisqu'il le termine par appeler de Dominis, *hominem opticarum rerum, supra id quod ea pateretur ætas, imperitissimum* (1). »

Tout enthousiaste qu'il est de Newton, M. Biot repousse aussi l'accusation intentée par lui à Des-

(1) *Hist. des math.*, t. I, p. 702.

cartes, et venge dignement celui-ci. « Probablement, dit-il, Newton n'avait pas lu par lui-même l'ouvrage de de Dominis; car il aurait vu que ce prélat, après avoir vaguement conçu que l'arc-en-ciel pouvait être produit par réfraction dans les gouttes d'eau, n'a point cherché à confirmer cette idée par les expériences dont parle Newton, et la manière dont il expose la formation de ce météore n'a aucun rapport avec la vérité. C'est réellement à Descartes, et à Descartes seul, que ces expériences appartiennent. Ce philosophe a fait pour la véritable théorie de l'arc-en-ciel tout ce qui était possible à une époque où l'inégale réfrangibilité des rayons de la lumière n'était pas connue. En effet, il détermine d'abord, au moyen du calcul numérique, la marche des rayons lumineux qui pénètrent dans une goutte d'eau, et en sortent ensuite aprèsune ou plusieurs réflections. Ce calcul lui fait voir que, de tous les rayons qui peuvent ainsi tomber sur cette goutte, il n'y a que ceux qui y pénètrent sous un certain angle, qui puissent revenir au spectateur, sans s'écarter les uns des autres, et par conséqueut sans s'affaiblir. Par là il reconnaît généralement les véritables circonstances dans lesquelles le phénomène de l'arc-en-ciel peut se produire, et elles sont conformes à l'observation. Il restait à assigner la cause des couleurs. Descartes, sans la connaître, la ramène

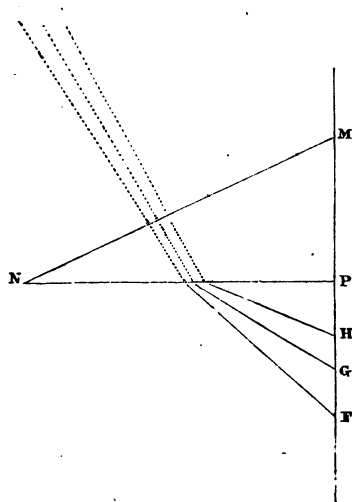
avec beaucoup de sagacité à un autre phénomène plus simple, celui de la décomposition de la lumière par le prisme, et il montre que la partie de la goutte d'eau dans laquelle la lumière se réfracte, doit disperser de la lumière, comme le ferait un prisme d'eau à faces planes, dont l'angle réfringent serait égal à celui que forment entre eux les plans tangents de la goutte aux points où les rayons entrent et sortent. Il confirme cette théorie par une expérience très-détaillée. » Ici M. Biot rapporte cette expérience, qu'on peut voir dans le cinquième volume, p. 266, des œuvres de Descartes.

« C'est alors, poursuit-il, que Descartes compare la dispersion produite par la goutte d'eau à celle que produit un prisme à faces planes. Voilà la véritable physique mathématique, celle qui ramène les faits à d'autres faits par le calcul, indépendamment de toute hypothèse, et qui les rattache ainsi les uns les autres par des nœuds indissolubles. Il ne manquait à cette théorie, pour la rendre complète, que la connaissance de l'inégale réfrangibilité de la lumière, et la mesure de cette inégalité dans les différents rayons simples, pour pouvoir calculer les incidences précises où ils sortent parallèles, et en déduire les diamètres intérieurs et extérieurs des arcs. C'est ce qu'a fait Newton; et cette addition est sans doute un des plus beaux résultats de la physique mathématique.

Mais il faut remarquer, à l'avantage de Descartes, que son travail n'a reçu aucune atteinte d'une découverte aussi imprévue (1). » Que pourrions-nous ajouter à cette justification?

Nous voilà conduits à la décomposition de la lumière. Nous nous y arrêterons peu. C'est un résultat empirique qui n'a point éprouvé, ni ne souffre point contradiction. Descartes y touche de si près, qu'on conçoit à peine qu'il lui ait échappé. « Me souvenant, dit-il, qu'un prisme ou triangle de cristal fait voir de semblables couleurs, j'en ai considéré un qui était tel qu'est ici MNP, dont les deux superficies, MN et NP, sont toutes plates et inclinées l'une sur l'autre, selon un angle d'environ 30 ou 40 degrés, en sorte que si les rayons du soleil traversent MN à angles droits, ou presque droits, et ainsi n'y souffrent aucune sensible réfraction, ils en doivent souffrir une assez grande en sortant par NP. Et couvrant l'une de ces superficies d'un corps obscur dans lequel il y avait une ouverture assez étroite, comme DE, j'ai observé que les rayons passant par cette ouverture, et de là s'allant rendre sur un linge ou papier blanc FGH, y peignent toutes les couleurs de l'arc-en-ciel, et qu'ils y peignent toujours le rouge vers F, et le bleu ou le violet vers H. D'où j'ai appris,

(1) *Traité de physique*, t. III, p. 468.



premièrement, que la courbure des superficies des gouttes d'eau n'est point nécessaire à la production de ces couleurs, car celles de ce cristal sont toutes plates; ni la grandeur de l'angle sous lequel elles paraissent, car il peut ici être changé sans qu'elles changent; et bien qu'on puisse faire que les rayons qui vont vers F se courbent tantôt plus, et tantôt moins que ceux qui vont vers H, ils ne laissent pas de peindre toujours du rouge, et ceux qui vont vers H, toujours du bleu; ni aussi la réflection, car il n'y en a ici aucune; ni enfin la pluralité des réfractions, car il n'y en a ici qu'une seule. Mais j'ai jugé qu'il y en fallait pour le moins une, et même une dont l'effet ne fût pas détruit par une contraire; car l'expérience montre que si les su-

perficies MN et NP étaient parallèles, les rayons, se redressant autant en l'une qu'ils se pourraient courber en l'autre, ne produiraient point ces couleurs. Je n'ai pas douté qu'il n'y fallût aussi de la lumière, car sans elle on ne voit rien. Et outre cela, j'ai observé qu'il y fallait de l'ombre, ou de la limitation à cette lumière, car si on en ôte le corps obscur qui est sur NP, les couleurs FGH cessent de paraître ; et si on fait l'ouverture DE assez grande, le rouge, l'orange et le jaune, qui sont vers F, ne s'étendent pas plus loin pour cela, non plus que le vert, le bleu et le violet, qui sont vers H, mais tout le surplus de l'espace qui est entre deux, vers G, demeure blanc (1). »

Que Descartes eût eu la curiosité qui prit Newton de soumettre isolément au prisme chacun des rayons, de les rassembler après les avoir dispersés, et il lui enlevait la découverte : « Dans le courant de l'année 1666, le hasard avait porté Newton à faire quelques expériences sur la réfraction de la lumière à travers des prismes. Ces expériences, qu'il avait d'abord tentées comme un amusement, et par un simple attrait de curiosité, lui avaient bientôt offert des conséquences importantes. Elles l'avaient conduit à voir que la lumière, telle qu'elle émane des corps rayonnants, du soleil, par exem-

(1) *Œuv.*, t. V, p. 269.

ple, n'est pas une substance simple et homogène; mais qu'elle est composée d'une infinité de rayons doués de réfrangibilités inégales et de facultés colorifiques diverses (1). » Il paraît que Marc Marci, et à son exemple, Hodierna, avaient essayé la même chose avant Newton, mais pas avec assez de détails, et sans aucun des importants calculs qu'il fit (2).

La troisième grande découverte sur la lumière, dans l'école cartésienne, est la loi de la double réfraction, saisie par Huyghens, peut-être avant que Newton aperçût la cause des couleurs, quoiqu'elle n'ait été publiée qu'en 1690 (3). « Cette découverte, dit Fresnel, était peut-être plus difficile à faire que toutes celles de Newton sur la lumière, et ce qui semble le prouver, c'est que Newton, après d'inutiles efforts pour découvrir la vérité, est tombé dans l'erreur. En songeant combien le phénomène de la double réfraction devait piquer vivement sa curiosité, on ne peut supposer qu'il y ait donné moins d'attention qu'aux autres phénomènes de l'optique, et l'on doit être surpris de lui voir substituer une règle fausse à la construction aussi exacte qu'élégante de Huyghens,

(1) *Biog. univ.*, t. XXXI, p. 137, art. Newton, par M. Biot.

(2) Mont., *Hist. des math.*, t. II, p. 516.

(3) *Traité de la lumière de Huyghens.*

construction qu'il connaissait sans doute, puisqu'il cite son Traité de la lumière. Mais ce qui paraît encore plus inconcevable, c'est que l'exactitude de la loi de Huyghens ait été méconnue pendant plus de cent ans, quoiqu'elle fût appuyée des vérifications expérimentales de ce grand homme, aussi remarquable peut-être par sa bonne foi et sa modestie, que par sa sagacité. Si nous osions hasarder une explication de ce trait singulier de l'histoire de la science, nous dirions que les considérations puisées dans la théorie des ondes qui avaient guidé Huyghens, ont fait supposer peut-être aux partisans du système de l'émission, qu'il n'avait pu arriver à la vérité par une hypothèse erronée, et les ont empêchés de lire son Traité de la lumière avec l'attention qu'il méritait (1). »

En 1664, Grimaldi étudia le phénomène de la diffraction, qui fut ensuite développé avec soin par Newton, ainsi que celui des interférences observé par Hooke. Pour mieux fixer les idées, j'emploie l'expression d'*interférences*, quoique de création plus récente.

Descartes a conçu la lumière d'une manière qui, se confirmant chaque jour, semble être la véritable. Rappelons-nous que, de son *premier élément* ou matière en poudre, il forme le soleil, que l'in-

(1) *Academ. des Sciences*, t. VII, p. 45, an. 1827.

tervalle entre le soleil et les planètes, il le remplit par *le second élément* ou matière à parties rondes, et que la lumière est l'effort continuel de ces boules qui tendent à s'éloigner du centre du tourbillon du soleil. Ainsi l'agitation de la matière qui compose cet astre presse les boules du second élément; cette pression, se communiquant sur-le-champ aux boules qui nous environnent, cause sur la rétine la sensation qu'on appelle lumière. Elle n'est point, selon Descartes, un mouvement, mais une inclination à se mouvoir (1). Exercée par le soleil dans tous les sens, elle suit pour chaque point la direction droite d'un rayon du tourbillon, et, pour tous à la fois, elle prend la forme sphérique et ressemble aux ondes qui naissent dans l'eau, lorsqu'elle reçoit un ébranlement en quelque endroit. De là le système des ondes.

Descartes le laisse avec deux graves défauts, corrigés par Huyghens, la propagation instantanée et la dureté parfaite du milieu : défauts qui dépendent l'un de l'autre. Il veut que la lumière se transmette sans délai, parce qu'il suppose les boules du second élément entièrement dures et serrées, et il compare cette transmission à celle d'un bâton qui fait immédiatement sentir à la main la pression qu'il éprouve d'un obs-

(1) *Œuv.*, t. V. p. 10.

tacle par le bout opposé. En effet, la longueur n'y faisant rien, que le bâton s'allonge jusqu'au soleil, qu'il ait trente-cinq millions de lieues, la pression n'en sera pas moins subite. De même, si la pression est subite, il faut qu'elle passe comme par un bâton, ou que les boules du second élément soient complétement dures et serrées, c'est-à-dire que cet élément n'ait aucune élasticité. Les efforts pour étayer l'erreur ont souvent mis au jour d'importantes vérités. Une considération astronomique à laquelle Descartes, dans une discussion avec un de ses amis, eut recours pour montrer que la lumière se propage dans le même moment, conduisit peut-être Roemer à découvrir, en 1676, qu'elle est successive.

« S'il fallait un temps quelconque, dit Descartes (1), une heure, par exemple, à la lumière pour venir du soleil ou de la lune jusqu'à nos yeux, jamais nous ne verrions une éclipse à l'instant où elle arrive réellement; jamais nous ne verrions le soleil, ni la lune, ni aucun astre dans le lieu qu'il occupe, mais bien dans celui qu'il occupait à l'instant où s'est faite l'émission de sa lumière. Or, les éclipses s'accordent avec les annonces des astronomes; donc la lumière n'emploie aucun temps appréciable à venir du soleil ou des planètes jusqu'à nous. »

(1) *Œuv.*, t. VI, p. 264.

« La réflexion est parfaitement juste, dit Delambre, après avoir cité ce passage. Descartes est le premier qui l'ait faite. Jamais nous ne voyons un astre où il est, mais où il était quand il nous a envoyé le rayon qui vient frapper notre œil. La conséquence qu'il en déduit est cependant inexacte. Les éclipses arrivent comme elles sont annoncées, parce que les tables du soleil et de la lune sont calculées d'après les observations, et renferment nécessairement l'effet dont parle Descartes... Il faut trois quarts d'heure environ à la lumière pour venir de Jupiter au soleil, et huit minutes du soleil à nous; mais la terre peut être en avant ou en arrière du soleil de tout le rayon de l'orbite terrestre; les éclipses des satellites de Jupiter peuvent donc être avancées ou retardées pour nous de huit minutes; l'effet total est de seize minutes; c'est ce qui a donné la mesure de ce mouvement de la lumière. Descartes n'a pas approfondi son idée, il n'en a pas suivi toutes les conséquences; la seule conclusion qu'il ait tirée pouvait se réfuter aisément. Mais qui nous dira si cette phrase, à laquelle personne n'a fait attention, n'a pas conduit Roemer à sa belle découverte, confirmée depuis par l'aberration des fixes, qui n'est qu'une suite du principe de Descartes. Personne, que je sache, n'avait encore fait cette remarque sur une ligne tracée en passant par un homme de génie, et qui, mûrement consi-

dérée, aurait pu hâter une découverte qui a longtemps manqué à la perfection de l'astronomie (1). »

Newton observe fort bien que « si la lumière ne consistait que dans une pression propagée sans mouvement actuel, elle ne serait pas capable d'agiter et d'échauffer les corps qui la rompent et la réfléchissent (2). » Il aurait dû ajouter qu'elle ne produirait point la sensation qui la manifeste, et qu'elle resterait invisible, ou, ce qui revient au même, qu'elle n'existerait point. Pour exciter la rétine il faut un choc quelconque, et dès lors un mouvement; il faut donc que le milieu par lequel elle se communique soit élastique. C'est ce que Huyghens soutient au commencement de son traité sur la lumière. Il est vrai qu'il croit inutile de décider quelle est la cause du ressort, comme s'il pouvait résulter d'autre chose que de la force ou des forces qui unissent les parties. Malebranche, dans le dernier éclaircissement de la Recherche de la Vérité, consacré à la lumière, considère les boules du second élément comme de petits tourbillons; il s'étonne que Descartes ait pu croire leurs parties en repos.

Newton (3) suppose des particules qui émanent des corps lumineux, principalement du soleil;

(1) *Hist. de l'ast. mod.*, t. II, p. 203.

(2) *Opt.*, quest. 28.

(3) *Opt.*, questions.

elles traversent et agitent l'éther, où elles produisent des ondulations par lesquelles elles sont à leur tour excitées. Dans la question 12, il semble dire que ces particules frappent l'œil et donnent la lumière : « Les rayons de lumière venant à tomber sur le fond de l'œil, n'excitent-ils pas dans la rétine des vibrations qui, étant propagées le long des fibres solides des nerfs optiques jusque dans le cerveau, causent la sensation de la vue ? » Dans la question 23, au contraire, il attribue cette sensation aux ondulations de l'éther : « La vision n'est-elle pas principalement produite par les vibrations de ce milieu, excitées dans le fond de l'œil par les rayons de lumière, et propagées par les fibrilles solides, diaphanes et uniformes des nerfs optiques jusqu'au lieu des sensations ? »

Euler l'attaque avec force ; il lui demande (1) si le soleil ne s'épuiserait pas en jetant de tous les côtés des fleuves de matière lumineuse ; si l'on peut se figurer l'énergie qu'il faudrait pour imprimer aux particules cette vitesse inconcevable avec laquelle la lumière vient du soleil jusqu'à nous en huit minutes de temps ; si leur masse qui remplit l'espace, et qui est si prodigieusement agitée, ne troublerait pas la marche des planètes et n'empêcherait pas autant le mouvement des comètes

(1) *Lettres à une princesse d'Allemagne*, t. I, lett. 17, 18.

que les tourbillons, contre lesquels Newton argumentait de cet obstacle avec une si grande confiance. « Un autre inconvénient, ajoute Euler, qui ne paraît pas moins grand, est que non-seulement le soleil lance des rayons, mais que toutes les étoiles en lancent aussi; et puisqu'il y aurait partout des rayons du soleil et des étoiles qui se rencontreraient, avec quelle impétuosité devraient-ils se choquer les uns les autres! combien leur direction devrait en être changée! Cette rencontre des rayons devrait avoir lieu pour tous les corps lumineux qu'on voit à la fois; cependant chacun paraît distinctement, sans souffrir le moindre dérangement de la part des autres : preuve bien certaine que plusieurs rayons peuvent passer par le même point, sans se troubler réciproquement, ce qui semble inconciliable avec le système de l'émanation. En effet, qu'on fasse rencontrer deux jets d'eau, on verra qu'ils se troublent terriblement dans leur jeu, par conséquent on doit en conclure que le mouvement des rayons de lumière est très-essentiellement différent de celui des jets d'eau, et en général de toutes les matières lancées. »

Néanmoins ce système a toujours été en crédit, parce que sans doute il venait de celui qui avait le premier calculé les mouvements des astres, et aussi parce qu'il expliquait avec une apparente facilité quelques phénomènes; mais il est aujour-

d'hui tombé devant le système des ondes, par lequel Young et Fresnel ont plus avancé l'optique en quelques années, que leurs prédécesseurs pendant un siècle. Pour montrer la supériorité des *ondes* sur l'émission, il faudrait discuter les diverses questions, c'est-à-dire composer, en quelque sorte, un ouvrage sur la lumière, ce qui n'entre point dans notre plan; mais il suffit que nous fassions parler l'opinion dominante.

« La loi de la réfraction simple, dit M. Lamé, est en défaut lorsque la lumière pénètre dans les cristaux bi-réfringents; le fait de la réflection se complique quand il s'agit de la lumière polarisée, puisqu'il existe, pour cette espèce de lumière, des circonstances où elle échappe à la réflection, et se réfracte en totalité; enfin nous citerons des phénomènes pour lesquels la lumière semble se propager en ligne courbe. Ainsi les trois principes qui servent de base à l'optique géométrique ne peuvent être adoptés d'une manière absolue. L'ancienne théorie de l'émission était totalement impuissante pour rendre compte de ces exceptions; les hypothèses subsidiaires dont il fallait étayer l'idée fondamentale étaient aussi nombreuses que les phénomènes nouveaux qu'il s'agissait d'expliquer; en sorte que ces hypothèses ne faisaient que transformer l'énoncé des faits, sans établir entre eux aucune liaison nécessaire.

Toutes ces exceptions sont, au contraire, des conséquences naturelles de l'idée primitive des ondulations, et tendent même à la simplifier. Dans la lutte récente qui s'est établie, au milieu du monde savant, entre les défenseurs des idées de Newton sur la lumière, et les partisans de la théorie des ondes, les succès obtenus par ces derniers ont été d'abord contestés. Mais quand, parmi eux, Fresnel fut parvenu à déduire d'un petit nombre de principes simples et féconds un enchaînement rigoureux de tous les faits de l'optique, et leur explication complète jusque dans leurs moindres variétés, il fallut se rendre à l'évidence, ou reconnaître au moins que l'idée des vibrations était *plus heureuse* que celle de l'émission (1). » Et ailleurs : « Un grand nombre de phénomènes d'optique se conçoivent facilement dans l'hypothèse de l'émission, mais un grand nombre aussi sont en contradiction manifeste avec elle et en démontrent la fausseté. La théorie des ondes lumineuses, au contraire, explique les faits connus d'une manière complète, et sans nécessité aucune de ces mille hypothèses additionnelles et contradictoires que la théorie de l'émission est forcée d'admettre ; elle établit un lien naturel entre les phénomènes en apparence les plus dissemblables ; enfin, comme pour fournir

(1) *Cours de phys. de l'École polytechnique*, t. II, part. 1, p. 299, an. 1836.

une preuve irrécusable de sa réalité, elle a devancé la physique expérimentale en lui indiquant plusieurs fois des faits qu'elle n'avait pas soupçonnés, et qui ont été complétement vérifiés (1). » M. Arago a, depuis, expliqué avec les ondes la scintillation des étoiles, et triomphé d'un problème demeuré rebelle à tant et de si puissantes mains.

Young et Fresnel ont introduit dans les ondes une amélioration capitale, la vibration perpendiculaire au rayon. Longtemps avant eux, Hooke en avait posé le principe : « Le mouvement de la lumière, dans un milieu uniforme où elle est engendrée, est propagé par des pulsations ou ondes qui sont à angles droits avec la direction que suit la lumière (2). » Cependant Fresnel montre plutôt la possibilité que la réalité des vibrations perpendiculaires (3). Nous ignorons ce que dit là-dessus Young ; nous voyons seulement « qu'il concluait des propriétés optiques des cristaux à deux axes, découvertes par Brewster, que les ondulations de l'éther pourraient bien ressembler à celles d'une corde tendue d'une longueur indéfinie, et se propager de la même manière (4). » Fresnel déclare

(1) *Ibid.*, p. 103.

(2) *Hist. de la société royale de Londres*, t. III, p. 12, an. 1672. — Communiqué par M. Arago. Comptes-rendus de l'*Acad. des Sciences*, 21 nov. 1842.

(3) *Annales de chimie et de phys.*, t. XVII, p. 182.

(4) *Ibid.*, p. 184.

au même endroit que « c'est ce passage d'une lettre d'Young à M. Arago, en date du 29 avril 1818, qui contribua à le faire douter de l'existence des oscillations longitudinales. » Les oscillations ou vibrations perpendiculaires sont la conséquence naturelle de ce que nous pensons avoir rigoureusement démontré, que la matière est active et que l'attraction est une suite de cette activité, c'est-à-dire qu'elle est une attraction effective, et non point une impulsion. Alors l'éther se trouvant sollicité par le soleil et par les planètes, pour ne parler que de notre système, éprouve une tension et par conséquent des vibrations perpendiculaires, s'il est ébranlé. Il éprouve aussi des vibrations longitudinales ou dans le sens du rayon, mais très-faibles comparativement aux autres. La même chose a lieu dans tous les fluides; mais les vibrations transversales dominent dans les fluides rares, déliés, tels que l'éther, et les vibrations longitudinales dans les fluides denses, grossiers, comme l'air. Fresnel n'avait point à douter de l'existence de celles-ci dans le fluide lumineux; il lui restait seulement d'y concevoir les vibrations transversales et de leur donner la prépondérance.

Sans en assigner la cause, M. Lamé confesse la possibilité de deux sortes d'ondes dans l'air et dans l'éther. « Il peut se faire qu'un trouble quelconque apporté dans l'équilibre d'une petite masse

d'air, détermine dans l'atmosphère les deux genres de vibrations qui viennent d'être définis; mais l'organe de l'ouïe, n'étant affecté que par le système d'ondes accompagné de dilatation et de condensation, reste sourd pour le second système, qui, s'il existe, doit correspondre à d'autres phénomènes que le son. Pareillement lorsque l'éther est agité près des sources lumineuses, il en résulte très-probablement les deux systèmes d'ondes; mais la rétine n'étant affectée que par celui des vibrations transversales, le premier, celui où l'éther éprouve des changements de densité, reste inaperçu, ou correspond à d'autres phénomènes que ceux de la lumière (1). » Ce n'est pas seulement près des sources lumineuses, comme le suppose l'auteur, c'est dans toutes les distances que se produisent les vibrations longitudinales.

Quant à la chaleur, « les ondes ne donnent pas, il est vrai, dit M. Lamé, un moyen aussi satisfaisant d'expliquer tous les faits; mais l'hypothèse de l'émission, quoique plus simple en apparence, est en contradiction manifeste avec plusieurs phénomènes importants, et ne paraît avoir aucune réalité (2). » Or, le système des ondes, qui promet d'expliquer la chaleur, se trouve également en

(1) *Cours de phys.*, t. II, part. I, p. 306.
(2) *Ibid.*, t. I. p. 298.

germe dans Descartes. D'après lui (1), l'élément du feu est partout, et pour qu'il se produise, il suffit qu'il communique son agitation, ou, comme on dirait aujourd'hui, sa vibration, qui se propage en ondes. C'est en examinant comment le *second élément*, qui est celui de la lumière, peut être écarté, et le *troisième* prendre le cours du *premier*, qu'il explique les phénomènes de la chaleur (2). Cette nécessité d'écarter le second élément est d'autant moins fondée, que la science tend à établir que la lumière et le calorique sont dus à une même cause. Mais cette erreur ne détruit point la vérité de la théorie en soi. A l'article 107, il rend raison de la combustion sans flamme.

M. de la Rive a signalé une nouvelle propriété des fils métalliques transmettant les courants électriques, laquelle semble indiquer que ces courants sont dus à un système d'ondes. « En rapprochant, dit M. Lamé, ces phénomènes et ceux qu'a observés M. Savary, en étudiant la faculté d'aimantation des décharges électriques, on ne peut s'empêcher de penser que l'idée des ondes doive envahir un jour la théorie physique de l'électricité, et la ramener en partie aux mêmes principes

(1) *Principes*, part. IV, n. 80 et 81.
(2) *Ibid.*, de 81 à 123.

que la lumière et la chaleur rayonnante (1). » Voilà donc le système des ondes dominant la physique, s'appliquant au son, à la lumière, à la chaleur, à l'électricité, et dévoilant l'affinité de ceux de ces phénomènes qui appartiennent au même fluide.

(1) T. II, part., II, p. 306.

CHAPITRE III.

Mouvement.

La science du mouvement ne commence guère qu'avec la découverte faite par Galilée, et aussi par Descartes (1), de la loi du mouvement uniformément accéléré. Cette loi qui donne, d'un côté, comme cas particulier, la loi du mouvement uniforme, de l'autre, la loi, ou plutôt les innombrables lois du mouvement varié, est le fondement de la dynamique. Mais pour calculer avec elle toutes les espèces de mouvements, il fallait en connaître la nature, savoir que le mouvement droit est le primitif, et celui que prennent les corps abandonnés à eux-mêmes ; que le mouve-

(1) Voir, dans le chap. III de la troisième partie de cet ouvrage, le passage qui établit les droits de Descartes à l'invention, ainsi que la discussion au sujet de la loi même.

ment courbe est un mouvement dérivé; que les corps ne le suivent que lorsqu'ils se trouvent à chaque instant écartés du droit; que le mouvement et le repos sont indifférents aux corps, qui demeurent dans l'état où ils sont, si rien ne les trouble.

Or, à Descartes sont dus ces principes, dont Galilée ne paraît point s'être douté, quoi qu'en dise Montucla. « Lorsqu'on réfléchit à la manière dont Galilée applique la géométrie à la physique, et surtout à la démonstration de la loi de la chute accélérée des graves, on ne peut s'empêcher d'y reconnaître qu'il était en possession des lois fondamentales du mouvement : je veux dire de celles-ci; qu'un corps en repos y reste tant qu'il n'en est pas tiré par quelque cause extérieure; qu'il continue son mouvement en ligne droite et avec la même vitesse, tant qu'il ne reçoit pas une nouvelle impulsion; que, livré à deux impulsions obliques, il suit la diagonale du parallélogramme dont les côtés sont comme ces impulsions, car ce sont là les bases sous-entendues de ses démonstrations (1). » A ce compte-là on pourrait dire aussi, par exemple, que Descartes, lorsqu'il expliquait l'arc-en-ciel, était en possession de l'inégale réfrangibilité des rayons colorifiques;

(1) *Hist. des math.*, t. II, p. 191.

car elle est de même la base sous-entendue de sa démonstration. Plus loin, Montucla revient sur la même assertion. « On doit principalement à Descartes d'avoir enseigné plus distinctement qu'on n'avait encore fait les propriétés du mouvement. Je me borne à dire plus distinctement, car on a déjà vu qu'on ne peut refuser au célèbre philosophe italien de les avoir reconnues et employées dans divers écrits, soit dans son *Systema cosmicum*, soit dans ses dialogues sur le mouvement (1). » Le passage auquel l'auteur fait allusion, en disant qu'on a déjà vu, ne peut être que le premier que nous venons de transcrire. Et qu'y voyez-vous, si ce n'est une affirmation établie sur l'induction la plus arbitraire? Pourquoi ne rapporte-t-il pas les endroits où il a aperçu ces lois? Il serait aisé d'en citer de contraires. Dans le *Systema cosmicum* (2), Galilée se range à l'opinion d'Aristote, qu'il y a deux mouvements simples, le droit et le circulaire; que le circulaire est parfait, le droit imparfait, et (3) que celui-ci est impossible dans un monde bien ordonné, seulement qu'il a pu se rencontrer dans le chaos. Remarquons que le *Système cosmique* est un des derniers écrits de Galilée, qui le compose à l'âge de soixante-huit

(1) *Ibid.*, p. 208.
(2) P. 6.
(3) P. 9.

ans, où il devait avoir ses idées définitives. Au surplus, Montucla n'entend point frustrer Descartes. « Nous ne croyons pas, poursuit-il, que ce soit de Galilée qu'il les ait empruntées; son système était en grande partie arrêté avant que les écrits de celui-ci eussent vu le jour (1). »

On a voulu voir dans Képler la loi d'inertie. C'est plutôt le contraire, car il suppose la matière encline à l'immobilité : d'où, selon lui, s'établit une lutte entre les planètes et le soleil; le soleil, par sa puissance, voulant les faire marcher, et les planètes, par leur besoin de repos, lui résistant, et allant d'autant moins vite qu'elles sont plus éloignées de lui, c'est-à-dire qu'elles lui échappent davantage (2).

On a été un peu plus fondé à trouver chez Képler le mouvement en ligne droite. « Je nie, dit-il, que Dieu ait établi aucun mouvement perpétuel autre que le droit, qui se maintienne sans le secours d'une intelligence. Même dans le corps humain, tous les muscles suivent les principes du mouvement en ligne droite. En effet, ou ils

(1) *Hist. des math.*, t. II, p. 208.

(2) « Necesse est igitur ut planetariorum globorum naturasit materiata, ex adhærente proprietate, inde a rerum principio prona ad quietem seu ad privationem motus. Quarum rerum contentione cum noscatur pugna; superat igitur plus ille planeta, qui in virtute imbecilliore consistit, eaque tardius movetur; minus ille, qui soli propior. » *Stella martis.*, cap. XXXIV, p. 174.

s'enflent en se retirant sur eux-mêmes, ou ils s'aplatissent par l'écartement de leurs extrémités, dans le premier cas pour rapprocher les membres des muscles, dans le second pour les en éloigner. Il n'est pas jusqu'aux muscles de forme circulaire qui ne présentent à leur manière le même phénomène : placés comme des gardiens aux différentes ouvertures du corps, en allongeant circulairement leurs fibres, ils élargissent le passage, et ils le resserrent en les ramassant sous la forme d'un cercle plus petit. Il n'est donc aucun membre qui se meuve en rond, d'une façon régulière et commode. Quant aux flexions de la tête, des pieds, des bras, de la langue, elles sont exécutées par des moyens mécaniques à l'aide d'un grand nombre de muscles droits, qui changent de place ou se tendent de côté et d'autre. C'est ainsi que la faculté motrice, qui de sa nature, tend à prendre une direction droite, parvient à imprimer aux membres des mouvements curvilignes (1). »

(1) « Nego ullum motum perennem non rectum a Deo conditum esse præsidio mentali destitutum. Et intra quidem corpus humanum omnes musculi principiis moventur rectilineorum motuum : nempe aut in sese recedendo turgent, aut discessu capitum extenuantur; illic, ut membrum ad musculum accedat, hic ut recedat : quod idem et in circularibus musculis suo modo locum habet, qui meatibus custodes appositi, ubi filamentis circularibus extensi fuerint, laxant meatum, constringunt vero iisdem in angustioris circuli figuram recurrentibus. Nullum adeo membrum est,

Képler aurait pu mieux choisir que l'exemple du corps humain pour élucider son idée. D'ailleurs elle manque d'exactitude, puisqu'il exige la volonté pour le mouvement curviligne. Quelle distance de cette idée à celle de Descartes, qui nous dévoile les trois propriétés essentielles du mouvement, par la considération de ce qu'elles sont en soi, et par leur rôle dans la formation et dans la conservation de l'univers, où l'on voit sans cesse et la tendance primitive des corps à se mouvoir en ligne droite, et la nécessité pour eux de se mouvoir en ligne courbe, à cause de leur opposition mutuelle, et leur persévérance dans l'état de repos ou dans celui de mouvement, si rien ne les en tire. Ces notions qu'il expose sont tellement frappantes de vérité, qu'elles saisissent soudain et illuminent les esprits.

Il y joint l'idée non moins importante de la communication du mouvement. La priorité ne lui est point disputée; mais parce qu'il erre dans certains cas, on semble le spolier de l'invention et en gratifier ceux qui le rectifient. Newton ne le nomme même pas (1). D'Alembert est plus équi-

quod æquabiliter et expedite gyretur. Flexus vero capitis, pedum, bracchiorum et linguæ, quibusdem artificiis mechanicis per multos rectos musculos huc illuc transpositos vel attensos expressi sunt. Qua ratione efficitur, ut facultas motrix natura sua in rectum tendens, membrum illud contorqueat in gyrum. » *Stell. mart.*, cap. II, p. 8.

(1) *Princ. math. Axiomes ou lois du mouvement*, loi 3[e], scolie.

table : « Descartes paraît être le premier qui ait pensé qu'il y avait des lois de percussion, c'est-à-dire des lois suivant lesquelles les corps se communiquent du mouvement. Mais ce grand homme n'a pas tiré d'une idée si belle et si féconde tout le parti qu'il aurait pu. Il se trompa sur la plupart de ces lois (1). »

Les voici en abrégé, telles que Descartes les donne :

1° Deux corps égaux se choquant avec des vitesses égales, rejaillissent chacun avec sa vitesse ;

2° Inégaux et les vitesses égales, le moindre seul rejaillit, et ils vont tous deux ensemble du même côté, avec la vitesse qu'ils avaient avant le choc ;

3° Égaux et les vitesses inégales, le plus lent seul rejaillit, et ils vont ensemble du même côté, avec une vitesse commune, moitié de celles qu'ils avaient avant le choc ;

4° Inégaux et le plus grand en repos, l'autre rejaillit sans lui imprimer aucun mouvement ;

5° Inégaux et le plus petit en repos, l'autre lui transfère une partie de son mouvement, telle qu'ils vont ensuite de même vitesse ;

6° Égaux et l'un en repos, celui qui se meut

(1) *Encycl.*, p. 284, art. percussion.

communique à l'autre une partie de son mouvement, et il rejaillit avec la partie qui lui reste;

7° Les deux corps allant du même côté, ou celui qui poursuit communique à l'autre une partie de son mouvement, et tous les deux marchent ensemble, ou il rejaillit sans lui rien communiquer, ou il lui en communique une partie et rejaillit avec celle qu'il garde. Désignons par B et C les deux corps, C précède. Non-seulement lorsque C est plus petit que B, mais lorsqu'il est plus grand, pourvu que ce en quoi la grandeur de C surpasse celle de B, soit moindre que ce en quoi la vitesse de B surpasse celle de C, B pousse C, en lui transférant une partie de sa vitesse; au contraire, lorsque ce en quoi la grandeur de C surpasse celle de B, est plus grand que ce en quoi la vitesse de B surpasse celle de C, B rejaillit sans lui rien communiquer de son mouvement; enfin lorsque l'excès de grandeur qui est en C, égale l'excès de vitesse qui est en B, celui-ci transfère une partie de son mouvement à l'autre et rejaillit avec le reste (1).

Ici, comme dans la réflection de la lumière, Descartes part de l'erreur relevée par Hobbes, que c'est la dureté qui cause le rejaillissement. Les lois qu'il donne sont celles du choc des corps

(1) *Principes de la philosophie*, part. II, art. 46 et suiv.

élastiques. Soit B et C deux corps tels, qui vont dans le même sens; B est en arrière. Soit V, V′ leurs vitesses respectives avant qu'ils se rencontrent. A l'instant du choc ils se pressent mutuellement jusqu'à ce qu'il aient une égale vitesse, que nous appellerons Z. Alors B a perdu $V-Z$, et C gagné $Z-V'$. Le ressort, en se rétablissant dans chacun d'eux, fait que B perd encore $V-Z$, et que C gagne encore $Z-V'$. Que X et Y désignent leurs vitesses après le choc, on a $X=V-2V+2Z$, $Y=V'+2Z-2V'$, ou $X=2Z-V$, $Y=2Z-V'$. Mais $B(V-Z)=C(Z-V')$; d'où :

$$Z=\frac{BV+CV'}{B+C}.$$

Substituant, il vient :

$$X=\frac{2CV'+BV-CV}{B+C},\ Y=\frac{2BV+CV'-BV'}{B+C}.$$

Quand les corps vont en sens contraire, il suffit de changer le signe de V′, et l'on a :

$$X=\frac{BV-2CV'-CV}{B+C},\ Y=\frac{BV'+2BV-CV'}{B+C}.$$

Si $B=C$, $V=V'$, comme dans la première loi de Descartes, $X=-V$, $Y=V$. Donc cette loi est exacte.

Si $B>$, ou $<C$, $V=V'$, comme dans la seconde,

$$X=\frac{BV-3CV}{B+C},\ Y=\frac{3BV-CV}{B+C}.$$

Alors C arrête un corps triple, et recule avec une vitesse double, puisque $B = 3C$ donne $X = 0$, et $Y = 2V$. En général B, s'arrête, continue, ou rejaillit, selon que BV est $=$, ou $>$, ou $< 2CV' + CV$, et de même C, selon que $CV' =$, ou $>$, ou $< 2BV + BV$. Ainsi la deuxième loi est fausse.

Si $B = C$, $V >$, ou $< V'$, comme dans la troisième, $X = -V'$, $Y = V$; d'où il suit que les deux corps échangent leurs vitesses et rejaillissent. Cette loi est donc encore fausse.

Si $B < C$, $V' = 0$, ce qui est le cas de la quatrième :

$$X = \frac{BV - CV}{B + C},\ Y = \frac{2BV}{B + C};$$

la valeur de X est négative, celle de Y positive; B rejaillit, et C se meut dans la direction que suivait B avant le choc. La quatrième est aussi fausse.

Si $B > C$, $V' = 0$, comme dans la cinquième, X et Y étant positifs, B met C en mouvement dans la même direction que lui, mais avec une vitesse différente, puisque

$$X = \frac{BV - CV}{B + C},\ Y = \frac{2BV}{B + C}.$$

Cette loi, fausse pour les corps élastiques, est vraie pour les corps durs.

$$Z = \frac{BV + CV'}{B + C}$$

trouvée plus haut, est la formule de ces derniers.

Lorsque $V' = 0$,

$$Z = \frac{BV}{B+C}.$$

c'est la vitesse des deux corps. Que $B = 2C$, on a $Z = \frac{2}{3} V$.

Si $B = C$, $V' = 0$, comme dans la sixième : $X = 0$, $Y = V$. B est réduit au repos, et C prend sa vitesse. Cette loi est donc fausse.

Si B et C vont dans le même sens, les formules :

$$X = \frac{2CV' + BV - CV}{B+C}, \quad Y = \frac{2BV + CV' - BV'}{B+C},$$

montrent par la discussion que la septième, déduite de ce cas, est également fausse.

Ainsi Descartes n'a rencontré juste que dans la première et dans la cinquième loi, encore faut-il entendre des corps qui ne rejaillissent point, ce qu'il dit de ceux qui rejaillissent. Mais dans une lettre antérieure de quatre ans à son livre des *Principes*, il résout le problème du choc de deux corps quelconques sans ressort, lorsque l'un est en repos. « Quand j'ai dit, écrit-il à Mersenne, qu'une boule qui en rencontre une autre qui lui est double en grosseur lui doit donner les deux tiers de son mouvement, cela s'entend afin qu'elle se joigne à elle, et qu'elles se meuvent ensemble après cela, et qu'elles soient parfaitement dures et sur un plan parfaitement poli, etc. D'où il est facile à calculer, suivant la loi de la nature, que j'ai tantôt touchée,

à savoir, que si un corps en meut un autre, il doit perdre autant de son mouvement qu'il lui en donne; car si A et B se meuvent ensemble, chaque moitié de B a autant de mouvement que A, et ainsi B a deux tiers et A un tiers de tout le mouvement qui était auparavant en A seul (1). » Suivant Descartes, le mouvement du corps choquant se distribue entre les deux proportionnellement à leur grandeur, et c'est ce que donne :

$$Z=\frac{BV+CV'}{B+C},$$

lorsque V ou V' est nul. Se corrigeant lui-même dans la quatrième et la sixième loi, il ne faut l'accuser d'erreur que pour la deuxième, la troisième et septième.

On n'a pas dû entendre sans étonnement Descartes assurer, dans la quatrième loi, qu'un corps qui en choque un autre plus grand en repos, ne le meut point et rebrousse chemin. Il attribue l'effet contraire, chaque jour prouvé par l'expérience, à l'air ou à quelque autre fluide qui environne le corps en repos, et qui, selon lui, le dispose à être mu fort aisément. S'il n'y a rien autour de lui, il restera immobile, quelle que soit la vitesse du corps choquant. « D'autant, ajoute-t-il, que B ne saurait pousser C, sans le faire aller

(1) *Œuv.*, t. VIII, p. 382.

aussi vite qu'il irait lui-même par après, il est certain que C doit d'autant plus résister, que B vient plus vite vers lui, et que sa résistance doit prévaloir à l'action de B, à cause qu'il est plus grand que lui. Ainsi, par exemple, si C est double de B, et que B ait trois degrés de mouvement, il ne peut passer C, qui est en repos, si ce n'est qu'il lui en transfère deux degrés, à savoir un pour chacune de ses moitiés, et qu'il retienne seulement le troisième pour soi, à cause qu'il n'est pas plus grand que chacune des moitiés de C, et qu'il ne peut aller par après plus vite qu'elles. Tout de même si B a trente degrés de vitesse, il faudra qu'il en communique vingt à C; s'il en a trois cents, qu'il en communique deux cents, et ainsi toujours le double de ce qu'il retiendra pour soi. Mais puisque C est en repos, il résiste dix fois plus à la réception de vingt degrés qu'à celle de deux, et cent fois plus à la réception de deux cents; en sorte que, d'autant plus que B a de vitesse, d'autant plus trouve-t-il en C de résistance; et parce que chacune des moitiés de C a autant de force pour demeurer en son repos que B en a pour la pousser, et qu'elles lui résistent toutes deux en même temps, il est évident qu'elles doivent prévaloir à le contraindre de rejaillir. De façon que de quelque vitesse que B aille vers C, ainsi en repos et plus grand que lui, jamais il ne

peut avoir la force de la mouvoir (1). » Un an après, Descartes donne des raisons semblables à Clerselier, qui lui avait adressé des observations (2). Elles ne souffrent point de réplique, si on lui accorde le fondement où il les appuie, que le repos a une force. A cette force il rapporte aussi la dureté des corps (3).

Il croit que le repos a de la force comme le mouvement, parce qu'il le suppose aussi l'effet direct de la volonté divine (4). Malebranche emploie le dernier chapitre du dernier livre de la Recherche de la Vérité à le réfuter; et cette réfutation est d'autant plus décisive, qu'ils partent tous deux du même principe, que Dieu fait tout dans les corps ou que par eux-mêmes ils sont purement passifs. « Il peut se faire, lui dit-il, que Dieu veuille que chaque chose demeure en l'état où elle est, soit qu'elle soit en repos, ou qu'elle soit en mouvement, et que cette volonté soit la puissance naturelle qu'ont les corps pour demeurer dans l'état où ils ont été une fois mis... Cependant je n'ai point de preuve certaine que Dieu veuille, par une volonté positive, que les corps demeurent en repos, et il semble qu'il suffit que

(1) *Princ.*, part. II, art. 49.
(2) *Œuv.*, t. IX, p. 195.
(3) *Princ.*, part. II, art. 54.
(4) *Ibid.*, art. 36, 37, 43.

Dieu veuille qu'il y ait de la matière, afin que non-seulement elle existe, mais aussi afin qu'elle existe en repos.

« Il n'en est pas de même du mouvement, parce que l'idée d'une matière mue renferme certainement deux puissances ou efficaces auxquelles elle a rapport, savoir celle qui l'a créée et de plus celle qui l'a agitée. Mais l'idée d'une matière en repos ne renferme que l'idée de la puissance qui l'a créée, sans qu'il soit nécessaire d'une autre puissance pour la mettre en repos, puisque si on conçoit simplement de la matière, sans songer à aucune puissance, on la concevra nécessairement en repos. C'est ainsi que je conçois les choses; j'en dois juger selon mes idées, et selon mes idées, le repos n'est que la privation du mouvement; je veux dire que la force prétendue qui fait le repos n'est que la privation de celle qui fait le mouvement, car il suffit, ce me semble, que Dieu cesse de vouloir qu'un corps soit mu, afin qu'il cesse de l'être et qu'il soit en repos. »

« En effet, la raison et mille et mille expériences m'apprennent que si de deux corps égaux en masse, l'un se meut avec un degré de vitesse et l'autre avec un demi-degré, la force du premier sera double de la force du second. Si la vitesse du second n'est que le quart, la centième, la millionième partie de celle du premier, le second n'aura que le quart,

la centième, la millionième partie de la force du premier. D'où il est aisé de conclure que si la vitesse du second est infiniment petite, ou enfin nulle, comme dans le repos, la force du second sera infiniment petite, ou enfin nulle, s'il est en repos. Ainsi il me paraît évident que le repos n'a nulle force pour résister à celle du mouvement. »

D'après Montucla, l'extrait suivant d'une lettre de Descartes, de 1638 (1), prouverait que telle avait été autrefois son opinion. « Je ne reconnais, dit-il, aucune inertie ou tardivité naturelle dans les corps, et crois que lors seulement qu'un homme se promène, il fait tant soit peu mouvoir toute la masse de la terre, à cause qu'il en charge maintenant un endroit, et après un autre. Mais je ne laisse pas d'accorder que les plus grands corps, étant poussés par une même force, comme les plus grands bateaux par un même vent, se meuvent toujours plus lentement que les autres, ce qui serait peut-être assez, sans avoir recours à cette inertie naturelle, qui ne peut aucunement être prouvée (2). » On désirerait que ces lignes eussent le sens que leur prête Montucla, car il vaut mieux se contredire et sortir de l'erreur qu'être conséquent et y rester. Mais cette tardivité que Descartes repousse des corps, est une tardivité qui

(1) *Œuv.*, t. VIII, p. 37.

(2) *Hist. des math.*, t. II, p. 211.

serait inhérente à leur constitution, et que pour cela il appelle naturelle, et nullement la tardivité qui résulterait de la volonté immédiate de Dieu sur eux. Quant à l'ébranlement de la terre, causé par les pas d'un homme moindre qu'elle, il est clair que Descartes l'entend de l'agitation intérieure des parties ou molécules plus petites que l'homme, et il reste fidèle au principe que le repos résiste par lui-même.

« Képler, et après lui Descartes dans ses lettres, ont parlé, dit Leibnitz, de *l'inertie naturelle des corps;* et c'est quelque chose qu'on peut considérer comme une parfaite image et même un échantillon de la limitation originale des créatures, pour faire voir que la privation fait le formel des imperfections et des inconvénients qui se trouvent dans la substance... La matière est portée originairement à la tardivité ou à la privation de vitesse, non pour la diminuer par soi-même, quand elle a déjà reçu cette vitesse, car ce serait agir; mais pour modérer par sa réceptivité l'effet de l'impression, quand elle le doit recevoir (1). » Pour comprendre qu'aux yeux de Leibnitz la matière n'agit pas, il faut se souvenir qu'en rétablissant l'activité dans les créatures, il l'a exclue de la partie de leur existence, qui tombe sous les sens, c'est-à-dire de la matière. Ainsi c'est à

(1) *Théod.*, art. 30.

l'imperfection des corps qu'il attribue la puissance de résister ! Au moins Descartes remontait à la volonté de Dieu ou à une chose réelle pour investir le repos du pouvoir de résistance ; Leibnitz le dérive du néant. Est-il besoin de dire que le repos est un état d'équilibre entre des forces égales qui agissent en sens contraires, et par conséquent que la moindre force qui survient doit le rompre ? Mais les corps se composent d'activité et d'étendue ; plus ils ont d'étendue ou de masse, plus ils renferment d'activité intérieure, plus donc il faut de force extérieure afin de les mouvoir. C'est pourquoi, bien qu'à la rigueur la plus petite force meuve les plus grands corps, elle communiquera deux fois, trois fois plus de vitesse à un corps deux fois, trois fois moindre.

Descartes fonde encore ses lois sur ce principe, que la même quantité de mouvement se conserve dans l'univers. Principe erroné sans doute, mais qui regorge de vérité, si j'ose le dire ; principe contre lequel se sont élevés tant de cris, mais devant lequel tombe d'admiration quiconque sait le comprendre.

« Il faut que nous considérions la cause du mouvement ; et parce qu'elle peut être prise en deux façons, nous commencerons par la première et plus universelle, qui produit généralement tous les mouvements qui sont au monde ; nous consi-

dérerons par après l'autre, qui fait que chaque partie de la matière en acquiert, qu'elle n'avait pas auparavant.

« Pour ce qui est de la première, il me semble qu'il est très-évident qu'il n'y en a point d'autre que Dieu qui, par sa toute-puissance, a créé la matière avec le mouvement et le repos de ses parties, et qui conserve maintenant en l'univers, par son concours ordinaire, autant de mouvements et de repos qu'il y en a mis en le créant. Car bien que le mouvement ne soit qu'une façon en la matière qui est mue, elle en a pourtant une certaine quantité qui n'augmente et ne diminue jamais, encore qu'il y en ait tantôt plus et tantôt moins en chacune de ses parties. C'est pourquoi, lorsqu'une partie se meut deux fois plus vite qu'une autre, et que cette autre est deux fois plus grande que la première, nous devons penser qu'il y a tout autant de mouvement dans la plus petite que dans la plus grande; et que toutes fois et quantes que le mouvement d'une partie diminue, celui de quelque autre partie augmente à proportion. Nous connaissons aussi que c'est une perfection en Dieu, non-seulement de ce qu'il est immuable en sa nature, mais encore de ce qu'il agit d'une façon qu'il ne change jamais : tellement qu'outre les changements que nous voyons dans le monde, et ceux que nous croyons, parce que Dieu les a révélés, et que nous savons

arriver ou être arrivés en la nature, sans aucun changement de la part du Créateur, nous ne devons point en supposer d'autres en ses ouvrages, de peur de lui attribuer de l'inconstance; d'où il suit que puisqu'il a mu en plusieurs façons différentes les parties de la matière lorsqu'il les a créées, et qu'il les maintient toutes en la même façon et avec les mêmes lois qu'il leur a fait observer en leur création, il conserve incessamment en cette matière une égale quantité de mouvement.

« De cela aussi, que Dieu n'est point sujet à changer et qu'il agit toujours de la même sorte, nous pouvons parvenir à la connaissance de certaines règles, que je nomme les lois de la nature, et qui sont les causes secondes des divers mouvements en tous les corps (1). »

Ces lois, que Descartes appelle les causes secondes de la nature, sont la loi d'inertie, la loi en ligne droite, la loi de la composition du mouvement courbe, et les sept lois de la communication du mouvement, que nous avons examinées. Or, elles ne contribuent point à produire le mouvement, elles ne sont que les manières dont il est produit, que les occasions suivant lesquelles il paraît et se distribue. Les esprits créés n'y contribuent pas davantage, étant seulement ca-

(1) *Princ.*, part. II, art. 36 et 37.

pables de changer la direction (1). Il en résulte que, hors les miracles, la quantité de mouvement que Dieu a mise dans l'univers ne doit ni diminuer ni augmenter; car il répugne ou que Dieu n'en ait pas d'abord su la mesure convenable, ou qu'il n'ait pu la fournir, et qu'il soit obligé de venir, après coup, ajouter ou retrancher. Descartes est d'accord avec ses idées sur la cause première, sur les causes secondes et le pouvoir de l'âme sur le corps, précédemment exposées, ou, pour mieux dire, ce sont ces idées mêmes appliquées à la question présente.

En dernier terme, la conservation de la même quantité de mouvement implique la passivité des corps et l'impuissance des esprits créés à les mouvoir. Aussi est-elle rejetée par Leibnitz, qui supposant les corps actifs, lui substitue la conservation de la même quantité de forces (2). La force, qui ne produit point toujours son effet entier, peut ne pas changer, et, selon les circonstances, donner plus ou moins de mouvements. Cependant, pour qu'elle soit constante, il faut que tous les corps et même tous les esprits, si on l'entend de l'univers moral comme de l'univers physique, ainsi que Leibnitz paraît le faire, aient été créés à la fois, et qu'aucun

(1) *Œuv.*, t. X, p. 540.
(2) *Oper.*, t. III, p. 180.

ne périsse. Savoir si tous les esprits et tous les corps reçurent l'être à l'origine, et si les corps subsistent indestructibles, comme il le prétend, c'est une question insoluble à la philosophie, et que nous ne perdrons pas le temps à discuter. Disons seulement que le contraire est plus vraisemblable et généralement admis.

Que Descartes toutefois n'ait point l'idée de l'égale quantité de mouvement, il n'ira jamais à concevoir que le mouvement se communique dans des proportions déterminées. Cette seconde idée est manifestement la suite de la première, qui préside même au calcul des lois du choc, où le mouvement est censé passer, en totalité ou en partie, d'un corps à l'autre, sans éprouver dans le résultat ni augmentation ni perte. Deux corps égaux se choquant avec des vitesses égales, rejaillissent chacun avec sa vitesse; inégaux et les vitesses égales, le moindre seul se réfléchit, et ils vont ensemble du même côté, avec la vitesse qu'ils avaient avant le choc; égaux et les vitesses inégales, le plus lent seul rebrousse chemin, et ils vont ensemble du même côté, avec une vitesse commune, moitié de celle qu'ils avaient avant le choc; inégaux et le plus grand en repos, l'autre rejaillit sans lui imprimer aucun mouvement. Il est inutile de répéter ici toutes ces lois; on voit qu'après la percussion, la quantité de mouvement reparaît toujours

égale à ce qu'elle était avant. Nul doute que ce n'est point vrai dans tous les cas. Deux corps durs ou deux corps mous, qui vont à l'encontre l'un de l'autre, peuvent être réduits au repos par le choc. Mais combien il importe peu que Descartes soit induit en quelques erreurs, pour une idée à laquelle il doit de comprendre qu'il existe de semblables lois et d'en saisir plusieurs !

L'exemple de deux corps qui s'immobilisent dans le choc ne prouve point que le mouvement diminue ; il se décompose et passe du tout aux parties qui sont agitées à l'intérieur par la secousse. C'est ce que veut dire Descartes lorsqu'il parle d'un homme qui, en se promenant, fait tant soit peu mouvoir toute la masse de la terre (1), et d'une pierre qui, en tombant, si elle ne rejaillit point, ébranle la terre qu'elle a frappée et lui transfère son mouvement (2).

Leibnitz explique aussi de cette façon, contre Clarke, la conservation de la même quantité de force (3). Clarke nie le fait, « parce que les parties des corps tout à fait durs et non élastiques ne sont susceptibles d'aucun trémoussement, faute de ressort (4). » Mais où Clarke a-t-il pris dans la nature

(1) *OEuv.*, t. VIII, p. 37.
(2) T. X, p. 129.
(3) *Op.*, t. II, p. 164.
(4) *Ibid.*, p. 186.

des corps parfaitement durs et sans élasticité?

En général, Newton et ses partisans, Clarke et Maclaurin, ne rejettent ces mouvements intestins que parce qu'ils nient la subdivision des parties dans les corps (1), et qu'ils les supposent composés d'éléments indivisibles et privés de tous pores (2). « Il me semble très-probable, dit Newton, qu'au commencement Dieu forma la matière en particules solides, massives, dures, impénétrables, mobiles, de telles grandeurs et figures, avec telles autres propriétés, en tel nombre, en telle quantité, et en telle proportion à l'espace, qui convenaient le mieux à la fin pour laquelle il les formait; et que par cela même que ces particules primitives sont solides, elles sont incomparablement plus dures qu'aucun des corps poreux qui en sont composés; et si dures, qu'elles ne s'usent ni ne se rompent jamais, rien n'étant capable, selon le cours ordinaire de la nature, de diviser en plusieurs parties ce qui a été fait originairement un par la disposition de Dieu lui-même. Tandis que ces particules continuent dans leur entier, elles peuvent constituer dans tous les siècles des corps d'une même nature et contexture; mais si elles venaient à s'user ou à être mises en pièces, la na-

(1) *Exposit. des découv. phil. de Newton*, par Maclaurin, liv. I, ch. IV, art. 5, trad. de Lavirotte.

(2) *Ibid*. liv. II, ch. II, art. 5.

ture des choses, qui dépend de ces particules telles qu'elles ont été faites d'abord, changerait infailliblement. L'eau et la terre, composées de vieilles particules usées et de fragments de ces particules, ne seraient pas à présent de la même nature et contexture que l'eau et la terre qui auraient été composées au commencement de particules entières. Et par conséquent, afin que la nature puisse être durable, l'altération des êtres corporels ne doit consister qu'en différentes séparations, nouveaux assemblages et mouvements de ces particules permanentes; les corps composés étant sujets à se rompre, non par le milieu de ces particules solides, mais dans les endroits où ces particules sont jointes ensemble et ne se touchent que par un petit nombre de points (1). » Huyghens croit aussi nécessaires des atomes d'une dureté infinie (2). La nature des choses n'aurait rien d'immuable en effet si, comme l'enseigne Descartes, l'union de leurs parties ne consistait que dans le repos, et si ces parties n'étaient déterminées que par le mouvement, et ne différaient que de grandeur et de figure. Mais dès l'instant qu'on les suppose constituées d'étendue et d'activité, la force propre

(1) *Opt.*, quest 31, trad. de Coste.

(2) *Christiani Hugenii aliorumque sæculi* XVII *virorum celebrium exercitationes mathemat. et philos.*, 1833, p. 134.

que chacune possède suffit pour la maintenir dans l'état que la nature exige. Les atomes se trouvent aussi inutiles en physique, qu'inadmissibles en philosophie.

Maclaurin affirme qu'il « ne connaît dans un corps d'autre façon de perdre sa force qu'en la communiquant à un autre (1). » « Il peut paraître d'abord, dit Carnot, que cela doit souffrir exception dans le cas où il y a des points fixes dans le système; mais le fait est que, dans la nature, il n'existe réellement aucun point véritablement fixe. Ces points, regardés comme fixes, pour la facilité des calculs, ne sont que des masses très-considérables, et qu'on regarde comme infinies à l'égard des autres corps du système. Ainsi le point d'appui sur lequel tourne un levier est lié au globe de la terre, il est censé ne faire qu'un avec elle, il paraît fixe et ne l'est pas, et les quantités de mouvement perdues par les corps suspendus à ce levier sont gagnées par le globe même de la terre, où elles deviennent insensibles et inappréciables pour nous. Ce qui fait que nous regardons ce point d'appui comme réellement fixe et capable de détruire les forces qui lui sont imprimées, et qu'on est obligé, en mécanique, de tenir compte de ces forces, comme si elles dérogeaient, en effet, à cette éga-

(1) *Exposit.*, liv. II, ch. II, art. 5

lité constante entre l'action et la réaction en sens contraire (1). »

Concluons que le mouvement, encore moins la force, ne périt point dans le choc des corps, mais que Descartes a eu tort de croire que, dans chacune de ses lois, il se conserve sous la même forme. Ce qui n'empêche pas que la quantité de mouvement varie dans la nature. Puisque les corps sont actifs, et qu'il n'agissent pas toujours, il y en a tantôt plus, tantôt moins. Rien de plus sensible chez les animaux et chez l'homme. Comme on ne peut guère supposer que tous les corps aient été créés en même temps, ni que ceux de l'homme et des animaux ne meurent qu'en apparence, on est obligé d'avouer que la force aussi augmente et diminue. Newton et Clarke, qui, dans le choc, nient la décomposition du mouvement des corps en mouvements latents de leurs parties, soutiennent que le mouvement diminue sans cesse dans l'univers, et qu'il faut que Dieu l'y rétablisse (2). La conséquence est juste, mais si étrange qu'elle aurait dû leur ouvrir les yeux sur la fausseté du principe. Au reste elle s'accorde avec ce que dit Newton, que « *les irrégularités produites par l'attraction entre les corps célestes seront sujettes à augmenter jusqu'à ce*

(1) *Principes de l'équilibre et du mouvement*, p. 63.

(2) *Opt.*, quest. 31, p. 588. — *Op. Leib.*, t. II, part. I, p. 127, 186.

que ce système ait besoin d'être réformé (1). « Ils ont, dit Leibnitz, une plaisante idée des ouvrages de Dieu. Selon eux, Dieu a besoin de remonter de temps en temps sa montre, autrement elle cesserait d'agir. Il n'a pas eu assez de vue pour en faire un mouvement perpétuel. Cette machine de Dieu est même si imparfaite, selon eux, qu'il est obligé de la décrasser de temps en temps par un concours extraordinaire, et même de la raccommoder, comme un horloger son ouvrage ; qui serait d'autant plus mauvais maître, qu'il sera plus souvent obligé d'y retoucher et d'y corriger. Selon mon sentiment, la même force et la même vigueur y subsistent toujours et passent seulement de matière en matière, suivant les lois de la nature et le bel ordre préétabli. Et je tiens, quand Dieu fait des miracles, que ce n'est pas pour soutenir les besoins de la nature, mais pour ceux de la grâce. En juger autrement, ce serait avoir une idée fort basse de la sagesse et de la puissance de Dieu (2). » Déjà le calcul prouve que les perturbations des astres se compensent, et fait justice de la prétendue nécessité d'une main réparatrice ; bientôt les études microscopiques, le calcul des fluides invisibles, celui des mouvements internes des parties des corps, dont, pour le dir

(1) « Donec hæc naturæ compages manum emendatricem tandem sit desideratura. » *Opt.*, quest. 31, p. 577.

(2) *Op.*, t. II, part. I, p. 110.

en passant, M. Poisson s'occupait à la veille de sa mort, mettront aussi au néant la nécessité imaginaire d'une création périodique de nouvelles forces.

Leibnitz ne se borne pas à conclure de la notion de la force que la quantité de celle-ci dans le monde diffère de la quantité du mouvement; en 1686, il le prouve par l'évaluation qu'il en fait. « Selon M. Descartes et les autres mathématiciens, il ne faut pas moins de force pour élever un corps d'une livre à la hauteur de quatre aunes, que pour élever un corps de quatre livres à la hauteur d'une aune; d'où il suit que le simple tombant de la hauteur quadruple, acquiert précisément la même force que le quadruple tombant de la hauteur simple; car l'un et l'autre acquerraient une telle force, que les obstacles externes étant ôtés, ils pourraient remonter d'où ils seraient descendus. De plus, Galilée a démontré que la vitesse qu'un corps acquiert, en tombant de la hauteur de quatre aunes, est le double de la vitesse qu'il acquiert en tombant de la hauteur d'une aune. Multipliant donc le corps d'une livre par sa vitesse, c'est-à-dire 1 par 2, le produit ou la quantité du mouvement sera comme 2, et multipliant le corps 4 par sa vitesse, c'est-à-dire 4 par 1, le produit, ou la quantité du mouvement sera comme 4 ; donc l'une de ces quantités est la moitié de l'autre, quoique peu auparavant les for-

ces aient été trouvées égales, les forces, dis-je, que M. Descartes ne distingue point des quantités du mouvement(1).» D'où il suit «qu'en cas qu'on suppose que toute la force d'un corps de quatre livres, dont la vitesse (qu'il a, par exemple, allant dans un plan horizontal, de quelque manière qu'il l'ait acquise) est d'un degré, doit être donnée à un corps d'une livre, celui-ci recevra, non pas une vitesse de quatre degrés, suivant le principe cartésien, mais de deux degrés seulement, parce qu'ainsi les corps ou poids seront en raison réciproque des hauteurs auxquelles ils peuvent monter en vertu des vitesses qu'ils ont; or, ces hauteurs sont comme les carrés des vitesses. Et si le corps de quatre livres, avec sa vitesse d'un degré qu'il a dans le plan horizontal, allant s'engager par rencontre au bout d'un pendule ou fil perpendiculaire, monte à la hauteur d'un pied, celui d'une livre aura une vitesse de deux degrés, afin de pouvoir (en cas d'un pareil engagement) monter jusqu'à quatre pieds: Mais si ce corps d'une livre devait recevoir 4 degrés de vitesse, suivant Descartes, il pourrait monter à la hauteur de seize pieds; et par conséquent la même force qui pouvait élever quatre livres à un pied, transférée sur une livre, la pourrait élever à seize pieds. Ce qui est impossible, car l'effet

(1) *Oper.*, t. III, p. 180, trad. libre par l'abbé de Conti. *Ibid.*, p. 183.

est quadruple. Ainsi on aurait gagné et tiré du rien le triple de la force qu'il y avait auparavant... (1). Ainsi *il ne se garde pas la même quantité de mouvement, mais il se garde la même quantité de force* (2). »

C'est là cette *force vive* aux bruyants et longs débats, dont la discussion ne fut un temps écartée que par lassitude, et que les applications de la mécanique à l'industrie viennent de remettre en scène. L'abbé de Conti répond aussitôt à Leibnitz, que le corps d'une livre montant à la hauteur de quatre pieds dans un temps comme 2, tandis que le corps de quatre livres monte à la hauteur d'un pied dans un temps comme 1, il n'est pas étrange que la quantité de mouvement du premier soit deux fois moindre que celle du second (3). Leibnitz réplique que le temps n'y fait rien pour connaître la force ou quantité de mouvement acquise par un corps en descendant; qu'il suffit de savoir la hauteur, car le temps varie selon que la ligne de descente est plus ou moins inclinée (4). Newton, 1715, reproduit, par la bouche de Clarke, la raison de l'abbé de Conti (5). La mort empêche Leibnitz de

(1) *Ibid.*, p. 197.

(2) *Ibid.*, p. 201.

(3) *Ibid.*, p. 183.

(4) *Ibid.*, p. 202.

(5) Note sur le 95e paragraphe de la réplique de Clarke à Leibnitz, dans les œuvres de celui-ci, t. II, p. 183.

se défendre. Exprimée ou sous-entendue, cette raison est le fondement des autres.

« Les adversaires de M. Leibnitz, observe Jean Bernoulli, ne lui passèrent pas son hypothèse touchant les hauteurs qu'il prétendait être la mesure des forces. Ils formèrent des instances et soutinrent, entre autres choses, qu'on ne devait point négliger le temps que le poids emploie à parcourir la hauteur à laquelle il monte; qu'un poids, par exemple, qui, avec une vitesse double s'élève à une hauteur quadruple, ne doit être censé avoir qu'une force double, parce qu'il emploie un temps double à monter. Ces messieurs crurent être fondés à soutenir que, dans l'estimation des forces, il fallait avoir égard non-seulement aux hauteurs, mais aussi aux temps, persuadés que la force des corps était en raison composée de la raison directe de la hauteur et de la raison inverse du temps. Ils ne réfléchissaient pas que la considération du temps n'était d'aucune conséquence dans le sujet de leur dispute, puisqu'il était facile de faire monter le corps pesant à différentes hauteurs en des temps égaux; on n'a pour cela qu'à se servir d'une cycloïde renversée, dont on sait que tous les arcs, à commencer depuis le point le plus bas, sont *isochrones*, ou parcourus en des temps égaux (1). »

(1) *Disc. sur les lois de la communication du mouvement*, ch. 5, art. 13.

D'Alembert, 1743, prétend que ce n'est ni par l'espace, ni par le temps, qu'on doit estimer immédiatement la force, mais par les résistances. Envisage-t-on leur quantité absolue, la force est proportionnelle au carré de la vitesse, puisque dans le mouvement retardé le nombre des obstacles vaincus est comme le carré de la vitesse. N'envisage-t-on que la somme des résistances, la force est proportionnelle à la vitesse simple, puisque la quantité de mouvement, perdue à chaque instant, est comme le produit de la résistance par la durée infiniment petite de l'instant, et que la somme de ces produits est la résistance totale (1). Mais il reste à savoir s'il est loisible de mesurer la force de l'une ou de l'autre manière, et à marquer nettement la différence qui les sépare ou qui existe entre *la quantité absolue des obstacles et la somme de leurs résistances*. On cherche en vain dans l'auteur quelque chose de satisfaisant; le cas des ressorts, sur lequel il argumente, est trop particulier. Néanmoins nous verrons qu'il met presque le doigt sur le point par où la question doit se résoudre.

Franchissons un demi-siècle et écoutons Carnot. « L'expérience, dit-il, prouve que les hommes, les animaux et autres agents de cette nature, peuvent exercer des forces comparables à celles des

(1) *Dynamique.*, disc. prélim., p. 18.

poids, soit en effet par leurs propres poids, soit par les efforts spontanés dont ils sont capables. Or, il se présente deux manières aussi naturelles l'une que l'autre d'évaluer l'action qu'ils exercent effectivement. L'une consiste à voir quel fardeau un homme, par exemple, peut porter, ou quel effort évalué en poids il peut soutenir, tout demeurant en repos. Alors la force de cet homme est une force de pression équivalente à tel ou tel poids.

« La seconde méthode est d'examiner l'ouvrage qu'il est en état de faire dans un temps donné, dans un jour, par exemple, par un travail suivi. Sous ce point de vue, pour arriver, comme dans le premier cas, à une évaluation précise, nous pouvons encore comparer le résultat de son travail à l'effet de la pesanteur ; car il est naturel d'évaluer ce travail, et par le poids qu'il peut élever dans un temps donné, et par la hauteur à laquelle il élève ce poids. C'est ainsi qu'on l'entend, lorsqu'on dit qu'un cheval équivaut, pour la force, à sept hommes ; on ne veut pas dire que si sept hommes tiraient d'un côté et le cheval de l'autre, il y aurait équilibre, mais que dans un travail suivi, le cheval à lui seul élèvera, par exemple, autant d'eau du fond d'un puits à une hauteur donnée, que les sept hommes ensemble pendant le même temps. Quand on emploie des ouvriers, l'intérêt est de savoir ce qu'ils peuvent faire de travail dans un genre ana-

logue à celui dont on vient de parler, bien plus que de savoir les fardeaux qu'ils pourraient porter sans bouger de place. Cette nouvelle manière d'envisager les forces est donc au moins aussi naturelle et aussi importante que la première. Et comme il est sensible qu'élever un poids de 100 kilog. à 1,000 mètres de hauteur est la même chose, dans cette manière d'évaluer les forces, qu'élever 200 kilog. à 500 mètres seulement : il suit que les forces, sous ce nouveau point de vue, doivent être considérées comme en raison directe des poids à élever, et des hauteurs auxquelles il faut les porter, ou autres travaux comparables à celui-là (1). » Dans le premier cas, l'auteur est conduit à prendre la vitesse ; dans le second, le carré de la vitesse. Les deux manières d'évaluer les forces sont ici parfaitement distinctes, mais on peut demander, comme chez d'Alembert, s'il est indifférent d'employer l'un, ou l'autre.

Selon M. Cournot, qui résume les considérations émises par M. Coriolis dans son *calcul de l'effet des machines*, 1829 ; selon M. Cournot, « ce qui nous intéresse dans une force d'impulsion, ce n'est pas la vitesse initiale communiquée au corps, mais la distance à laquelle un corps de masse donnée... pourra être transporté dans un temps donné en

(1) *Princ. de l'équilibre et du mouvement*, art. 55, ann. 1803.

vertu de la force d'impulsion (1). » Considérée de la manière la plus générale, l'idée de M. Cournot, idée dont il ne se rend peut-être pas bien compte, nous semble être qu'il faut distinguer dans la force l'effet successif de l'effet momentané. L'effet successif étant de même nature que l'élévation d'un poids à une certaine hauteur, la force y est proportionnelle au carré de la vitesse; l'effet instantané étant de même nature que la pression, dont l'effort périt et renaît sans cesse, la force y est proportionnelle à la simple vitesse. Dans une pièce d'artillerie, par exemple, s'il s'agit de tel degré de vitesse, la force sera comme la vitesse; s'il s'agit d'un but déterminé, elle sera comme le carré de la vitesse.

De là il suit que Leibnitz se trompait en voulant toujours la mesurer de cette dernière façon. Cependant il regarde comme « une loi de la nature la plus universelle et la plus inviolable, qu'il *y a toujours une parfaite équation entre la cause pleine et l'effet entier*; loi qui ne dit pas seulement que les effets sont proportionnels aux causes, mais de plus que chaque effet entier est équivalent à sa cause (2). » Or, pouvait-il ne pas songer qu'il y a une infinité de rencontres où l'on ne considère

(1) Dernier chap. de la *Mécan. de Kater*, art. 400, ann. 1834.

(2) *Op.*, t. III, p. 197.

qu'une circonstance de l'effet, et dès lors il serait absurde de l'employer à évaluer la cause pleine, c'est-à-dire la force. Faute d'une pareille réflexion, il s'embarrassait dans le cas suivant : « Quoiqu'un corps 2 avec une vitesse 1, et un corps 1 avec une vitesse 2, s'arrêtent ou s'empêchent mutuellement d'avancer, néanmoins si le 1 peut élever une livre à deux pieds de hauteur, le 2 pourra élever une livre à quatre pieds de hauteur. Ce qui est paradoxe, mais indubitable après ce que nous venons de dire (1). » Il est évident que le corps 2 se trouve arrêté par le corps 1 avant d'avoir déployé toute la force qui l'anime, c'est-à-dire, pour appliquer ici la distinction fondamentale que nous avons établie, que la force de ce corps, ainsi que celle du corps 1, ne sont évaluées que par un effet instantané ; et parce qu'elles y sont égales, faut-il qu'elles le soient dans leur effet successif, qui en diffère essentiellement?

Les adversaires de Leibnitz erraient bien plus encore que lui, puisqu'ils rejetaient dans tous les cas l'évaluation par le carré. Celles de leurs objections auxquelles on n'a jamais répondu d'une manière satisfaisante tombent sur des effets instantanés. Prenons-en une au hasard, de Maclaurin. « Que deux personnes, dit-il, l'une sur un vaisseau qui s'a-

(1) *Ibid.*, p. 199.

vance avec un mouvement uniforme et une vitesse comme 2, l'autre en repos sur le bord de la mer, jettent deux corps égaux A et B, avec des efforts égaux, dans la direction du mouvement du vaisseau, et que le corps B, qui était en repos, gagne une vitesse comme 8, le corps A s'avancera dans le vaisseau avec une vitesse comme 8 aussi, et dans l'air avec une vitesse comme 10, somme de la vitesse du vaisseau et de sa vitesse respective dans le vaisseau. La force du corps A avant qu'il eût cette augmentation, était comme 4, selon M. Leibnitz, sa vitesse ayant été comme 2. L'augmentation de la force qu'il reçoit est égale à celle du corps B, c'est-à-dire à 64 ; donc la force totale sera 64+4=68. Mais parce que la vitesse est comme 10, sa force doit être comme 100, et ces deux forces sont contradictoires. Ainsi leurs forces ne peuvent pas être comme les carrés de leurs vitesses (1). » Non, elles ne le peuvent pas être ici, puisqu'il n'est question que de l'intensité de la vitesse, et c'est avec raison que Maclaurin triomphe. Les partisans de Leibnitz, comme S'Gravesande (2), qui ont voulu montrer le carré dans le choc des corps, où il s'agit uniquement aussi de la vitesse, n'ont commis que des paralogismes.

(1) *Démonstration de la loi du choc des corps*, art. 9, ann. 1724.

(2) *Essai d'une nouvelle théorie du choc des corps*, 1722.

Nous entendons maintenant en quoi l'un des deux partis pouvait dire qu'on doit tenir compte du temps, et l'autre en quoi on ne le doit point. La nature de l'effet successif étant indépendante de telle ou telle durée, il est clair que le temps n'y entre point. Si M. Cournot parle du temps donné dans les lignes citées, ailleurs il avoue que cet élément n'entre pas essentiellement dans l'estimation du travail, considéré comme effet produit ou à produire (1). Mais comme cette nature exige une durée quelconque, puisque sans elle nulle succession possible, le temps, sous ce rapport, y entre nécessairement.

Leibnitz donc eut tort de ne distinguer que deux sortes de forces : la force *morte*, ou de pression, d'équilibre, laquelle tend à produire un mouvement et ne le produit pas, et la force *vive*, qui le produit (2). Il devait encore distinguer dans la force vive celle qui à chaque instant produit son effet tout entier, et celle qui ne le produit que successivement, c'est-à-dire, la force vive simple, qui rend sans cesse tout ce qu'elle a, et la force vive proprement dite, qui ne le rend que par degré. La

(1) *Ibid.*, art 419.

(2) « Vis dupla est : alia elementaris, quam et *mortuam* appello, quia in ea nondum existit motus, sed tantum sollicitatio ad motum, qualis est globi in tubo, aut lapidis in funda, etiam dum adhuc vinculo tenetur ; alia vero vis ordinaria est, cum motu actuali conjuncta, quam voco *vivam*. » *Op.*, t. III, p. 318.

distance qui sépare la force vive proprement dite de la force vive simple, est analogue à celle qui sépare la force vive simple de la force morte. « La force vive, dit Leibnitz, est le résultat d'une infinité d'impressions non interrompues de la force morte (1). » De même la force vive proprement dite peut être considérée comme résultant d'une infinité d'impressions de la force vive simple, en d'autres termes, la force vive est proportionnelle à l'intégrale de l'impression ou effort de la force vive simple, et celle-ci à l'intégrale de l'effort de la force morte. Soit v la vitesse, on aura force morte comme dv, force vive simple comme sdv ou v, et force vive comme $svdv$ ou $\frac{1}{2}v^2$, ou, en transformant, comme v^2.

Lorsque l'on considère la force mouvante en soi, sans aucune application particulière, ce n'est que dans sa nature propre, manifestée par les deux effets dont nous venons de parler, qu'il faut en prendre la mesure. L'idée pourtant de la chercher dans la résistance conduisit d'Alembert, le premier, à comprendre qu'elle n'est pas toujours la même, et que chacune des deux valeurs qu'on prétendait lui assigner pouvait lui convenir, selon que l'on considérait la somme des résistances des

(1) « Ex infinitis vis mortuæ impressionibus continuatis nata est vis viva. » *Ibid.*

obstacles ou la quantité absolue de ces obstacles, dont l'une est proportionnelle à la vitesse, et l'autre au carré de la vitesse. Mais cette résistance n'étant qu'accidentelle pour la force, n'offrait point, je le répète, une véritable solution de la difficulté.

Nous venons de voir que l'idée de la quantité constante de mouvement dans l'univers a amené la découverte de la force vive, âme de la mécanique industrielle, et qui joue un si grand rôle dans la mécanique céleste ; qu'à la même idée est due celle qu'il y a des lois de communication du mouvement, et la découverte immédiate de quatre d'entre elles. Des huitième, neuvième et onzième propositions du traité *De motu corporum ex percussione* de Huyghens, 1669, il résulte qu'avant et après le choc, le centre commun de gravité est en repos, ou qu'il se meut de la même manière, et que la force vive n'a point changé. Plus tard, 1746, d'Arcy (1), Daniel Bernoulli (2) et Euler (3), aperçurent en même temps que lorsque plusieurs corps se meuvent autour d'un centre, si on multiplie la masse de chacun par l'aire que son rayon vecteur décrit, et qu'on ajoute ces produits, la somme est proportionnelle au temps. Fermat soutenait, d'après Héliodore, que la nature suit la voie

(1) *Mémoire de l'Académie des Sciences*. 1747.

(2) *Mém. de l'Académie de Berlin*, t. I, p. 54, an. 1746.

(3) *Opuscula mecanica*, 1.

la plus courte, Leibnitz la voie la plus facile; Maupertuis prétend qu'elle emploie le moins possible d'action, ce qui revient au même (1). Ces quatre aperçus développés ont formé les quatre grandes lois du mouvement d'un système de corps, savoir : *la conservation du centre de gravité, la conservation de la force vive, la conservation des aires, la moindre action*, lois qui ont leur application naturelle aux astres, dont elles régissent les mouvements dans leur ensemble. Le principe de moindre action se trouve dans Descartes. Les règles de la communication des mouvements « ne dépendent que d'un seul principe, qui est que lorsque deux corps se rencontrent qui ont en eux des modes incompatibles, il se doit véritablement faire quelque changement en ces modes, pour les rendre compatibles, mais que ce changement est toujours le moindre qui puisse être, c'est-à-dire que, si certaine quantité de ces modes étant changée, ils peuvent devenir compatibles, il ne s'en changera point une plus grande quantité. Et il faut considérer dans le mouvement deux divers modes, l'un est la motion seule ou la vitesse, et l'autre est la détermination de cette motion vers certain côté (2). » N'est-il pas clair que le *changement le moindre possible*

(1) *Mémoire de l'Acad.* 1744.
(2) *OEuv.*, t. IX, p. 197.

de vitesse et de direction dans le choc enferme le principe de moindre action?

Si donc, contre l'opinion de Descartes, il ne se conserve pas la même quantité absolue de mouvement dans l'univers, il s'en conserve la même quantité dans le même sens. Il se conserve la même quantité de force vive dans les mouvements astronomiques, c'est-à-dire dans les mouvements majeurs de la nature. Car il est aujourd'hui reconnu qu'emporté dans l'espace, notre système planétaire fait partie d'un système plus vaste, tournant avec d'autres systèmes solaires autour de leur centre commun de gravité. Celui-ci de même fait sans doute partie d'un autre, ainsi successivement, et tout se ramène à un système unique, qui embrasse la création entière. La force vive varie, il est vrai, mais périodiquement, et pour reprendre la même valeur, lorsque les systèmes repassent par la même position. Au reste, cette variation de la force vive ou du carré de la vitesse, prouve que la force elle-même ne varie pas, mais qu'elle se déploie plus ou moins, selon les besoins de la nature. Autrement d'où viendraient une pareille destruction et une renaissance pareille? Il se conserve la quantité moyenne de ces mouvements majeurs; cela ressort de la périodicité de la force vive, dont on vient de parler, et puis de la conservation des aires. La somme des produits des masses par les aires étant

proportionnelle au temps et à la moyenne distance, la vitesse est constante et le mouvement aussi. Enfin il s'y conserve la même économie d'action.

Voilà ce que portait l'idée d'égale quantité de mouvement dans l'univers, ou, pour aller au fond, l'idée que, sous cette infinité de phénomènes particuliers qui semblent se succéder au hasard, régnent des lois générales et immuables que saisit la géométrie.

Par la théorie du pendule (1) et par celle des forces centrales appliquée au cercle (2), Huyghens soumet au calcul le mouvement curviligne. Nous passons les attaques sans fondement de l'abbé Catalan contre sa détermination du centre d'oscillation. Newton, qui paraît aussi de son côté, dès 1665 ou 1666, avoir calculé le mouvement dans le cercle, l'étend en 1682 à une courbe quelconque (3). En 1689, Leibnitz, au moyen du calcul différentiel, le détermine dans les sections coniques (4). Lagrange (5) a remarqué qu'il prend la force centripète ou centrale sur la courbe polygone, et

(1) *De horologio oscillatorio*, 1673.

(2) *De vi centrifuga*, 1673, imprimé à la suite de l'ouvrage précédent.

(3) *Princ. math.*, liv. I. An. 1687.

(4) « Tentamen de motuum cœlestium causis. » *Op.*, t. III, p. 213.

(5) Manuscrits déposés à la bibliothèque de l'Institut, t. III, lettre E, analyse des forces centrales.

la force centrifuge sur la courbe rigoureuse. A en juger par le soin que d'Alembert se donne au commencement de sa dynamique, 1743, pour signaler la méprise que l'on peut commettre à cet égard, on doit croire qu'elle était alors assez commune. Cependant Leibnitz s'explique plus tard, 1706, peut-être d'après quelque observation qui lui a été faite. Il paraîtrait qu'il avait aussi mesuré la force centrifuge sur la courbe polygone. Par le *double* de l'effort centrifuge qu'il opposait à l'action de la gravité, il entendait l'effort centrifuge considéré dans la courbe polygone, et qui, en effet, est double du même effort considéré dans la courbe rigoureuse, puisqu'ici il répond au sinus-verse, et que là il répond à une ligne deux fois plus grande. Il resterait à voir s'il est permis d'évaluer, avec la courbe polygone, les forces centrales qui agissent d'une manière continue, et si d'ailleurs ce n'est pas tomber dans la chimère des infiniment petits. Mais cette discussion nous entraînerait trop loin (1).

(1) « Et si nihil in ipsa re, tamen aliquid in enunciatione nostra in melius mutari debere, quo veritatum concentus appareat absolutius. Nempe dicendum est, impressionem novam parentricam planetæ harmonice circulantis, simulque ad solem, vel ad aliud centrum gravitantis, constare ex conflictu gravitationis, et conatus centrifugi, simplici scilicet; non duplici, qui mihi ex incommoda Termini acceptione emerserat, cujus emendationem utilem puto, ut verba rebus quam optime consentiant. Certe gravitatio novam sollicitationem accedendi ad centrum, at conatus centrifu-

Peu de temps après, Jean Bernoulli trouve qu'un corps poussé ou sollicité par des forces dont la résultante ne passe point par le centre de gravité, reçoit un mouvement de translation et un mouvement de rotation (1). Maclaurin s'avise, 1742, de décomposer les forces parallèlement aux axes coordonnés. Dans la recherche du centre d'oscillation, Jacques Bernoulli s'était servi d'un principe que d'Alembert généralisa, 1743, et qui porte son nom. Euler détermina les moments d'inertie et les axes principaux de rotation. Mais ce fut Lagrange (2) qui donna l'expression analytique du mouvement d'un système de corps. Ce-

gus circulantis novam sollicitationem recedendi a centro censtituit, variantibus ambabus pro distantia a centro : et ipse conatus totalis inde resultans, in horum conatuum differentia consistit, sequiturque directionem prævalentis. Porro *conatus centrifugus circulantis* dupliciter accipi potest : vel pro eo, quem mobile exercet, si motus proxime præcedens concipiatur in tangente circuli, vel pro eo, quem mobile exercet, si motus proxime præcedens concipiatur in ipso arcu circulari. Hoc loco enim, ubi ad infinities infinite parva descenditur, angulus contactu negligi non debet. Prior conatus centrifugus locum revera habet initio circulationis, adeoque initialis quidem est, sed non durans ; posterior vero persistit, locumque habet in progressu circulationis. Illum vero, qui initialis est, dicemus *tangentialem*, hunc qui perdurat, *arcualem* : et posito æquali utrobique circulationis impetu, arcualis est duplus ipsius tangentialis ; cum hic representetur per sinum versum, ille per ejus duplum. Simpliciter autem nomine conatus centrifigi, arcualem accipere præstat, cum de circulatione planetæ (quippe dudum cœpta) agitur, et ita enim elegantior et rotundior enunciatio erit. » *Op.*, t. III, p. 400.

(1) « De collisione corporum irregularium. » *Op.*, t. IV, p. 27.

(2) *Mécanique analytique*, 1788.

pendant le mouvement de rotation n'a été exposé dans tout son jour qu'en ce siècle, par M. Poinsot, qui en a donné une théorie aussi simple et aussi pleine de lumière qu'elle est neuve.

Il serait intéressant d'examiner les idées et les travaux de Descartes, de Newton, de Leibnitz, de Jacques, Jean et Daniel Bernoulli, sur le mouvement dans les milieux résistants, et sur le mouvement de fluides; mais cet examen, qui, en définitive, ne peut rouler que sur l'application des principes généraux du mouvement, ne faisant point partie essentielle de notre objet, qui est les principes, nous le laissons de côté, afin d'abréger.

On n'a pas tort d'exalter la découverte de la loi du mouvement uniformément accéléré, dont au reste Descartes doit partager l'honneur avec Galilée; mais quelle qu'en soit l'importance, elle serait demeurée stérile sans la révolution cartésienne, et elle semble presque une œuvre ordinaire auprès de ce qui est sorti de cette révolution pour les progrès de la science du mouvement.

CHAPITRE IV (1).

Suite du même sujet.

NOTIONS SUR LA PUISSANCE ET SUR LA FORCE, CONSIDÉRÉES DANS LES EFFETS QUI LEUR SERVENT DE MESURE.

Les corps ont *la puissance d'agir et de réagir* les uns sur les autres. *La force* est une manifestation quelconque instantanée de cette puissance.

La force, par conséquent, dépend de la manière dont la puissance se produit, c'est-à-dire des circonstances dans lesquelles elle entre en exercice et du degré auquel elle se développe.

Dans l'homme et dans les animaux la puissance

(1) Ce chapitre se compose d'une note sur les principes du mouvement, que M. Lamarle a bien voulu nous communiquer. La manière dont ils sont envisagés nous semble propre à éclairer le chapitre précédent et à intéresser les esprits qui aiment à approfondir les notions primitives de la science.

d'agir et de réagir est limitée; elle peut se développer spontanément à des degrés divers. Toutefois, la force ne dépasse jamais un certain maximum.

La même puissance réside dans la matière, mais dépourvue de spontanéité. Lorsqu'elle agit, l'action persiste sans altération tant que la cause extérieure qui l'excite reste la même; elle se modifie en même temps que cette cause, et elle cesse avec elle.

La force, ainsi que la puissance, échappe à toute appréciation directe; c'est par ses effets seulement qu'on parvient à l'évaluer.

Quoique active, la matière ne peut d'elle-même ni sortir du repos, ni changer le mouvement qui l'anime : considérée sous ce rapport, on dit qu'elle est inerte. Pour qu'un point matériel ne persiste pas dans l'état où il se trouve, il faut une cause étrangère à laquelle il cède et obéisse. Cette cause, quelle qu'elle soit, est la manifestation d'une puissance d'action appartenant à un corps extérieur et s'exerçant sur le point que l'on considère; c'est une force.

A ce point de vue, la force est une cause quelconque de modification dans l'état d'un corps.

L'inertie de la matière implique une puissance de réaction qui se révèle dans tout changement d'état. En effet, le changement ne pouvant avoir

lieu *sans être particularisé*, il faut qu'à chaque instant l'action de la force qui le provoque soit complétement détruite par une réaction égale et contraire. Cette réaction naît donc; due à l'inertie, elle se développe par le changement d'état, instantanément et toujours dans la mesure précisément nécessaire pour équilibrer l'action sollicitante.

Lorsqu'il y a changement d'état, l'état nouveau persiste de lui-même; rien d'ailleurs n'est changé dans la puissance de réaction inhérente à la matière. D'un autre côté, quand la force extérieure agit, son action instantanée est nécessairement la même quel que soit le mouvement du point auquel elle s'applique. Donc d'abord l'accroissement de vitesse, qui constitue le changement d'état, est indépendant de l'état initial. De là résulte aussi le principe de la proportionnalité des vitesses aux forces. Quant à la loi de génération de la vitesse, elle n'est autre chose que l'expression de l'égalité, qui doit exister à chaque instant entre l'action sollicitante (F) et la réaction due à l'inertie ($m\frac{dv}{dt}$).

On a donc constamment :

$$F = m\frac{dv}{dt}$$

Cette relation permet d'estimer la force par l'un de ses effets, le mouvement. En statique, on

l'évalue par un autre effet, l'équilibre; la différence entre ces deux modes n'est qu'apparente. En réalité, c'est toujours par l'action contraire qu'elle contre-balance que la force se trouve mesurée.

Si le point sollicité par la force n'est pas libre et qu'il demeure en repos, la force est équilibrée par la réaction de l'obstacle qui ne permet pas au point de se mouvoir. Si le point est libre, son état change, mais les autres circonstances restent les mêmes. L'obstacle vient alors de l'inertie; il y a différence d'effet, parce que la réaction provoquée par la force et qui doit la détruire, ne peut plus résulter que d'un changement d'état.

Les acceptions variées du mot force ont quelquefois fait confondre la puissance d'agir et de réagir avec l'effort qui en est la manifestation. La force proprement dite est l'exercice, à un degré déterminé, d'une puissance dont on ne connaît par là que le développement actuel et instantané.

Dans un corps en mouvement, il y a puissance. La même puissance se retrouve dans le corps en repos. Pour qu'elle se révèle, il faut dans les deux cas une cause extérieure. De là, la force qui naît et périt avec cette cause.

Dans le choc des corps, la cause qui provoque le développement de la puissance est *la différence de vitesse*. La matière étant impénétrable, deux

points matériels, animés de vitesses différentes, ne peuvent se rencontrer sans agir et réagir l'un sur l'autre; il y a action du corps choquant sur le corps choqué; d'où changement d'état dans le corps choqué et réaction. De même, il y a action du corps choqué sur le corps choquant; d'où changement d'état dans le corps choquant et réaction. A chaque instant l'équilibre existe entre ces réactions simultanées, qui sont constamment égales et contraires.

Deux corps, animés d'une même quantité de mouvement et marchant à la rencontre l'un de l'autre, peuvent se réduire mutuellement au repos. Doit-on inférer, comme circonstance particulière à ce cas, que ces corps ont en eux la même puissance, ou qu'ils agissent avec la même force dans le changement d'état qu'ils éprouvent? Mais les forces qui se développent pendant le choc sont toujours et à chaque instant égales et contraires. Quant à la puissance, elle demeure après le choc ce qu'elle était avant, la même ou différente pour les deux corps, selon que leur masse est ou n'est pas la même.

Chacun des corps réduit l'autre au repos parce qu'il possède en sens inverse une égale quantité de mouvement. En d'autres termes, la raison de cet effet est dans le principe suivant : *Quelle que soit la masse du corps auquel on suppose une force*

appliquée, il suffit que cette force passe, aux mêmes époques, par les mêmes degrés de grandeur, pour qu'elle engendre ou détruise, au bout d'un même temps quelconque, une même quantité de mouvement.

Le principe étant posé, nous en déduirons, comme conséquence immédiate, que dans un système de corps abandonnés à leurs actions mutuelles et réciproques, la somme algébrique des quantités de mouvement demeure constamment invariable. En effet, si nous isolons par la pensée deux quelconques des corps du système, nous voyons qu'à chaque instant ils s'attirent ou se repoussent avec une force égale. Les quantités de mouvement engendrées de part et d'autre sont donc les mêmes en grandeur et en direction ; mais elles sont évidemment de signe contraire. Donc leur somme algébrique reste nulle.

Cette grande loi pouvant s'appliquer au système du monde, restituons aux corps planétaires le calorique versé par eux dans l'espace. De l'état solide ramenons-les progressivement à l'état gazeux, et faisons croître la diffusion jusqu'à ses dernières limites (1). Il semble incontestable qu'en procé-

(1) Dans un ouvrage intitulé *Mémoire sur l'état primitif et sur l'organisation de l'univers*, M. Lenglet s'est proposé d'établir que les lois admises en physique permettent de considérer l'état actuel de l'univers

dant ainsi nous approchons de plus en plus de l'état d'équilibre. Nous croyons donc permis de supposer que, nulle à l'instant précis de la création, la somme algébrique des quantités de mouvement ne doit pas cesser d'être nulle.

Reprenons l'exemple cité tout à l'heure, et concevons qu'au lieu de marcher à la rencontre l'un de l'autre, les deux corps s'élèvent suivant la verticale, avec une même quantité de mouvement. La gravité s'exerçant par une action constante proportionnelle à la masse, le temps nécessaire à la force pour détruire le mouvement est proportionnel à la vitesse d'impulsion. Or, l'espace croît comme le carré du temps : donc il sera comme le carré de la vitesse.

Il résulte de là que le produit de la hauteur franchie par l'effort exercé croît proportionnellement à la vitesse, lorsque la quantité de mouvement demeure invariable. Ainsi, deux corps capables de se réduire mutuellement au repos par le choc, peuvent néanmoins, sous l'action continue d'une même force retardatrice constante, franchir des espaces proportionnels à leurs vitesses respectives.

Pour trouver quelque chose de contradictoire

comme la conséquence d'un état initial présentant la matière uniformément répartie dans l'espace.

dans les termes de cette proposition, il faut confondre la dépense continue de force qu'exige la génération de la vitesse eu égard au temps et abstraction faite de l'espace, avec celle qu'elle exige eu égard à l'espace et abstraction faite du temps.

Lorsqu'il s'agit d'un effort instantané, ni le temps ni l'espace ne sont à considérer; en ce cas, on a la force proprement dite. S'agit-il, au contraire, d'un effort continu, et veut-on tenir compte de la continuité, l'expression isolée de la force devient insuffisante; il faut y joindre un nouvel élément. Ce sera ou le temps pendant lequel la force agit, ou l'espace que parcourt son point d'application. Dans le premier cas, le produit de la force par le temps est la mesure correspondante de la quantité de mouvement que peut engendrer la puissance dans son développement uniforme et continu. Dans le second cas, le double produit de l'espace par la force mesure de la même manière la quantité de *force vive*.

Le produit mv^2, appelé improprement *force vive*, n'est point une force. Il en est de même du produit mv, nommé quantité de mouvement. Un corps se meut; il y a là masse et vitesse, mais non force; il y a puissance, mais elle serait la même à l'état de repos. Le mouvement acquis témoigne d'une lutte *antérieure*, pendant laquelle se trouvaient à chaque instant en présence deux forces

toujours égales et contraires, l'une extérieure et excitatrice, l'autre inhérente à la matière et rendue sensible par l'excitation étrangère qui provoquait son développement. L'effet de cette lutte se résume dans la génération d'une certaine vitesse.

La même force extérieure, constante en grandeur et en direction, peut être conçue agissant sur des masses différentes. Quelles que soient ces masses, la force engendrera toujours, pour une même durée d'action, une même quantité de mouvement; pour un même espace franchi pendant la lutte, une même quantité de force vive. L'on peut donner pour expression de l'effet produit, la quantité de mouvement ou la force vive, et demander quelle a été, pendant la lutte, l'intensité de la force excitatrice. Observons que chacune de ces deux expressions renferme implicitement la force, combinée pour l'une avec le temps, pour l'autre avec l'espace. Si l'on fait abstraction de l'élément distinct qui les différencie, on perd de vue le but qu'on se propose, et dès lors comment pourrait-on y atteindre?

Connaître la quantité de mouvement ou la force vive, c'est avoir un rectangle défini par sa surface seulement.

Évaluer d'après cette donnée l'intensité de la force génératrice supposée constante, c'est déter-

miner une des dimensions du rectangle, en faisant sur l'autre telle hypothèse qu'on voudra.

Les solutions sont, ainsi qu'on le voit, en nombre infini. Dans tous les cas, si l'on prend la hauteur du rectangle pour mesure de la force, la base exprimera, soit la durée de l'action, soit le double de l'espace franchi, suivant qu'on aura opéré sur la quantité de mouvement, ou sur la force vive.

Est-il nécessaire d'ajouter que si la *même* force, appliquée à des masses *différentes*, engendre au bout d'un même temps une même quantité de mouvement, il est par cela même impossible que les forces vives correspondantes soient égales? En effet, les vitesses diffèrent; or, la force vive est le produit de la vitesse par la quantité de mouvement; donc, pour une même quantité de mouvement, elle varie comme la vitesse.

Lorsqu'il y a repos, le changement d'état ne consiste que dans le passage du repos au mouvement. Lorsqu'il y a mouvement, le changement d'état peut se manifester, soit par une altération dans la vitesse, soit par une modification dans la direction; il est inutile d'ajouter que dans l'un et l'autre cas l'état nouveau tend toujours à se conserver. De là, mouvement varié tant que la force agit, et mouvement uniforme à partir de l'instant où son action cesse.

Jusqu'ici nous avons supposé que l'action solli-

citante s'exerçait dans la direction de la vitesse acquise. Arrêtons-nous un moment à la considération du mouvement circulaire, la force étant constante en grandeur et agissant normalement à la circonférence.

En ce cas, nul déplacement n'a lieu dans le sens de l'effort exercé. La force vive se conserve donc sans altération, et il n'y a pas de modification dans la vitesse. Quant à la quantité de mouvement, bien qu'elle ne change pas en valeur absolue, néanmoins elle subit, dans le sens de l'action sollicitante, la loi générale qui règle sa génération. Qu'on décompose à chaque instant, parallèlement aux axes coordonnés, la quantité de mouvement qui s'engendre dans le sens de la force, la quantité engendrée suivant la direction des x, pendant le temps correspondant au parcours du quart de la circonférence, deviendra, en désignant par r le rayon, par v la vitesse et par φ la force infléchissante,

$$\int_0^r \varphi \frac{dx}{ds} dt = \int_0^r \frac{\varphi}{v} dx = \frac{\varphi r}{v}.$$

On trouverait évidemment la même expression pour la quantité de mouvement engendrée dans les mêmes circonstances, suivant la direction des y;

mais chacune de ces deux expressions est précisément égale à $m\,v$. On a donc :

$$\frac{\varphi r}{v} = mv;$$

d'où l'on déduit :

$$\varphi = \frac{mv^2}{r}.$$

Telle est la mesure de la force normale capable de transformer en un mouvement circulaire déterminé le mouvement rectiligne uniforme. Telle est aussi la mesure de la réaction due à l'inertie par suite du changement de direction, c'est-à-dire de la force centrifuge.

Lorsque Leibnitz évalue la force centrifuge sur la courbe polygone, il ne prend pas garde que la position occupée par le mobile peut appartenir indifféremment, soit au sommet d'un angle, soit au milieu du côté qui joint deux sommets consécutifs. Or, si dans le premier cas on trouve pour expression de la force centrifuge une valeur double de la valeur exacte, dans le second la force centrifuge s'annule. La moyenne donne donc la valeur véritable. Il est singulier que cette remarque échappe à Leibnitz, qui la fait pour la série

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \text{etc.}$$

Les détails précédents nous ont permis de mettre en évidence ce qu'est la force vive, non une force, mais l'expression d'un effet complexe dans lequel

on considère à la fois l'intensité de la force excitatrice et la continuité de son action par rapport à l'espace. Il nous reste à indiquer maintenant comment *cet effet*, c'est-à-dire comment *le produit d'une force par un espace* peut devenir en certains cas la *mesure d'une puissance*, et s'introduire dans les appréciations de la mécanique industrielle, où il figure, comme élément capital, sous le nom de *quantité d'action*.

Lorsqu'il s'agit d'une puissance, telle que l'attraction solaire par exemple, on la définit complétement en énonçant qu'en présence d'un corps extérieur, elle se développe proportionnellement à la masse de ce corps et en raison inverse du carré de la distance. En ce cas, la force naît et persiste indépendamment de la vitesse du point auquel elle est appliquée; il n'y a donc pas lieu de tenir compte de l'espace franchi, pour évaluer la puissance dans son développement continu.

S'agit-il, au contraire, d'un moteur animé? Quelle que soit la circonstance où la puissance se révèle, il n'y a point instantanéité de développement. La force part de zéro, croît par degrés et ne peut dépasser une certaine limite. Concevons que cette force soit appliquée à un mobile, libre d'ailleurs et soustrait à toute autre action; supposons, en outre, qu'à chaque instant la puissance se développe autant que le permet la circonstance dans laquelle

elle s'exerce. La vitesse graduellement acquise persiste en vertu de l'inertie. Il y a donc d'abord accélération, puis ensuite uniformité, car bientôt la vitesse est telle, que la puissance, à qui le mobile échappe, est condamnée à demeurer stérile.

Ainsi, dans les moteurs animés, le développement continu de la puissance, n'est pas indépendant de la vitesse du point d'application, et cette puissance ne peut être *utilisée* qu'entre certaines limites de vitesse. Un même effort révèle donc des puissances différentes, par cela seul qu'il peut être continué, toutes choses égales d'ailleurs, avec des vitesses inégales.

Considérons deux moteurs capables d'exercer les mêmes efforts dans les mêmes circonstances de vitesse. L'identité relative de ces deux éléments suffira-t-elle pour identifier les puissances? Non, sans doute. Il faut encore y joindre un nouvel élément, la durée.

Dans l'homme et dans les animaux, la puissance exige, pour se conserver, des intervalles d'inaction. Le temps consacré au travail de chaque jour peut varier suivant la nature de l'effort exercé, mais, en général, il ne doit pas excéder les ressources que l'organisation du moteur fournit pour une restauration complète, sans traces d'énervation permanente. Plus ces ressources sont étendues, plus la puissance est grande. Il faut donc,

pour l'évaluer, tenir compte non-seulement de l'effort instantané qui la manifeste, mais, en outre, de la vitesse et de la durée que comporte son développement continu. Ajoutons que ces trois éléments varient suivant le mode d'action de la puissance, et l'on reconnaîtra qu'elle n'est susceptible d'évaluation précise que relativement à certains effets déterminés.

L'objet qu'on se propose habituellement dans l'emploi des moteurs et des machines consiste, soit à reproduire périodiquement une certaine vitesse, à partir de laquelle la puissance du moteur cessant d'agir, d'autres puissances interviennent pour accomplir l'effet désiré; soit, plus généralement, à réaliser un développement de la puissance non interrompu, et tendant au maintien de l'uniformité dans un mouvement que certaines résistances contrarient, et qui s'anéantirait bientôt, si ces résistances n'étaient point contre-balancées.

But essentiel de l'emploi du moteur, et, par conséquent, *mesure* relative *de la puissance*, *l'effet utile* est évidemment proportionnel, dans le cas de la périodicité, au nombre de périodes quotidiennes; dans le cas de la continuité, à la vitesse uniforme ou moyenne avec laquelle le mouvement persévère.

Dans le premier cas, chaque période d'action exige de la part du moteur la génération d'une

vitesse déterminée. Or, la génération de cette vitesse implique, eu égard à la masse mise en mouvement, la génération d'une quantité déterminée de force vive, et celle-ci correspond toujours à une *quantité d'action* équivalente fournie par le moteur (1). Supprimons tout intermédiaire: la puissance dans son développement continu s'évaluera par la quantité d'action journalière,

(1) Soit P la force motrice, Q, Q', etc., les résistances passives et $\frac{dp}{dt}, \frac{dq}{dt}, \frac{dq'}{dt}$, etc., les vitesses avec lesquelles se déplacent, dans le sens de chacune de ces forces, leurs points d'application.

Soit en même temps m, m', etc., la masse des différents points du système, et v, v', etc., les vitesses dont ils sont animés respectivement.

En vertu du principe fondamental de la dynamique, il y a à chaque instant équilibre, au moyen des liaisons, entre les forces données et les réactions dues à l'inertie. Donc on a constamment, en vertu du principe des vitesses virtuelles,

$$mv\frac{dv}{dt} + m'v'\frac{dv'}{dt} + \text{etc.} = P\frac{dp}{dt} - Q\frac{dq}{dt} - Q'\frac{dq'}{dt} - \text{etc.}$$

Ou intégrant pour un intervalle de temps quelconque,

$$\Delta\,(mv^2 + m'v'^2 + \text{etc.}) = 2\left(\int P\,dp - \int (Q\,dq + Q'\,dq' + \text{etc.})\right)$$

On appelle *quantité d'action* le produit d'une force par le déplacement du point auquel elle s'applique, ce déplacement étant estimé suivant le sens de la force. Les intégrales $\int P\,dp$, $\int (Q\,dq + Q'\,dq' + \text{etc.})$, sont donc, relativement à chacune des forces P, Q, Q', etc., la somme des quantités d'action qui leur correspondent pour la durée que l'on considère. En conséquence l'équation qui précède fournit l'énoncé suivant :

La somme de forces vives engendrée ou consommée dans un intervalle de temps quelconque, est égale au double des quantités d'action imprimées ou détruites dans le même intervalle.

c'est-à-dire par une expression dans laquelle entreront respectivement comme facteurs : 1° l'effort moyen exercé pendant chaque période ; 2° le chemin parcouru dans le sens de cet effort ; 3° le nombre de périodes que le moteur peut accomplir chaque jour.

Dans le second cas, la vitesse étant supposée uniforme, l'équilibre existe constamment entre les forces motrices et les résistances passives. Néanmoins, le produit de l'effort exercé par le chemin parcouru dans le sens de l'effort constitue toujours une quantité d'action déterminée pour chaque intervalle de temps, et servant de mesure à la puissance développée continûment pendant cet intervalle.

Le moteur et la machine, pris dans leur ensemble, forment une puissance nouvelle. On observera que le jeu de la machine introduit des résistances improductives qui consomment en pure perte une partie de la quantité d'action fournie par le moteur. Du reste, rien ne change dans le mode à suivre pour évaluer la puissance ; on la mesure, soit en soustrayant de la quantité d'action motrice celle que détruisent les résistances intérieures, soit en opérant isolément sur les résistances extérieures et faisant la somme des quantités d'action qui leur correspondent. En général, les circonstances initiales de la mise en

train n'ont qu'une influence tout à fait secondaire sur le jeu régulier qui leur succède. On peut donc en faire abstraction, introduire en ce qui concerne le temps l'élément de continuité, et prendre pour base commune d'appréciation un seul et même intervalle. C'est ainsi que la puissance d'une machine se trouve évaluée par la quantité d'action qu'elle utilise pendant une seconde. En pareil cas, considérée comme effet utile, l'élévation d'une livre à deux pieds de hauteur équivaut à l'élévation de deux livres à un pied.

Nous avons vu que la puissance des moteurs animés ne pouvait se développer qu'entre certaines limites de vitesse. Remarquons, en outre, qu'il existe pour chaque mode de développement une vitesse particulière à laquelle correspond le maximum de quantité d'action susceptible d'être fournie chaque jour. Quelle que soit la nature du moteur, l'emploi des machines présente des circonstances analogues. En deçà ou au delà d'une certaine limite, il y a toujours réduction d'effet utile, et la perte est d'autant plus grande, que l'on s'écarte davantage de la vitesse uniforme, à laquelle correspond, pour une certaine intensité d'effort, le développement le plus complet de la puissance.

On conçoit dès lors que l'uniformité de vitesse soit, toutes choses égales d'ailleurs, la condition

la plus favorable au jeu des machines. On voit de même que si cette uniformité ne peut être rigoureusement maintenue, il importe de s'en écarter le moins possible. Tel est le résultat qu'on obtient en augmentant la quantité de force vive à l'aide des volants.

Presque toujours les quantités d'action que le moteur fournit et celles que les résistances consomment doivent être considérées, les unes par rapport aux autres, comme croissant et décroissant périodiquement entre certaines limites. Cette circonstance dépend soit de la nature des puissances en exercice, soit du mode suivant lequel elles sont assujetties à se développer. Le mouvement s'écarte donc sans cesse de l'uniformité par une sorte d'oscillation qui s'exécute autour d'un état moyen, et de là résultent, pour chaque période limitée par les états extrêmes, des changements alternatifs de vitesse auxquels correspondent certaines variations de force vive.

Les variations de force vive ont pour mesure équivalente le double de la somme algébrique des quantités d'action fournies et consommées pendant chaque période. Supposons cette somme déterminée et constante : il en sera de même, non pour le changement de vitesse, mais bien pour la variation de force vive. Or tout changement de vitesse éprouvé par une masse, et

correspondant à une variation de force vive déterminée et constante, est d'autant moindre, que la quantité de force vive qui subit cette variation est plus considérable. Donc d'abord les masses additionnelles à l'aide desquelles on augmente la quantité de force vive que possède une machine en mouvement ont pour effet, toutes choses égales d'ailleurs, de resserrer entre des limites plus étroites les changements de vitesse dus aux inégalités d'action du moteur et de la résistance. Mais en resserrant les limites des changements de vitesse, on atténue la cause de ces inégalités; donc, à plus forte raison, peut-on réaliser ainsi le but qu'on se propose.

Ces notions permettent d'apprécier quelle est la fonction particulière du volant dans les machines, quel rôle il convient, en général, d'attribuer à la force vive, et comment enfin la quantité d'action sert de mesure à la puissance mécanique, considérée dans son développement continu.

CHAPITRE V.

Géométrie analytique. — Calcul différentiel.

Comme la physique astronomique, comme la physique terrestre, comme la dynamique, les mathématiques étaient dans l'enfance quand Descartes les entreprit. Les mathématiques ont pour objet les rapports d'étendue ou quantité intelligible. Les rapports de quantité, nous l'avons remarqué au chapitre des substances, jouissent d'une propriété qui leur est exclusive, c'est de pouvoir être exactement représentés dans des symboles, de telle manière qu'opérant sur ces symboles, on se trouve opérer sur les rapports eux-mêmes, et en obtenir ainsi la connaissance. Sans de pareils symboles, c'est-à-dire avec le seul raisonnement et le secours si restreint des figures, on ne parvient guère à saisir que les plus faciles et les plus com-

muns. Excepté les chiffres, auxquels des recherches récentes semblent établir que l'antiquité ne fut pas étrangère, les autres symboles n'ont été inventés que depuis le commencement du seizième siècle. Aux signes $+$, $-$, $=$, $>$, $<$, $\times$, $:$, $\sqrt{\ }$, imaginés avant lui, et à l'usage des lettres représentant simplement les quantités, Viète ajoute les règles du calcul sur les lettres elles-mêmes. Il convient peut-être d'observer que la première idée de ces règles ne semble pas lui appartenir.

« Stifel, Peletier, Butéon, ont représenté les inconnus par les lettres A, B, C... et leurs puissances au moyen de signes ou exposants. Le mot s'y trouve. Stifel exprime en ces termes la règle des *exposants* dans la multiplication et la division des puissances : « Dans la multiplication, ajoutez les exposants des signes ; dans la division, retranchez-les, et vous aurez l'exposant du signe du résultat (1). » Et quoique ces exposants ne soient pas les chiffres de Descartes, mais des signes analogues, représentant les valeurs numériques de ces chiffres, cette double invention, l'usage des lettres et d'exposants, était un perfectionnement notable dans la théorie des équations ; car les algébristes italiens désignaient, dans le

(1) « *Exponentes* signorum, in multiplicatione adde, in divisione subtrache, tunc fit *exponens* signi fiendi. » *Arithmetica integra*, f° 236, verso. — Voir aussi l'*Algèbre* de Peletier.

calcul même, les inconnus et leurs puissances par des mots, tels que *cosa*, *censo*, *cubo*, *censo* de *censo*, *relato primo*, etc. Quand il y avait deux inconnues, ils appelaient la première *cosa*, et la seconde *seconda cosa*. Lucas de Burgo apporta à cette notation une faible simplification, consistant dans la substitution du mot *quantita* à l'expression complexe *seconda cosa* (1). Les mêmes géomètres se sont aussi servis des signes +, —, $\sqrt{}$, qui ont été ignorés de Lucas de Burgo. Ces signes se trouvent dans les ouvrages de Stifel, de Scheubel, de Butéon, de Record. Peletier n'a employé que le signe $\sqrt{}$, et a exprimé *plus* et *moins* par les lettres *p*, *m*. Le signe = n'a été introduit dans l'algèbre qu'après les autres. C'est Record, géomètre anglais, qui l'a imaginé, en 1557, dans son livre intitulé : *La pierre à aiguiser l'esprit* (2). Christophe Rudolph, dès 1522, se servait de +, —, $\sqrt{}$, et représentait les puissances des inconnues par les mêmes symboles que Stifel. C'est donc lui qu'on devra désormais citer au sujet de ces importantes innovations. Adrianus Romanus s'est servi de lettres, non pas seulement comme désignation abrégée des quantités sur lesquelles il avait à raisonner, ainsi que tant d'autres avaient

(1) *Summa de arithmetica*, etc.
(2) *Whetstone of wit.*

fait avant lui, mais dans une pensée philosophique neuve et profonde, qui nous paraît être celle que Viète a réalisée ; savoir, de créer une science mathématique universelle, embrassant, sous la forme de symboles abstraits et généraux, les quantités de toutes natures, telles que les *grandeurs* de la géométrie et les *nombres* de l'algèbre. Pour donner une idée de cette science qu'il concevait, Romanus a énoncé, sur des *lettres*, les premières règles de l'arithmétique, telles que la *règle de trois*. Il faut surtout remarquer dans ces prolégomènes l'application des signes + et — aux *lettres ;* car ce fait porte essentiellement le caractère de l'abstraction algébrique. Romanus paraît avoir puisé l'idée de cette science mathématique universelle dans un passage de Bénéd. Pererius, auteur contemporain. Dans *l'Arithmétique nouvellement composée par Étienne de la Roche, dit Villefranche,* mise au jour en 1520, et réimprimée en 1538, les puissances 2e, 3e, 4e, etc., d'un nombre, de 12, par exemple, sont ainsi représentées : 12^2, 12^3, 12^4, etc. (1), et les racines : $R^2\ 12$, $R^3\ 12$, $R^4\ 12$, etc. ; R étant pour $\sqrt{\ }$. L'auteur cite le *Traité d'algèbre* de Nicolas Chuquet, Parisien, autre ouvrage d'un auteur français, antérieur à 1520. Peut-être la notation exposant

(1) Folio 42 de l'édition de 1520.

s'y trouvait-elle déjà. Il est à désirer, dans l'intérêt de l'histoire, que cet ouvrage ne soit pas entièrement perdu (1). »

Jusqu'alors les mathématiques se bornaient à la géométrie élémentaire, à quelques propriétés simples des sections coniques et de trois ou quatre autres courbes, la spirale, la conchoïde, la cissoïde, la quadratrice, aux équations des quatre premiers degrés; encore celles du troisième et du quatrième ne sont résolues qu'au milieu du même siècle, par Tartaglia, Cardan et Ferrari. Avec Viète commence la théorie générale des équations. Il enseigne à chasser les fractions, les radicaux, à augmenter, diminuer, multiplier, diviser les racines, à faire disparaître le second terme; il réussit quelquefois à les résoudre, et donne une méthode d'approximation; il entrevoit les rapports qui existent entre les racines et les coefficients; aperçu qui est ensuite développé par Harriot.

Malgré cet essor, l'algèbre n'a pu s'élever entièrement au-dessus de l'étendue matérielle, et rompre les liens qu'elle fut forcée de contracter avec elle en naissant. Descartes les brise et l'affranchit. « La notation que l'on employait, dit

(1) Extrait d'une note de M. Chasles, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XII, n° 18, 5 mai 1841, p. 751.

M. Biot, était encore grossière et affectée des rapports matériels par lesquels on liait l'algèbre à des idées de longueur, de superficie et de solidité. Or, l'algèbre est une langue qui a pour objet spécial et pour utilité principale d'exprimer purement les rapports abstraits des quantités. Il fallait donc, pour l'étendre, commencer par la dégager des considérations étrangères qui la limitaient : ce fut le premier service que lui rendit Descartes ; et la métaphysique de son esprit... lui fut singulièrement utile dans cette circonstance. Selon cette ancienne limitation de l'algèbre, les produits successifs d'une même quantité étaient représentés dans les trois premières dimensions de l'étendue par un carré et par un cube en perspective, quelquefois par la lettre initiale Q ou C mise en haut de la quantité, quelquefois enfin par la répétition même de la lettre au moyen de laquelle la quantité était désignée. A toutes ces notations embarrassantes et qui retardaient la pensée, Descartes en substitua une claire, simple, générale et surtout calculable. Il imagina de mettre un chiffre au-dessus de la quantité, et par les différentes valeurs de ce chiffre il désigna ses diverses puissances. Pour sentir toute l'importance de cette découverte, il ne faut que jeter les yeux sur les anciennes formules, et comparer leur embarras extrême avec la forme simple, et, pour ainsi dire, saisissable,

que l'emploi des exposants leur a donnée (1). » Oui, comme le dit M. Biot, l'esprit métaphysique de Descartes lui fut singulièrement utile dans cette circonstance. Quoique avant lui les exposants ne fussent pas tout à fait inconnus, on ne voit aucun analyste supérieur qui s'en soit servi, ni qu'ils aient été utiles à l'avancement de la science. Pour la simplicité et la facilité, le symbole ne laisse rien à désirer, et, appliqué dans toute son extension, il est d'un usage si grand, qu'il entre dans presque tous les calculs. Bientôt Newton en fait la base d'une formule, le *binome,* qui contient en effet presque toutes les relations de la quantité. Il parvient à cette formule en voulant interpoler une série, afin d'obtenir la quadrature du cercle. On peut voir, dans ses *Opuscules* (2), la marche qu'il suit, retracée par lui-même.

Descartes reconnaît que les racines négatives, qu'on rejetait antérieurement comme fausses, ne diffèrent des racines positives qu'en ce qu'elles sont prises dans un sens contraire de celles-ci. Il donne une règle pour juger, par le seul aspect des signes, du nombre des unes et des autres, dans une équation qui n'en a que de réelles. « Il peut y en avoir, dit-il, autant de vraies que les signes + et — s'y trouvent de fois changés, et autant de

(1) *Biog. univ.*, art. Descartes, t. XI, p. 147.

(2) T. I, p. 328. Lettre à Oldemburg.

fausses qu'il s'y trouve deux signes + ou deux signes — qui s'entre-suivent. Comme en $x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 16x - 120 = o$, à cause qu'après $+x^4$ il y a $-4x^3$, qui est un changement du signe + en —, et après $-19x^2$ il y a $+16x$, et après $+16x$ il y a -120, qui sont encore deux changements, on connaît qu'il y a trois vraies racines et une fausse, à cause que les deux signes — de $4x^3$ et $19x^2$ s'entre-suivent (1). » Fermat prend le change et lui reproche d'avancer faussement qu'il y a autant de racines vraies ou positives que de variations de signes, et de racines négatives que de permanences. Descartes le nie avec force : « J'ai dit seulement, répondit-il, qu'il y en peut autant avoir, et j'ai montré expressément quand c'est qu'il n'y en a pas tant, à savoir, quand quelques-unes de ces vraies racines sont imaginaires (2). » En effet, il suffit d'ouvrir les yeux pour s'en convaincre. La même objection est renouvelée par Rolle (3). Six ans après, il est vrai, dans son traité d'algèbre (4), il déclare, avec une bonne foi digne d'éloge, qu'il n'attaquait point Descartes, mais ceux qui croyaient sa règle générale, et que s'il avait connu sa réponse à Fermat, il n'aurait pas

(1) T. V, p. 390.
(2) T. X, p. 357.
(3) *Journal des Savants*, 1684, p. 251.
(4) P. 270, an. 1690.

manqué de la citer pour autoriser les observations que lui, Rolle, avait faites dans le dessein de justifier Descartes. Cette objection est aussi reproduite par Wallis en 1685 (1), et par d'autres qui peut-être n'ont pas vu la réponse de Descartes, quoiqu'elle fût publiée depuis 1667, et qui sont aussi distraits que Fermat. Là même, Wallis gratifie Harriot de cette règle; mais plus loin (2) il la restitue à son véritable auteur. « Je reconnais que cette règle ne se trouve pas dans Harriot; elle est bien de Descartes (3). » Cependant, pour se dédommager de cette justice, il ajoute : « Mais elle est fausse (4). » Quoiqu'elle ne soit générale que dans le cas où l'équation ne renferme que des racines réelles, elle sert souvent à découvrir les racines imaginaires. « Ainsi dans l'équation $x^3+px^2+3p^2x-q=0$, les signes indiquent une racine positive et deux racines négatives. Supposez que $x=2p$, ou $x-2p=0$, et multipliez la première équation par $x-2p=0$, de cette manière, l'équation résultante devra contenir une racine positive de plus que la première, et il viendra $x^4-px^3+p^2x^2-(6p^3+q)x+2pq=0$, équa-

(1) P. 171 de son *Algèbre*, dans ses Œuvres complètes.

(2) P. 215.

(3) « Hanc regulam agnosco in Harriotto non haberi. Cartesianum hoc utique est. »

(4) « Sed falsum est. »

tion qui devrait avoir seulement deux racines positives et deux négatives ; cependant, en considérant les variations des signes, on voit qu'elle a quatre racines positives. Ceci vient donc de deux racines imaginaires, qui, par leur ambiguïté, se montrent sous la forme de racines négatives dans la première équation, et sous celle de positives dans la dernière (1). » Que l'équation manque d'un terme et qu'on le remplace par ± 0 ; si l'on considère la succession des signes avec $+0$ et avec -0, et que le nombre des variations et celui des permanences aient changé, c'est une marque qu'il y a des racines imaginaires. Mais il peut arriver qu'il reste le même, et que les racines ne soient pas toutes réelles. Pareillement, lorsqu'on multiplie l'équation par un binome $x - q$ à racine positive, comme dans l'exemple précédent de Newton, il peut se faire que les variations répondent au nombre supposé de racines positives, et qu'il s'y trouve des racines imaginaires. Dans les Éléments d'algèbre, on cite des cas inutiles à rappeler ici.

Telle qu'elle est néanmoins, cette règle a été, pendant deux siècles, ce qu'on a eu de mieux. Les plus grands analystes, à commencer par Newton et finir par Lagrange, n'ont pu, malgré tous leurs efforts, faire un pas décisif après Descartes. L'équation aux carrés des différences, simple en théorie,

(1) *Arithm. univ. de Newton*, t. II, p. 9, trad. de Beaudeux.

engage, quand on veut l'employer, dans des calculs fatigants et quelquefois presque interminables. Fourier atteint presque le but. En 1820, il publie (1) une règle, dont il était en possession depuis plusieurs années. S'il échoue, ses efforts aident M. Sturm à réussir dans un théorème qu'il donne en 1829. Ce théorème exige seulement une dérivée, qui s'obtient immédiatement, et une opération analogue à la recherche du plus grand commun diviseur, entre la dérivée et l'équation. Toutefois, l'esprit a je ne sais quel pressentiment qu'il existe quelque voie encore plus simple. Cette découverte, en montrant qu'il n'y a d'introuvable que ce qui est impossible, loin d'endormir, doit redoubler l'ardeur. L'emploi des dérivées remonte à Rolle, qui les appelle cascades (2).

Ce que Newton ajoute à Descartes pour résoudre les équations, consiste principalement dans un moyen abrégé de déterminer les limites des racines, de discerner les diviseurs commensurables, et dans une méthode d'approximation qui porte son nom (3). Beaune, peut-être avant Descartes, aperçoit quelque trace des coefficients indéterminés; mais c'est Descartes qui, par l'u-

(1) *Bulletin des Sciences pour la société philomatique de Paris*, p. 156 et 181, an. 1820.

(2) *Traité d'algèbre*, liv. II, p. 124.

(3) *Arithm. univ.*, t. II. — *Opuscul.*, t. I.

sage particulier qu'il en fait (1), y révèle un procédé merveilleux pour transformer les quantités.

Jusqu'ici nous avons supposé, comme on fait ordinairement, que Descartes emprunte à Viète et à Harriot leurs inventions, mais le contraire paraît certain. « J'ai commencé, écrit-il à Mersenne, où Viète avait achevé, ce que j'ai fait toutefois sans y penser; car je l'ai plus feuilleté depuis votre dernière que je n'avais jamais fait auparavant, l'ayant trouvé ici par hasard entre les mains d'un de mes amis; et, entre nous, je ne trouve pas qu'il en ait tant su que je pensais, nonobstant qu'il fût fort habile (2)... Pour l'accusation du géostaticien, que je ne donne rien des équations que Viète n'ait donné plus doctement, *nego majorem;* car, comme je crois vous avoir déjà remarqué quelque autre fois, je commence en cela où Viète avait fini. Et, pour ce qu'il dit que je ne suis pas excusable de n'avoir pas vu Viète, il aurait raison si j'avais ignoré pour cela quelque chose qui fût dans Viète, ce que je ne crois pas qu'il m'enseigne par ce beau livret qu'il a autrefois fait imprimer (3)... Je n'ai aucune connaissance de ce géomètre dont vous m'écrivez, et je m'étonne de ce qu'il dit que nous avons étudié ensemble Viète à Paris; car c'est un livre

(1) *OEuv.*, t. V, p. 364 et suiv.
(2) T. VI, p. 300.
(3) T. VII, p. 157.

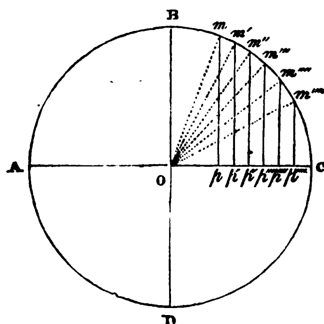
dont je ne me souviens pas avoir seulement vu la couverture pendant que j'ai été en France (1). » Sur ce que disait Newton, qu'il connaissait la théorie des forces centrales avant que les théorèmes de Huyghens vissent le jour, quoiqu'il ne l'eût publiée que quinze ans plus tard, nous avons cru devoir admettre qu'il ne lui a rien pris. Descartes assure à plusieurs reprises que pendant son séjour en France, c'est-à-dire avant 1629, par conséquent avant l'âge de trente-trois ans, il n'a point vu Viète. Il est manifeste par l'histoire de sa vie qu'alors il avait fait toutes ses découvertes dans les mathématiques; il déclare même à Mersenne qu'il ne veut plus s'occuper de cette science. « Pour les problèmes, lui dit-il, je vous en enverrai un million pour proposer aux autres, si vous le désirez; mais je suis si las des mathématiques, et j'en fais maintenant si peu d'état, que je ne saurais plus prendre la peine de les résoudre moi-même (2). » Pourrions-nous ne pas lui reconnaître d'avoir trouvé de son côté les mêmes choses que Viète, et aussi que Harriot, dont l'écrit, *Artis analyticæ Praxis*, n'est publié qu'en 1631? Donc, sans diminuer le mérite de ces deux auteurs, il faut avouer que la théorie générale des équations, renfermée dans le troisième livre de sa géométrie,

(1) T. VIII, p. 99.
(2) T. VI, p. 103.

lui appartient tout entière. D'ailleurs ce sont vingt-cinq ou trente pages si nettes, si simples, qu'elles semblent exclure plusieurs sources. D'un seul coup cette théorie est poussée si loin, qu'elle demeure longtemps sans recevoir d'autres perfectionnements que ceux de Newton. Et cependant elle n'est point la principale œuvre mathématique de Descartes.

Découvrir, au moins s'il s'agit de principes, ce qui constitue les grandes découvertes, c'est s'élever à des rapports plus généraux. La quantité peut être considérée comme discontinue, ou comme continue. Les portions de ligne droite ou de ligne courbe offrent des rapports de la quantité discontinue; la ligne droite, les lignes courbes entières, des rapports de la quantité continue. Il est évident que les premiers sont moins généraux que les derniers, puisque la ligne droite renferme toutes les portions possibles de lignes droites, les courbes toutes les portions possibles de courbes, et que, par là, elles sont d'une nature supérieure à la nature de ces portions. Or, Descartes conçoit de représenter les rapports de la quantité continue par des symboles. Soit la circonférence ABCD. Abaissons sur le diamètre AC les perpendiculaires mp, $m'p'$, $m''p''$, $m'''p'''$, $m''''p''''$, $m'''''p'''''$, etc., les points m, m', m'', m''', m'''', m''''', etc., de la circonférence sont déterminés

par les longueurs des perpendiculaires correspondantes, et les longueurs des perpendiculaires par



celles des lignes *op*, *op'*, *op'*, *op'''*, *op''''*, *op'''''*, etc., qui diminuent à mesure que les perpendiculaires augmentent, et réciproquement. Rien n'empêche de considérer les *op*, *op'*, etc., comme une seule ligne qui varie, de même les *mp*, *m'p'*, etc.; représentons l'une par x, l'autre par y, symboles affectés aux quantités changeantes; *omp*, *om'p'*, etc., étant des triangles rectangles, et la ligne *om* la même dans tous, c'est-à-dire constante, désignons-la par R, il vient $R^2 = x^2 + y^2$, c'est l'expression de la circonférence; elle en renferme tous les points. Qu'on la résolve par rapport à y, on a $y = \pm \sqrt{R^2 - x^2}$. Si $x = 0$, $y = \pm R$, ce qui donne les points B et D; + R pour B, — R pour D; si $x = \pm R$, $y = \pm 0$, ce qui donne les points C et A; + R pour C, — R pour A. Que x croisse

d'une manière continue depuis 0 jusqu'à $\pm$ R, y décroissant d'une manière aussi continue depuis $\pm$ R jusqu'à 0, l'on aura les points intermédiaires. L'équation du cercle peut avoir différentes formes, selon la situation des axes AC et BD, auxquels on la rapporte, mais elle est toujours du second degré entre deux variables ; il en est ainsi des équations de l'ellipse, de la parabole et de l'hyperbole ; et qu'on discute l'équation générale du second degré à deux variables $Ay^2 + Bx^2 + Cxy + Dy + Ex + F = 0$, on est conduit, selon la valeur et les signes des coefficients, à l'équation de l'une des quatre sections coniques. Dans l'équation du premier degré, $Ay + Bx + C = 0$ est la ligne droite. Enfin toute équation à deux variables représente une ligne droite ou courbe. Les équations à trois variables représentent les surfaces. Quoique au delà d'un nombre très-limité de variables, on ne puisse, dans la quantité matérielle se rien figurer qui réponde aux équations, celles-ci n'en expriment pas moins la quantité continue intelligible.

Maintenant qu'il s'agisse de découvrir un rapport quelconque de cette quantité, soit dans les lignes, les surfaces, les solides, soit dans les mouvements, soit où l'on voudra, on les écrit dans leurs symboles, et l'interprétation de ces symboles révèle le rapport demandé, ce qui permet à la pensée d'embrasser tous les rapports et égale sa puissance

à la nature même des choses. C'est pourquoi d'Alembert s'écrie : « Idée des plus vastes et des plus heureuses qu'ait eues l'esprit humain, et qui sera toujours la clef des plus profondes recherches, non-seulement dans la géométrie sublime, mais dans toutes les sciences physico-mathématiques (1). » « Cette découverte, dit Dutens, a été d'une si grande utilité aux sciences, que les deux plus grands géomètres de l'Europe, M. d'Alembert et M. de Lagrange, m'ont assuré que tout ce que Newton a fait depuis pour l'avancement des sciences ne peut être comparé à ce trait seul de Descartes (2). »

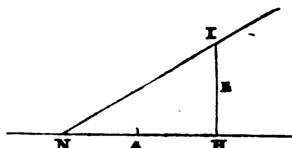
Sans doute avant Descartes on s'était occupé d'équations à plusieurs variables ou inconnues, c'est-à-dire, sous un autre nom, d'analyse indéterminée ; mais personne n'y avait aperçu le symbole de la quantité continue. Il est vrai qu'on l'y aurait vainement cherché avant l'introduction récente des lettres, seules représentatives du contenu ; car les chiffres et les autres symboles, quels qu'il soient, des nombres, ne représentent que le discontinu.

Fermat néanmoins l'y reconnaît en même temps que Descartes. Dans son introduction aux lieux

(1) *Encycl.*, disc. prél., p. 42.

(2) *Origine des découvertes attribuées aux modernes*, t. II, p. 170, 4e édit. Paris, 1812.

géométriques, on trouve les équations de la ligne droite et des quatre sections coniques. Voici ses propres paroles touchant la ligne droite : « Soit NH



une droite donnée de position, et N un point donné sur cette droite. Posons NH égal à la quantité variable A, et suivant l'angle donné NHI, menons la droite HI, égale à une autre quantité variable E. Si l'on fait $\frac{B}{A} = \frac{D}{E}$, le point I se trouvera sur une droite déterminée par la relation DA = BE.

« En effet, on aura B : D :: A : E. Donc le rapport $\frac{A}{E}$ se trouve déterminé, et d'ailleurs l'angle NHI est donné. Donc le triangle NIH est déterminé en grandeur, et par conséquent aussi l'angle INH. Mais la droite NH et le point N sont donnés de position ; donc la droite NI sera également donnée de position, et il sera facile de la construire (1). »

(1) « Recta data positione, sit NHM, cujus punctum datum N. NH æquetur quantitati ignotæ A, et ad angulum datum NHI, elevata recta HI sit

A et E étant des quantités inconnues, *ignotæ*, ou variables, l'équation DA = BE s'écrirait aujourd'hui : $Dx = By$, ou $y = \frac{D}{B}x$; c'est bien l'équation de la ligne droite passant par l'origine des coordonnées, qui est ici le point N. On ne saurait donc nier que Fermat n'ait fait la même découverte que Descartes, mais si pénible, si chétive, si peu explicite, que celui qui la saisirait sans la connaître déjà, la ferait presque une seconde fois; tandis que, chez Descartes, elle est dans sa puissante lumière. Il semble, malgré sa brièveté, se jouer avec elle, par la manière dont il l'expose, et par les problèmes qu'il résout. Cette différence énorme suffirait seule pour écarter le soupçon d'emprunt de la part de l'un ou de l'autre, soupçon qui, du reste, ne s'est jamais élevé. N'oublions pas d'observer que les recherches depuis longtemps poursuivies sur les lieux géométriques, furent une préparation au moyen de les représenter par l'algèbre.

Après la ligne droite, les anciens, faute de sym-

æqualis alteri quantitati ignotæ E. B in A æquetur D in E. Punctum I erit ad lineam rectam positione datum. DA ≹ BE

« Erit enim ut B ad D, ita A ad E. Ergo ratio A ad E data est, et datur angulus NHI. Triangulus igitur NIH specie, et angulus INH. Datur autem punctum N et recta NH positione. Ergo dabitur NI positione, et erit facilis compositio. » *Ad locos planos et solidos isagoge, Oper.*, p. 1.

boles, n'ayant surpris le continu que dans la génération du cercle, de l'ellipse, de la parabole et de l'hyperbole, réservèrent exclusivement à ces courbes le nom de géométriques, et appelèrent mécaniques les autres qu'ils envisagèrent, savoir : la conchoïde, la cissoïde, la quadratrice et la spirale, dont ils n'obtenaient les points que un à un. Or, Descartes admet bien au rang des géométriques la conchoïde et la cissoïde, « parce qu'on peut les imaginer décrites par un *mouvement continu*, ou par plusieurs qui s'entre-suivent et dont les derniers sont entièrement réglés par ceux qui les précèdent, car par ce moyen on peut toujours avoir *une connaissance exacte* de leur mesure ; » mais il renvoie « la quadratrice et la spirale parmi les mécaniques, à cause qu'on les imagine décrites par deux mouvements séparés, et qui n'ont entre eux aucun rapport qu'on puisse mesurer exactement (1). » En effet, dans leurs équations, qui renferment la circonférence et des parties de la circonférence, le rayon et des parties du rayon, il entre un rapport incommensurable, je dis incommensurable, dans le degré de généralisation où Descartes le considère, et exprimé par les symboles dont il se sert, les chiffres, ou les lettres, qui représentent seulement des lignes droites.

(1) T. V, p. 335.

Mais s'ensuit-il que ce rapport ne puisse être mesuré d'aucune manière, ou considéré dans une plus haute généralité et exprimé par d'autres symboles? L'arc et le sinus, algébriquement incommensurables, ne cessent-ils pas de l'être à la limite ou dans l'ordre différentiel, puisque alors leur rapport est l'unité, et qu'ils peuvent être pris l'un pour l'autre?

Je remarque que le symbole de la quantité continue, dû à Descartes, ne représente point, par exemple, la circonférence en soi, mais telle ou telle circonférence. Dans $x^2+y^2-R^2=0$, je puis attribuer à x, y, R, une infinité de valeurs indifféremment; néanmoins je suis obligé de leur en attribuer toujours une, je veux dire une valeur déterminée, par conséquent d'exprimer une certaine circonférence, et non la circonférence même. Il en est ainsi pour les équations de toutes les courbes, et enfin pour une fonction variable quelconque, nom que l'on donne à la quantité continue et à son symbole. C'est l'individuel de la courbe ou de la fonction, qui est représenté, et non point l'universel, lequel, d'après cela, reste privé de symbole, et qui n'a point été envisagé mathématiquement par Descartes. Il s'est arrêté à moitié chemin, et n'a vu qu'une partie de ce qu'il fallait voir. Leibnitz a poursuivi et vu le tout. Il s'est emparé de l'universel et lui a adapté un symbole, ce

qui forme le calcul différentiel, dont l'objet est de dégager l'universel dans les fonctions. Appliqué à $y^2 + x^2 - R^2 = 0$, il donne $ydy + xdx = 0$, équation qui n'exprime aucune circonférence particulière, mais la circonférence générale, dx, dy, étant indépendants de toute grandeur déterminée ou finie. Quant à leur rapport $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$, il représente bien une grandeur déterminée, mais c'est la tangente trigonométrique de l'angle que la tangente à la circonférence fait avec l'axe des abscisses. Si dans $ydy + xdx = 0$, il se rencontre encore les grandeurs finies y, x, c'est que dans la quantité, non plus que dans la substance, l'universel ne peut s'isoler totalement et former un être à part. Il emporte toujours par quelque côté l'individuel avec lui, tout comme l'individuel emporte l'universel, qu'il comprend implicitement, et qu'il cache, ce qui n'empêche pas qu'on puisse s'occuper de l'un ou de l'autre séparément. L'individuel est-il donné immédiatement? la fonction ne contient-elle que le symbole cartésien ou algébrique? on s'élève à l'universel par le calcul différentiel, qui le met en évidence, le rend explicite, en éliminant la partie de l'individuel dont il était couvert. Est-ce l'universel qui est immédiatement donné? la fonction contient-elle le symbole leibnitzien ou transcendant? On descend à l'individuel

par le calcul intégral, qui lui restitue la partie éliminée ou supposée telle, et rétablit la fonction dans son intégrité (1).

Les substances ont, dans leur universel, un point commun, une mesure exacte, quoique non calculable, qui est une mesure de perfection. L'universel des esprits, c'est d'être intelligents et voulants; celui des esprits et des corps, c'est simplement d'être. Les lignes droites et courbes, et plus généralement les fonctions, ont dans leur universel un point commun et une mesure exacte, qui est une mesure de quantité; leur universel, c'est d'être continues. Si les substances et les fonctions ne se formaient que d'universel, elles seraient toutes et entièrement commensurables, en sorte que, de substance à substance et de fonction à fonction, il n'y aurait que du plus au moins; mais comme elles se composent aussi d'individuel, il arrive que nulle substance ne se peut complétement mesurer, et qu'un nombre fort restreint de fonctions le peuvent. Pour l'arc d'une courbe quelconque on a l'expression transcendante exacte en lignes droites, $dz = \sqrt{dy^2 + dx^2}$, z étant l'arc, y, x, des coordonnées rectilignes; quant à l'expression algébrique, elle est rarement possible. Il nous

(1) Pour de plus amples développements sur les principes ou la métaphysique du calcul différentiel, voir, à la fin de l'ouvrage, la théorie de l'infini.

suffit ici que toutes les fonctions soient commensurables dans l'une de leurs parties, pour conclure avec Leibnitz (1) contre Descartes, que toutes les courbes appartiennent à la géométrie et tombent sous le calcul. « Descartes admet dans la géométrie toutes les courbes dont la nature peut être exprimée par quelque équation algébrique, c'est-à-dire d'un degré déterminé. Il a raison jusque-là ; mais, tout comme les anciens, il pèche en ceci, qu'il exclut de la géométrie une infinité de courbes qui peuvent cependant se décrire exactement, et les appelle mécaniques, parce qu'il ne peut pas les ramener à des équations et les traiter d'après ses règles. Mais il faut remarquer que ces courbes, comme la cycloïde, la logarithmique et autres de cette espèce, qui sont du plus grand usage, peuvent aussi bien être exprimées par le calcul, et même par des équations finies, mais non pas algébriques, c'est-à-dire d'un degré déterminé, mais bien d'un degré indéterminé ou transcendant, et qu'ainsi, elles peuvent être soumises au calcul tout comme les autres. Il est vrai que ce calcul est d'une autre nature que celui qui est vulgairement employé (2). » L'erreur de Descartes venait de ce

(1) *Op.*, t. V, p. 396.

(2) « Cartesius omnes curvas in geometriam recipit, quarum natura æquatione aliqua algebraica, seu certi alicujus gradus exprimi possit. Recte quidem, sed in eo peccavit non minus quam veteres, quod alias infinitas,

qu'il n'avait envisagé que les rapports de l'individuel dans la quantité continue, rapports qui sont particuliers à l'égard des rapports de l'universel, quoiqu'ils soient généraux à l'égard des rapports de la quantité discontinue.

Leibnitz publia les premiers éléments du calcul différentiel dans les *Actes des savants de Leipsic*, du mois d'octobre 1684 (1). On les trouve aussi dans une lettre du 21 juin 1677, qu'il avait écrite sept ans auparavant à Oldenburg, et qui fut peut-être remise à Newton (2). Il y déclare même qu'il possède ce calcul depuis longtemps, *jam a multo tempore*. Outre l'antécédent fondamental de l'analyse des variables de Descartes, on peut dire que certaines façons particulières d'évaluer les lignes, les surfaces, les solides courbes, que le procédé des maxima et minima, celui des tangentes, avaient été un acheminement au calcul différentiel, de même que les lieux géométriques à l'analyse des variables.

quæ tamen etiam accurate describi possunt, ex geometria exclusit, et mecanicas vocavit, quia scilicet eas ad æquationes revocare, et secundum suas regulas tractare non poterat. Verum sciendum est, istas ipsas quoque, ut cycloidem, logarithmicam, aliasque id genus, quæ maximos habent usus, posse calculo, et æquationibus etiam finitis exprimi, at non algebraicis, seu certi gradus, sed gradus indefiniti, sive transcendentis. Et ita eodem modo posse calculo subjici ac reliquas : licet ille calculus sit alterius naturæ quam qui vulgo usurpatur. » *Ibid.*, t. III, p. 159.

(1) P. 250. *Op. Leib.*, t. III, p. 167.

(2) *Ibid.*, p. 80.

Pour carrer le cercle, les anciens lui inscrivaient et lui circonscrivaient un polygone, dont ils doublaient successivement les côtés, épuisant ainsi par degrés l'espace entre les périmètres des deux polygones et la circonférence du cercle; ensuite, pour le cercle, ils prenaient l'un des deux polygones. De là le nom *d'exhaustion* donné à cette marche. Eutocius, qui vivait dans le cinquième siècle, introduisit l'infini, et eut l'idée de considérer le cercle comme un polygone d'une infinité de côtés. Cette innovation, alors sans conséquence, reçut, mille ans plus tard, un développement de Képler (1), pour qui le cercle se compose d'une infinité de triangles ayant leur sommet au centre et leur base à la circonférence, le cylindre d'une infinité de prismes triangulaires de même hauteur, ainsi des autres surfaces et solides. Voilà la méthode des *indivisibles*, dont Cavalieri (2) et Roberval (3) firent aussitôt un bel usage, mais dont ordinairement ils sont mal à propos réputés les inventeurs. Elle prend un nouveau tour entre les mains de Wallis (4), et, dans celles de Newton,

(1) *Nova stereometria*, etc. 1615.

(2) *Geometria indivisibilium continuorum nova quadam ratione promota*. 1635.

(3) *Traité des indivisibles*, t. VI du *Recueil des Mémoires de l'Académie des Sciences de* 1666 *à* 1699.

(4) *Arithmetica infinitorum*. 1655.

une extension plus grande (1). Or, la transition par l'infini d'un polygone à une courbe, d'un polyèdre à un volume terminé par une surface courbe, est au fond celle que le calcul différentiel opère dans les quadratures, cubatures et rectifications, et dans la mise en évidence de l'universel d'une fonction quelconque.

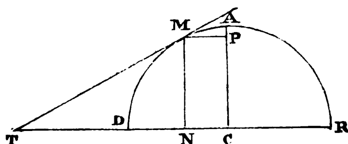
Les *maxima* et les *minima*, dont le germe se trouve aussi dans la *Stéréométrie* de Képler, et qui ensuite sont traités par Fermat, offrent, pour l'artifice de l'opération, une ébauche de l'opération différentielle. Supposons une ligne a, qu'il faille diviser en deux parties telles que leur produit soit un maximum (2). Désignant par x l'une des parties, l'autre sera $a - x$ et le produit $ax - x^2$. Que x reçoive un accroissement arbitraire E, il vient $ax + a\text{E} - x^2 - 2x\text{E} - \text{E}^2$. De ce que E est indéterminé et qu'on peut le rendre aussi petit qu'on veut, il est permis d'écrire $ax + a\text{E} - x^2 - 2x\text{E} - \text{E}^2 = ax - x^2$, ou réduction faite, et considérant le terme E^2 comme nul, $a\text{E} - 2x\text{E} = 0$, et $x = \frac{1}{2}a$. N'est-ce pas là ce qui se pratique dans l'analyse différentielle, sauf la modification de la forme

(1) *Analysis per æquationes numero terminorum infinitas*, communiqué à Barrow. 1669. — *Opuscula*, t. I.

(2) *Fermat. Op.* p. 63.

qu'apporte le symbole? Fermat applique sa méthode aux tangentes, ce qui cause un malentendu de la part de Descartes (1), et par suite une discussion vive, mais en soi peu importante, et d'ailleurs étrangère à notre sujet, puisque Fermat est en dehors de l'école cartésienne, et qu'il n'est ici question de lui qu'accidentellement.

Barrow a une manière plus simple de mener les tangentes. Est-ce celle de Fermat, qu'il aurait perfectionnée, ou en est-il le seul auteur? Il l'a publiée sur le conseil d'un ami, et à titre d'appendicule (2). Il fait usage de deux indéterminées E, A. Qu'on veuille tirer la tangente MT à la circonférence



DMR, il suffit de trouver la sous-tangente TN. J'élève une ordonnée CA, infiniment voisine de NM, et du point M je mène MP parallèle à TR. Le petit

(1) T. VII, p. 6.

(2) « Ita propositi nostri priore (quam innuebamus) parte quomodocumque defuncti sumus. Cui supplendæ, appendiculæ instar, subnectemus a nobis usitatum methodum ex calculo tangentes reperiendi. Quamquam haud scio, post tot ejusmodi pervulgatas atque protritas methodos, an id ex usu sit facere. Facio saltem ex amici concilio; eoque libentius, quod præ cæteris, quas tractavi, compendiosa videtur ac generalis. » *Lectiones geometricæ*, lect. x, p. 80, an. 1668.

arc MA pouvant être considéré comme une ligne droite, le triangle MPA est semblable à TNM. Je fais AP = A, MP = E, ainsi $\frac{A}{E} = \frac{y}{\text{sous-tang. TN}}$. Dans l'équation de la circonférence $y^2 = 2ax - x^2$, je substitue $y + A$ et $x + E$ à la place de y et de x, ce qui donne $y^2 + 2Ay + A^2 = 2ax + 2aE - x^2 - 2Ex - E^2$. A cause de $y^2 = 2ax - x^2$, et de A^2 et E^2 qu'il faut annuler, j'ai $Ay = aE - Ex = E(a - x)$, ou $\frac{A}{E} = \frac{a-x}{y}$. Mais $\frac{A}{E} = \frac{y}{\text{sous-tang. TN}}$; donc $\frac{a-x}{y} = \frac{y}{\text{sous-tang.}}$, ou sous-tang. TN $= \frac{y^2}{a-x}$. Il est clair que $\frac{A}{E}$ revient à $\frac{dy}{dx}$. On ne saurait être plus près du calcul différentiel.

Toutefois il reste encore deux pas à faire : trouver le moyen d'obtenir immédiatement sur une fonction donnée la valeur de $\frac{A}{E}$, sans être obligé de faire les substitutions, développements et réductions, et puis de lui adapter le symbole ou algorithme $\frac{dy}{dx}$. Newton fait le premier, vers 1664 ou 1665, par la méthode des fluxions, mais imparfaitement, parce qu'ils ne peuvent être bien faits l'un sans l'autre, et qu'il manque le second; car il est impossible de reconnaître un symbole

dans les lettres pointées, $\dot{x}$, $\ddot{x}$, $\dddot{x}$, ainsi de suite, employées pour désigner les divers ordres des fonctions différentielles.

Mais, entre 1674 et 1677, Leibnitz les fait tous les deux à la fois. Que dis-je? Il n'est pas même, comme Newton, jeté sur la voie par Barrow, car il déclare n'avoir connu le triangle différentiel de celui-ci, qu'après l'avoir lui-même imaginé, et être parvenu à la découverte complète. « A peine je commençais d'aborder ces études, lorsque, portant les yeux sur une démonstration relative à la mesure de la surface de la sphère, je fus soudainement frappé d'une grande lumière. Je voyais en général que la figure formée des perpendiculaires à la courbe, successivement appliquées à l'axe (dans le cercle les rayons), était proportionnelle à la surface du solide engendré par la rotation de cette figure autour de l'axe. Ravi de ce premier théorème, et ignorant ce qu'on pouvait avoir trouvé d'analogue, j'imaginais aussitôt un triangle que, dans chaque courbe, j'appelais caractéristique, et dont les côtés fussent indivisibles, ou, pour parler avec plus d'exactitude, infiniment petits, c'est-à-dire des quantités différentielles; d'où j'établissais sur-le-champ, et sans la moindre difficulté, une foule de théorèmes qu'ensuite je rencontrai en grande partie dans Grégori et dans Barrow. Je ne me servais pas encore du calcul al-

gébrique ; quand je l'employai, je découvris bientôt ma quadrature arithmétique et beaucoup d'autres choses. Mais je ne sais comment le calcul algébrique ne me satisfaisait point ; bien des parties que j'aurais voulu traiter par l'analyse, j'étais obligé de les présenter au moyen de figures, malgré leur embarras, jusqu'à ce qu'enfin je tombai sur le véritable supplément de l'algèbre pour les quantités transcendantes, je veux dire sur mon calcul des infiniment petits, que j'appelle différentiel, ou sommatoire, ou tétragonistique, et je crois, d'une manière assez convenable, *Analyse des indivisibles et des infinis*. Alors tout ce qui, dans ces recherches, m'avait paru étonnant, ne fut plus qu'un jeu. Non-seulement s'ouvrirent de belles voies abrégées, mais se fonda la méthode si générale qui tout à l'heure a été exposée, et par laquelle on détermine, autant qu'il est possible, soit les quadratices, soit les autres lignes algébriques qu'on propose, soit les transcendentes (1). »

(1) « Mihi contigit adhuc tironi in his studiis, ut ex uno aspectu cujusdam demonstrationis de magnitudine superficiei sphæricæ, subito magna lux oboriretur. Videbam enim generaliter figuram factam ex perpendicularibus ad curvam, axi ordinatim applicatis (in circulo radiis) esse proportionalem superficiei ipsius solidi, rotatione figuræ circa axem geniti. Quo primo theoremate (cum aliis tale quod innotuisse ignorarem) mirifice delectatus, statim comminiscebar triangulum, quod in omni curva vocabam characteristicum, cujus latera essent indivisibilia (vel accuratius loquendo infinite parva) seu quantitates differentiales ; unde statim in-

Par cette exposition des degrés que suit la découverte du calcul différentiel avant Leibnitz, et de la manière dont lui l'emporte d'un seul coup, on voit avec combien peu de fondement Lagrange (1) et Laplace (2) ont proclamé Fermat le premier, le véritable inventeur. Aux yeux de M. Biot, Newton même ne l'est pas, Newton, qui non-seulement emploie les indéterminées comme Fermat, comme Barrow, mais qui, de plus, reconnaît dans toute fonction l'existence de la dérivée, fournit le moyen de l'obtenir, qui, par conséquent, se sépare d'eux, et qui ensuite franchit un intervalle immense.

Après avoir discuté avec autant de sagacité que de soin l'accusation adressée, en 1699, par Fatio,

numera theoremata nullo negotio condebam, quorum partim postea apud Gregorios et Barrovium deprehendi. Necdum vero algebraico calculo utebar, quem cum adjecissem, mox quadraturam meam arithmeticam, aliaque multa inveni. Sed nescio quomodo non satisfaciebat mihi calculus algebraicus in hoc negotio, multaque quæ analysi voluissem, præstare adhuc cogebar figurarum ambagibus, donec tandem verum algebræ supplementum pro transcendentibus inveni, scilicet meum calculum indefinite parvorum, quem et differentialem, aut summatorium, aut tetragonisticum, et, ni fallor, satis apte *analysim indivibisilium et infinitorum voco*; quo semel detecto, jam ludus jocusque visum est quidquid in hoc genere ipse antea fueram admiratus. Unde non tantum insignia compendia, sed et methodum generalissimam paulo ante expositam condere licuit, qua sive quadratices, sive aliæ quæsitæ lineæ algebraicæ, vel transcendentes, prout possibile est, determinantur. » *Op.*, t. III, p. 193.

(1) *Leçons sur le calcul des fonctions*, p. 321, édit. nouv., 1806.

(2) *Essai phil. sur les probabilités*, p. 59, édit. 5e, an 1825.

et en 1705, par Keill à Leibnitz, de piller Newton, après avoir prouvé, pièces en main, que si Leibnitz a eu connaissance des résultats que Newton devait à sa méthode, il n'a point connu la méthode elle-même, M. Biot ajoute : « Si la méthode des fluxions existait seule aujourd'hui même, l'invention du calcul différentiel, avec sa notation et ses idées de décomposition en éléments infiniment petits, qui en sont l'essence, serait une découverte admirable qui ferait aussitôt éclore une multitude d'applications que nous possédons, mais qu'on n'aurait probablement pas obtenues sans son secours (1)... C'est d'elle que dépend l'application plus facile du calcul différentiel, la réduction de ses opérations compliquées à des règles générales très-simples, enfin la possibilité de découvrir et de suivre les analogies indiquées par l'algorithme même, analogies si utiles à une science qui exprime les raisonnements par des signes. En résolvant les lignes, les surfaces, les solides, en un mot, toutes les quantités physiques ou numériques en éléments infiniment petits, on peut, avec la faculté la plus entière et la netteté la plus parfaite, suivre tous les effets, toutes les conséquences qui résultent des caractères même les plus variables de ces éléments ; on peut apprécier ces résultats

(1) *Biog. univ.*, art. Newton, t. XXXI, p. 176.

avec tel degré d'approximation que l'on désire, sans perdre un instant de vue les principes qui les produisent, et qui se présentent toujours parfaitement dégagés les uns des autres. Et lorsqu'on les a ainsi évalués isolément avec sûreté et exactitude, il ne reste plus qu'à les rassembler. Mais en employant la considération des fluxions dans la génération des quantités, on la complique d'un élément étranger qui est le mouvement. Cette considération même introduit dans les applications une complication inévitable qui les rend beaucoup plus difficiles à établir, et surtout à suivre dans leurs détails variables. Quels efforts d'esprit n'aurait-il pas fallu, par exemple, pour concevoir nettement et calculer par cette méthode les attractions des sphéroïdes, les lois de leur équilibre, lorsqu'on les suppose en tout ou en partie fluides, et celle de l'équilibre et du mouvement des fluides élastiques, dont la disposition, produite par l'action mutuelle de toutes leurs parties, est encore modifiée par la forme des vases où ils sont contenus ! Ces problèmes et une infinité d'autres, parmi lesquels il faut compter presque toutes les questions de physique, ne sont pour ainsi dire accessibles que par les considérations tirées des infiniment petits. Tellement que si la méthode des fluxions eût été seule connue, la découverte, je le répète, de cette heureuse simplification eût encore été une

chose admirable, et aussitôt universellement étudiée et accueillie. Ainsi, dans cette supposition même, assurément la plus favorable aux partisans exagérés de la méthode newtonienne, celle de Leibnitz eût été encore une amélioration capitale qu'il leur eût fallu nécessairement apprendre. Cette réflexion, qui réduit la question à un point dont tout le monde peut être aujourd'hui juge, puisqu'il est indépendant de toute controverse fondée sur des titres littéraires, anéantit complétement la question de priorité élevée entre Newton et Leibnitz, puisqu'il en résulte une différence entière et capitale dans le résultat de leurs découvertes (1)... Barrow, le maître de Newton, avait déjà donné depuis longtemps l'exemple de considérer la génération des lignes et des surfaces par le mouvement, et même par des mouvements composés de différentes vitesses, ce que l'on conçoit bien avoir pu naturellement porter Newton à considérer aussi en général les accroissements infiniment petits des quantités dans leurs rapports avec le mouvement; tandis que, par une succession d'idées également continue, mais tout à fait distincte, et peut-être plus philosophique, parce qu'elle était plus abstraite, et comme telle d'une application plus facile, Leibnitz a toujours été porté à considérer des diffé-

(1) *Ibid.*, art. Leibnitz, t. XXIII, p. 638.

rences, dans la génération desquelles il a ensuite découvert le véritable type qui distingue entre eux les résultats finis. Cette série d'idées séparément propres à chacun de ces grands génies, et suivie par chacun d'eux depuis ses premiers pas jusqu'au terme de ses découvertes, nous semble offrir un caractère d'individualité qui suffirait pour qu'on dût attribuer à l'un comme à l'autre l'honneur d'être arrivé au calcul infinitésimal par ses propres vues et par une route indépendante, si les preuves matérielles qui peuvent établir ce fait littéraire étaient perdues ; mais il n'y a plus lieu de douter, lorsque la discussion des titres authentiques, c'est-à-dire de ceux que la publicité donne, conduit à la même conséquence (1). » Nous renvoyons à cette discussion faite par Montucla (2), par Bossut (3) et par M. Biot, discussion trop étendue pour être rapportée ici, et assez bien présentée pour que nous ne songions point à en faire une autre. A ces considérations de M. Biot nous joindrons une remarque de M. Lacroix, qui les confirme.

« Les géomètres du continent ne négligèrent point non plus l'emploi des suites ; mais ils n'allèrent pas jusqu'à en abuser, comme firent les géo-

(1) *Ibid.*, art. Leibnitz. t. XXIII, p. 631.
(2) *Hist. des math.*, t. III, p. 102.
(3) *Hist. des math.*, t. II, p. 62.

mètres anglais du second ordre, qui les appliquèrent souvent à des problèmes dont on pouvait avoir la solution par des équations finies, ainsi que le leur fit voir Jean Bernoulli; il eut même à cet égard un reproche fondé à faire à Newton, qui parut méconnaître la vraie difficulté d'un problème (celui des trajections orthogonales) proposé par Leibnitz aux géomètres anglais, après qu'ils lui eurent contesté ses droits à la découverte du calcul différentiel. Ce n'était point dans la recherche de l'équation différentielle de laquelle dépendait ce problème, mais dans son intégration générale que consistait le mérite de la solution. Newton, possédant des méthodes pour résoudre par les séries, soit les équations algébriques, soit les équations contenant des fluxions, c'est-à-dire des équations différentielles, crut en avoir fait assez en indiquant la manière de trouver celle qui résultait du problème de Leibnitz; et c'est sur quoi Jean Bernoulli, profondément affecté de l'injustice des Anglais envers ce dernier, se récria beaucoup.

« L'école de Newton proposa à son tour un problème à résoudre aux disciples de Leibnitz : le choix de la question donne lieu à des remarques qui semblent avoir échappé aux historiens des nouveaux calculs, et qui jettent cependant quelque lumière sur le point qu'ils ont eu à débattre. Quand on fait attention au soin que Newton avait mis dans

la composition de son immortel ouvrage des *Principes*, pour le porter aussi en avant qu'il était possible de l'état de la science au moment où il écrivait, qu'il y a même inséré des résultats dont il n'a pas donné de démonstration, on doit être étonné de la manière incomplète dont il y traite le mouvement des projectiles dans les milieux résistants, comme le carré de la vitesse, cas le plus conforme à ce qui se passe dans la nature. Il n'ose attaquer la question directe ; et pour la première fois appelant à son secours l'analyse algébrique, il quitte la synthèse qu'il regardait cependant comme la seule voie par laquelle il fût convenable de présenter une proposition nouvelle (1).

« Lors donc qu'on voit Keill faire de cette question directe le sujet d'un défi qu'il porte aux géomètres du continent, n'est-on pas en droit de conclure que non-seulement il la regardait comme un problème des plus difficiles, mais qu'en cela il était guidé par l'opinion qu'en avait conçue Newton lui-même ? Quelle apparence que le promoteur de la querelle qui divisait les deux écoles eût osé s'aventurer contre Bernoulli, sans prendre ses sûretés ? Il est bien évident néanmoins que le problème n'est pas le plus difficile de ceux qui ont été

(1) « Ut theorema fiat concinnum et elegans, *ac lumen publicum* sustinere valeat. » *Opuscul.*, t. I, p. 170.

proposés et résolus à la naissance du calcul différentiel; mais, pour le traiter avec succès, il fallait le ramener à une équation différentielle, car la méthode des séries n'y apporte pas la facilité qu'elle donne pour beaucoup d'autres, et c'est par cette raison que Newton n'en vint pas à bout. Quant à Keill, il ne pensait pas apparemment qu'une chose qui avait échappé à l'auteur du livre des *Principes* fût possible ; et il se trouva couvert de ridicule, lorsque Jean Bernoulli le somma de justifier sa provocation, en produisant la solution du problème qu'il avait proposé.

« On objectait en vain que, sous le rapport de l'application à la pratique, la solution de Bernoulli est à peu près inutile ; elle était trop remarquable du côté analytique et géométrique, pour que Newton eût négligé de s'en faire honneur, s'il avait pu y atteindre par sa méthode. Son défaut de succès à cet égard et l'exposition de ses tentatives prouvent, ce me semble, que c'était uniquement par le développement en séries qu'il était arrivé aux nouveaux calculs, à peu près comme il l'indique lui-même dans la proposition X du livre II de ses *Principes*, et que cette voie ne lui donnait point un accès aussi facile à l'emploi des équations différentielles, que la considération immédiate des accroissements en eux-mêmes, à laquelle s'était attaché Leibnitz. Ainsi plus on rapproche toutes

les circonstances des premiers progrès du calcul différentiel, et plus elles me paraissent montrer jusqu'à l'évidence que Leibnitz n'en a pas, moins que Newton, travaillé sur ses propres idées (1). » Et ces idées, qui sont celles des différences, lui vinrent à l'âge de vingt ans, 1666, pendant qu'il s'occupait de l'art combinatoire (2). L'emploi des suites conduisit à l'abus, non pas seulement les géomètres du second ordre, comme le suppose M. Lacroix, mais Newton lui-même. Dans $z^n + nz^{n-1}o + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} z^{n-2}o^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} z^{n-3}o^3 +$, etc., ou 0 est l'accroissement infiniment petit, qu'il appelle naissant, il dit que la première fluxion ou différentielle de z^n est proportionnelle à $nz^{n-1}o$; la deuxième à $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} z^{n-2}o^2$; la troisième à $\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} z^{n-3}o^3$, ainsi des autres (3). Or, la première n'est pas seulement pro-

(1) *Traité du calcul diff. et intégral,* par Lacroix, préf. p. 13.

(2) Op., t. III, p. 456.

(3) « Quantitatum fluentium fluxiones esse primas, secundas, tertias, aliasque diximus supra. Hæ fluxiones sunt ut termini seriarum infinitarum convergentium. Ut si z^n sit quantitas fluens, et fluendo evadat $\overline{z+o}^n$, deinde resolvatur in seriem convergentem $z^n + noz^{n-1} + \frac{n^2-n}{2} oo z^{n-2} + \frac{n^3-3nn+2n}{6} o^3 z^{n-3} +$, etc. ; terminus primus hujus seriei z^n

portionnelle, elle est égale. Quant aux suivantes, les rapports variant pour chacune, est-il permis d'avancer qu'il y a proportion entre elles et les termes respectifs du binome? n'est-ce pas les confondre, ou risquer de les confondre avec eux?

Une fois la géométrie analytique inventée, il ne restait plus rien à trouver, il n'y avait qu'à s'en servir. L'invention du calcul différentiel, au contraire, ne fut qu'une première découverte en appelant sans cesse d'autres, que le commencement d'une œuvre immense qui n'est point encore terminée, et qui peut-être ne le sera jamais. Loin de se reposer à l'entrée de la carrière qu'il venait d'ouvrir aux spéculations des siècles futurs, Leibnitz se ceint les reins, et s'y lance le premier. « Tantôt, c'est M. Biot qui parle, il étendait les usages analytiques de cette méthode, comme lorsqu'il découvrit le mode d'intégration des fonctions rationnelles par la décomposition de leur dénominateur en ses facteurs simples, soit réels, soit

erit quantitas illa fluens; secundus naz^{n-1} erit ejus incrementum primum, seu differentia prima, cui nascenti proportionalis est ejus fluxio prima; tertius $\frac{n^2-n}{2}\,oo\,z^{n-2}$, erit ejus incrementum secundum, seu differentia secunda, cui nascenti proportionalis ejus fluxio secunda; quartus $\frac{n^3-3nn+2n}{6}\,o^3\,z^{n-3}$, erit ejus incrementum tertium, seu differentia tertia, cui nascenti fluxio tertia proportionalis est, et sic deinceps in infinitum. » *Opuscul.*, t. I, p. 241.

imaginaires ; tantôt il généralisait les principes du calcul, comme il le fit en imaginant de considérer les effets de variabilité des quantités arbitraires ; d'autres fois enfin il signale avec la sagacité de la plus haute philosophie les inductions offertes par la notation, telles que sont, par exemple, les analogies des puissances et des différences, deux remarques, dont l'une, en étendant les idées de variabilité, et l'autre, en étendant la signification des indices, sont devenues aujourd'hui des principes de découvertes les plus employés. Cette lumière nouvelle et si vive, qu'il jetait ainsi sur l'analyse mathématique, lui faisait saisir entre les diverses parties de cette science de nouveaux rapports jusqu'alors inaperçus, parce que le besoin ne s'en était pas encore fait sentir. C'est ainsi qu'il trouva le calcul des fonctions exponentielles, autre source également féconde en résultats, et dont l'emploi revient à chaque instant dans la résolution de toutes les questions mathématiques et naturelles (1). » Il eut même l'idée des différentielles à indices fractionnaires (2), dont M. Liouville a donné une curieuse théorie (3). Il est presque inutile de dire qu'un homme qui perfectionnait de cette manière le calcul dif-

(1) *Biog. univ.*, art. Leibnitz, t. XXIII, p. 632.

(2) *Op.*, t. III, p. 105.

(3) *Journal de l'École polythecnique*, cahiers 21, 24, 25.

férentiel, « en développa la puissance avec une ardeur et une fécondité de génie inconcevables, » suivant les expressions du même historien. « On le vit presque aussitôt, dit-il, en montrer les applications à la théorie des courbes, dans la recherche des tangentes, à celle des osculations en général et des intersections des courbes sous des conditions données, aux questions de mécanique, dans la résolution des problèmes, tels que ceux de la chaînette, de la vélaire et de la ligne de la plus vite descente (1). » M. Biot peut ajouter, et à la théorie des forces centrales, Newton n'y ayant employé que les séries. De l'*Essai sur les causes des mouvements célestes* sont parties les recherches postérieures, sur le même sujet, de l'Hôpital, Varignon, Bernoulli et des autres. Les *Principes mathématiques* de Newton n'ont fourni que des énoncés de problèmes.

Leibnitz fut heureusement secondé par Jacques et Jean Bernoulli, l'Hôpital et Varignon. Jacques, qui, le premier, adopta le calcul différentiel, en comprit l'importance en 1687, dans la recherche de la courbe isochrone. A l'occasion des spirales, dont il développait la théorie, il publia, en 1691, un essai de calcul différentiel et de calcul intégral, *specimen calculi differentialis* (2). Dans le même

(1) *Biog. univ.*, art. Leibnitz, t. XXXIII, p. 632.
(2) *Op.*, t. I, p. 431 et 442.

temps, son frère vient à Paris et écrit ses *Lectiones mathematicæ de methodo integralium, aliisque in usum Hospitalii* (1), et l'Hôpital à son tour donne bientôt, 1694, *l'Analyse des infiniment petits*. En 1697, Jean traite des exponentielles. Trois ans après, Varignon se jette avec le nouveau calcul sur les forces centrales et sur les mouvements dans les milieux résistants, qu'il tourne de toutes les façons. 1717 voit paraître le *Methodus incrementorum directa et inversa*, de Taylor, où se trouve le célèbre théorème qui porte son nom, pour développer une fonction quelconque et son accroissement, au moyen de ses différentielles successives. Peu importe ici que l'auteur adopte les fluxions. Une formule analogue d'intégration avait été publiée l'année précédente par Jean Bernoulli (2). Nous passons la solution d'une multitude de problèmes plus difficiles les uns que les autres. Les indiquer offrirait peu d'intérêt, les discuter serait trop long. Les questions qui jusqu'alors ont désespéré les génies les mieux trempés, les questions qu'ils n'auraient jamais osé se proposer, sont traitées avec facilité. Dans une lettre du 22 juillet 1698, Wallis ayant dit à Leibnitz : « Le calcul différentiel n'est pas tant une chose nouvelle qu'une nouvelle manière de s'exprimer, et c'est ce que vous n'avez peut-être

(1) *Op.*, t. III, p. 387.
(2) *Actes de Leipsic.*

pas remarqué (1), » celui-ci lui répond : « J'avoue que ce calcul a beaucoup de rapport avec ce que vous, Fermat et d'autres aviez déjà trouvé, et qui n'était pas inconnu à Archimède lui-même. Peut-être cependant que ce qui existe aujourd'hui constitue un progrès assez considérable, puisque déjà l'on peut arriver à ce qui auparavant était inaccessible aux plus éminents géomètres, comme Huyghens même le reconnaît. Il en est peut-être de ce calcul comme du calcul analytique appliqué aux lignes coniques ou plus élevées. Qui ne sait qu'Apollonius et d'autres anciens avaient des théorèmes qui fournissent la base des équations par lesquelles Descartes désigna plus tard ces lignes? ce n'est cependant que par la méthode de Descartes que la chose est ramenée au calcul, de façon qu'on fait commodément et sans peine ce qui auparavant exigeait un grand travail de réflexion et d'imagination. C'est ainsi que mon calcul différentiel soumet à l'analyse même les quantités transcendantes auxquelles précédemment Descartes lui-même n'avait pu l'appliquer... De sorte que ce n'est pas sans raison que j'ai avancé, qu'au moyen de cette méthode, la géométrie dépasse infiniment les limites posées par Viète et par Descartes (2).

(1) « Calculus differentialis non est tam res nova quam nova loquendi formula, utut tu id forte non animadverteris. » *Op. Leib.*, p. 124.

(2) « Fateor multa ei esse communia cum iis quæ et tibi, et Fermatio

« Il faut rendre cette justice à M. Newton, à qui la géométrie, l'optique et l'astronomie ont de grandes obligations, qu'encore en ceci il a eu quelque chose de semblable de son chef, suivant ce qu'on a su depuis. Il est vrai qu'il se sert d'autres caractères : mais comme la caractéristique même est, pour ainsi dire, une grande part de l'art d'inventer, je crois que les nôtres donnent plus d'ouverture (1). » Tout en reconnaissant sans peine ce que son invention a de commun avec celle de Fermat, de Barrow, de Newton, Leibnitz marque la différence énorme qui l'en sépare.

La supériorité de ce calcul échappe d'abord à Huyghens. Sans lui, il avait trouvé la théorie du pendule, celles des développées; sans lui, il résolvait les problèmes de la courbe isochrone, de la chaînette, que les autres résolvaient avec lui; enfin

aliisque, imo jam ipsi Archimedi erant explorata ; fortasse tamen res nunc multo longius provecta est, ut jam effici possint quæ antea summis geometris clausa videbantur, Hugenio ipso id agnoscente. Perinde fere se res habet ac in calculo analytico ad lineas conicas altioresve applicato : quis non videt Apollonium, et veteres alios habuisse theoremata quæ materiam præbent æquationibus, quibus Cartesius postea lineas designare voluit? Interim methodo Cartesii res ad calculum reducta est, ut jam commode ac nullo negotio fiant, quæ antea multo meditationis et imaginationis labore indigebant. Eodem modo calculo nostro differentiali etiam transcendentia analyticis operationibus subjiciuntur, quæ inde antea excluserat ipse Cartesius... Adeo ut videar non vane asseruisse geometriam hac methodo ultra terminos a Viéta et Cartesio positos in immensum promoveri. » *Ibid.*, p. 127 et 191.

(1) *Ibid.*, p. 301.

sans lui, ayant, pendant plus de trente ans, étonné l'Europe par ses admirables inventions, on s'explique pourquoi il est quelque temps sans le regarder, et ne l'apprécie que lorsqu'il est comme ébloui de ses merveilles. Six ans après qu'il eut été publié, « j'ai vu de temps en temps, écrit-il à Leibnitz, quelque chose de votre nouveau calcul algébraïque dans les *Actes de Leipsic*, mais y trouvant de l'obscurité je ne l'ai pas assez étudié pour l'entendre, comme aussi parce que je croyais avoir quelque méthode équivalente, tant à trouver les tangentes des lignes courbes, où les règles ordinaires ne servent pas, qu'en plusieurs autres recherches. Mais sur ce que vous me dites maintenant de l'usage de votre analyse et algorithme dans les lignes que Descartes excluait, j'ai envie de l'étudier à fond, si je puis, en cherchant tout ce que vous en avez donné dans lesdits Actes. Je vois qu'entre autres utilités de votre méthode, vous comptez *Mehodus tangentium inversa*, qui serait encore de grande importance, si vous l'aviez telle que, la propriété de la tangente étant donnée, vous en puissiez déduire la propriété de la courbe. » Là il propose deux valeurs de sous-tangentes que nous supprimons, parce qu'il faudrait rapporter les intégrales que Leibnitz donne, et les explications dont il les accompagne ; puis il ajoute : « Si votre méthode sert ici et aux autres choses que vous dites, vous

pouvez être sûr quel sera mon jugement, et vous m'obligerez fort et tous les autres géomètres en l'expliquant le plus clairement que vous le pourrez dans un traité exprès (1). » Cette lettre est du 24 août 1690. Le 10 octobre de la même année : « J'ai tâché, depuis ma dernière, d'entendre votre *calculus differentialis*, et j'ai tant fait que j'entends maintenant les exemples que vous en avez donnés, l'un dans la cycloïde, qui est dans votre lettre, l'autre dans la recherche du théorème de M. Fermat, qui est dans le journal de Leipsic de 1684. Et j'ai même reconnu les fondements de ce calcul et de toute votre méthode, que j'estime être très-bonne et très-utile (2). Cependant Huyghens dit encore qu'il croit avoir quelque chose d'équivalent dans cette méthode dont il a déjà parlé, laquelle sert aux tangentes et à d'autres recherches, et qui, nous le croyons, n'est que celle de Fermat abrégée, comme il semble résulter de deux morceaux du premier volume des œuvres complètes de Huyghens (3). Le 5 février 1692 : « Ce que vous dites de votre *calculus differentialis* dans la recherche de la cycloïde, sans presque de méditation, me paraît incroyable. Vous apportez une nouvelle facilité au

(1) *Christiani Hugenii aliorumque seculi* XVII *virorum celebrium exercitationes mathematicæ et philosophicæ*, 1833, p. 28.

(2) *Ibid.*, p. 29.

(3) P. 490 et 498.

calcul, mais point l'invention qu'il faut dans les problèmes extraordinaires, non plus que Viète par l'algèbre (1). » Enfin le langage change : Huyghens, qui reconnaît au calcul différentiel l'avantage de la facilité, va bientôt lui reconnaître celui de l'invention. Le 22 octobre 1692 il avoue, dans une lettre à l'Hôpital, que le calcul différentiel « nous fait apercevoir souvent des vérités et des conséquences qui ne se présenteraient pas sans cela (2). » Dans une autre de la même époque, il lui dit, au rapport de Fontenelle, « qu'il voit avec surprise et avec admiration l'étendue et la fécondité de cet art; que, de quelque côté qu'il tourne sa vue, il en découvre de nouveaux usages; qu'enfin il y conçoit un progrès et une spéculation infinis (3). » Voilà ce qui fait dire à Leibnitz, dans l'endroit cité de sa réponse à Wallis, sur la prééminence du calcul différentiel, que Huyghens même la reconnaît, *Hugenio ipso id agnoscente.* On doit déplorer que Huyghens soit mort à l'heure où son esprit s'ouvrait ainsi à la lumière, 1695; et il eût été curieux de voir ce qu'un homme qui avait tant tiré des méthodes antérieures aurait obtenu de celle-là.

La nature des différentielles excite des contes-

(1) *Exercit.*, p. 120.
(2) *Ibid.*, p. 239.
(3) *Éloge de l'Hôpital.*

tations. Selon Niewentyt, « la méthode du calcul différentiel et intégral est sujette à la même difficulté que les autres; c'est que l'on y supprime des quantités infiniment petites, comme si elles étaient nulles (1), » ou qu'on regarde comme égales des quantités qui ne le sont point; car, dit-il, « les seules quantités égales sont celles dont la différence est nulle, ou égale à zéro (2). »

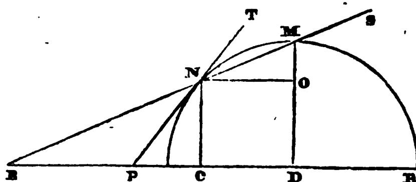
Leibnitz répond qu'il juge égales, non-seulement des quantités dont la différence est nulle, mais celles dont la différence est tellement petite, qu'elle ne peut être comparée avec aucune d'elles, ce qu'il explique ainsi : « Il faut concevoir, par exemple, (1) le diamètre d'un petit élément d'un grain de sable, (2) le diamètre du grain de sable même, (3) celui du globe de la terre, (4) la distance d'une fixe de nous, (5) la grandeur de tout le système des fixes, comme (1) une différentielle du second degré, (2) une différentielle du premier degré, (3) une ligne ordinaire assignable, (4) une ligne infinie, (5) une ligne infiniment infinie (3). » « Car au lieu de l'infini ou de l'infiniment petit, on

(1) « Methodum calculi differentialis et summatorii, laborare communi cum aliis difficultate, quod scilicet quantitates infinite parvæ abjiciantur quasi essent nihil. » *Leibnitzii oper.*, t. III, p. 327

(2) « Solæ eæ quantitates æquales sunt, quarum differentia nulla est, seu nihilo æqualis. » *Ibid.*

(3) T. III, p. 501.

prend des quantités aussi grandes et aussi petites qu'il faut pour que l'erreur soit moindre que l'erreur donnée (1). » On voit qu'il ne satisfait nullement à la difficulté de Niewentyt. Dans la courbe NMB, la sécante RS ne devient réellemen



la tangente TP que lorsque le point M coïncide avec le point N, autour duquel elle tourne, et par conséquent que la différence MO des deux coordonnées, et la différence NO des deux abscisses sont rigoureusement nulles. Newton les suppose telles : « Par dernière raison des quantités évanouissantes, dit-il, il faut entendre celle qu'ont entre elles des quantités qui diminuent, non pas avant de s'évanouir, ni après qu'elles sont évanouies, mais celle qu'elles ont dans le moment même qu'elles s'évanouissent (2). » Il est clair que la raison ou le rapport de quantités qui s'évanouissent, s'évanouit avec elles.

Voilà une alternative d'où il ne paraît pas aisé

(1) *Ibid.*, p. 370.
(2) *Princ. math.*, liv. I, sect. I, lem. XI, scol.

de sortir. Si, comme Newton, l'on s'oblige d'anéantir les différentielles, il ne reste rien à considérer; si, avec Leibnitz, on leur attribue une valeur, on ruine l'exactitude du calcul.

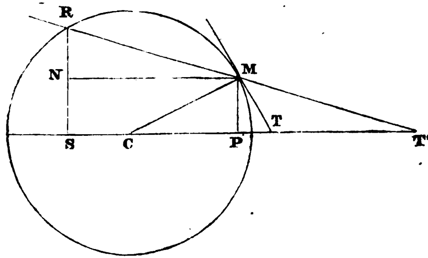
Comme dans le développement d'une fonction en séries, par rapport aux puissances ascendantes de l'accroissement donné à la variable, le coefficient du second terme est le coefficient différentiel du premier ordre, et qu'abstraction faite des dénominateurs, les coefficients des termes suivants sont les coefficients différentiels des autres ordres, Lagrange s'est avisé de considérer les propriétés de ces termes, sans s'inquiéter comment ils les ont (2). C'est ce qu'il appelle avoir dégagé le calcul différentiel de la considération de l'infini, et c'est ce qu'il faut appeler l'avoir détruit. Précisément on ne peut connaître les propriétés de ces termes, auxquels il donne le nom de fonctions dérivées, que par la considération de l'infini. N'est-ce pas par cette considération seule que je sais, par exemple, que ce qu'il désigne par fonction prime représente dans une courbe la tangente trigonométrique de l'angle que la tangente à la courbe fait avec l'axe des abscisses, et, dans le mouvement accéléré, la vitesse? Il paraît que Laplace tombait dans une semblable méprise (2). Rédui-

(1) *Fonctions analytiques et Leçons sur le calcul des fonctions.*

(2) *Essai phil. sur les probabilités*, p. 56.

sant ainsi les principes du calcul différentiel à un grossier mécanisme, on conçoit qu'ils en attribuassent l'invention à Fermat. Cependant les fonctions dérivées ont conduit Lagrange à étudier les fonctions en elles-mêmes, indépendamment de toute application, ce qui n'avait point été fait avant lui, du moins comme théorie expresse.

Carnot croit qu'en négligeant les quantités différentielles on commet une erreur, mais que cette erreur est ensuite compensée. Qu'il s'agisse, par exemple, de trouver la sous-tangente TP, il raisonne ainsi : « Par un point R, pris arbitrairement à une distance quelconque du point M, soit menée la ligne RS parallèle à MP, et par les points R et M soit tirée la sécante RT'; nous aurons



évidemment T'P : MP :: MN : RN, et partant $T'P$ ou $TP + T'T = MP \frac{MN}{RN}$. Cela posé, si nous imaginons que RS se meuve parallèlement à elle-même en s'approchant continuellement de MP, il

est visible que le point T′ s'approchera en même temps de plus en plus du point T, et qu'on pourra par conséquent rendre la ligne T′T aussi petite qu'on voudra, sans que la proportion établie ci-dessus cesse d'avoir lieu. Si donc je néglige cette quantité T′T dans l'équation que je viens de trouver, il en résultera à la vérité une erreur dans l'équation $TP = MP \frac{MN}{RN}$ à laquelle la première sera alors réduite; mais cette erreur pourra être atténuée autant qu'on le voudra, en faisant approcher autant qu'il sera nécessaire RS de MP : c'est-à-dire que le rapport des deux membres de cette équation différera aussi peu qu'on voudra du rapport d'égalité.

Pareillement, d'après l'équation du cercle $y^2 = 2ax - x^2$, nous avons $\frac{MN}{RN} = \frac{2y + RN}{2a - 2x - MN}$, et cette équation est parfaitement exacte, quelle que soit la position du pont R, c'est-à-dire quelles que soient les valeurs de MN et de RN. Mais plus RS approchera de MP, plus ces lignes MN et RN seront petites; et partant, si on les néglige dans le second membre de cette équation, l'erreur qui en résultera dans l'équation $\frac{MN}{RN} = \frac{y}{a - x}$ à laquelle elle sera réduite alors, pourra, comme la première, être rendue aussi petite qu'on le jugera à propos.

Cela étant, sans avoir égard à des erreurs que je serai toujours maître d'atténuer autant que je le voudrai, je traite les deux équations $TP = MP\frac{MN}{RN}$ et $\frac{MN}{RN} = \frac{y}{a-x}$, que je viens de trouver, comme si elles étaient parfaitement exactes l'une et l'autre ; substituant donc dans la dernière la valeur de $\frac{MN}{RN}$ tirée de l'autre, j'ai pour résultat $TP = \frac{y^2}{a-x}$.

Ce résultat est parfaitement juste, puisque les triangles semblables CMP, MPT, donnent CP : MP :: MP : TP ; d'où $TP = \frac{MP^2}{CP} = \frac{y^2}{a-x}$; et cependant les équations $TP = y\frac{MN}{RN}$ et $\frac{MN}{RN} = \frac{y}{a-x}$, d'où il a été tiré, sont certainement fausses toutes les deux, puisque la distance de RS à MP n'a point été supposée nulle, ni même très-petite, mais bien égale à une ligne quelconque arbitraire. Il faut par conséquent de toute nécessité que les erreurs se soient compensées mutuellement par la comparaison des deux équations erronées (1). »

La conséquence de cette doctrine, c'est qu'une différentielle n'est exacte qu'après avoir été com-

(1) *Réfl. sur la métaph. du calcul infinitésimal*, édit. 2e, p. 12.

binée avec une autre. Mais comment savoir que la compensation parfaite a toujours lieu? Loin d'absoudre le calcul différentiel de l'accusation d'erreur, n'est-ce pas lui donner l'erreur pour principe? Non, les équations $TP = y\frac{MN}{RN}$, $\frac{MN}{RN} = \frac{y}{a-x}$, ne sont point fausses. Quand l'auteur a négligé T'T dans la première, et MN et RN dans la seconde, il a fait ces quantités nulles, en sorte qu'elles le sont nécessairement dans les deux équations. Ces deux équations tirent si peu leur exactitude de l'équation $TP = \frac{y^2}{a-x}$, que $TP = \frac{y^2}{a-x}$ ne se trouve exacte que parce $TP = y\frac{MN}{RN}$ et $\frac{MN}{RN} = \frac{y}{a-x}$ le sont. Il est vrai que si on égale MN et RN à zéro, on retombe dans l'hypothèse de Newton et dans la difficulté qu'elle entraîne de comparer des quantités nulles, comme si on leur attribue une valeur, on retombe dans celle de Leibnitz, de détruire la rigueur du calcul différentiel.

Rappelons-nous que l'objet de ce calcul est de mettre en évidence les rapports qui constituent l'universel des fonctions, en éliminant la partie des rapports constitutifs de l'individuel, qui les cachent, ou qui particularisent les fonctions. Ces deux sortes

de rapports se rencontrent dans $\frac{MN}{RN}$. Quand RS vient à se confondre avec MP, le rapport constitutif de l'individuel s'évanouit, et apparaît le rapport constitutif de l'universel ; le premier frappe les sens au moyen des lignes MN et RN ; le second, représenté par les symboles *dy* et *dx*, n'est saisi que par l'intelligence. D'où l'on voit qu'effectivement les quantités différentielles, c'est-à-dire les rapports de l'universel des fonctions, ne sont point nulles, que ce qui est nul, ce sont les quantités algébriques, c'est-à-dire les rapports de l'individuel, lesquels, après avoir servi à mettre sur la voie des rapports de l'universel, s'effacent pour que l'esprit puisse s'emparer de ceux-ci. Leibnitz et Newton avaient donc également tort, Newton d'égaler à zéro les différentielles, Leibnitz de soutenir l'existence des infiniment petits, puisque évidemment il entendait par ce mot l'individuel des fonctions.

Examinons le symbole $\frac{dx}{dy}$, qui, dans les deux équations $\frac{MN}{RN}=\frac{y}{a-x}$, $\frac{MN}{RN}=\frac{TP}{y}$, remplace $\frac{MN}{RN}$, de manière qu'on a $\frac{dx}{dy}=\frac{y}{a-x}$, $\frac{dx}{dy}=\frac{TP}{y}$. Quand RS se confond avec MP, il vient MN = 0, RN = 0, et $\frac{0}{0}=\frac{y}{a-x}$,

$\frac{0}{0} = \frac{TP}{y}$. « $\frac{0}{0}$, dit Lagrange, est toujours le symptôme d'un changement de fonction (1). » On change de fonction, soit en introduisant de nouveaux rapports dans la fonction que l'on considère, soit en excluant une partie de ceux qu'elle renferme. Ce dernier cas est celui du calcul différentiel. $\frac{0}{0}$ dans $\frac{0}{0} = \frac{y}{a-x}$, indique l'exclusion de ce qui individualisait la fonction $y^2 - 2ax^2 + x^2 = 0$, ou de ce qui lui était accidentel, et que représentaient les deux lignes MN et RN. Égaler donc ces lignes à zéro, c'est déclarer qu'on ne considère que ce qu'il y a de permanent dans la fonction; et le symbole de l'indétermination $\frac{0}{0}$, qui se montre dans l'opération, marque très-bien que la fonction étant privée de ce qu'elle avait d'accidentel ou de changeant, est incapable des changements individuels indéfinis qu'auparavant elle pouvait produire, que rien en elle ne l'y détermine plus. Cependant $\frac{0}{0}$ n'est indéterminé qu'en apparence ; étant la trace du passage de la considération de l'individuel à la considération de l'universel, il représente implicitement ce dernier. S'il le représentait aussi ex-

(1) *Leçons sur le calcul des fonctions*, p. 321 ; édit. 1806.

plicitement, il serait le vrai symbole de $\frac{y}{a-x}$; mais c'est ce que fait $\frac{dx}{dy}$; d, qu'on prononce différentielle, signifiant une différence nulle, dit que la fonction n'est plus sujette à devenir différente de ce qu'elle est actuellement, que la différence de tous ses états est zéro, ce qui prouve qu'auparavant une de ses propriétés était de varier, qu'elle l'a perdue, et qu'elle n'a plus que celle de rester permanente. Bien entendu que c'est par rapport à l'état dans lequel on l'a d'abord envisagée, c'est-à-dire, par rapport à son premier individuel; car, si l'universel auquel elle est maintenant réduite enferme des variables, elle peut être considérée comme une nouvelle fonction complète, qui à son tour contient un universel et un individuel. Donc $\frac{dx}{dy}$ indiquant comme $\frac{0}{0}$ le passage de l'individuel à l'universel, et de plus représentant celui-ci explicitement, c'est-à-dire exprimant à la fois et l'universel, et l'opération par laquelle il a été dégagé, forme le symbole naturel de $\frac{y}{a-x}$, et doit remplacer $\frac{0}{0}$ dans $\frac{0}{0} = \frac{y}{a-x}$. Le même raisonnement s'applique à $\frac{0}{0} = \frac{TP}{y}$ et à $TP - y\frac{MN}{RN} = 0$,

dont elle vient. La fonction e^x, qui est elle-même sa dérivée, se trouve, comme on veut, individuel ou universel, algébrique ou différentielle. Il en est ainsi des fonctions qu'elle sert à intégrer, et en particulier des différentielles à indice fractionnaire, négatif, traitées par M. Liouville.

Telle est la vraie métaphysique du calcul différentiel, qui a tant occupé les géomètres, et qui, selon d'Alembert, « est encore plus importante et peut-être plus difficile à développer que les règles mêmes de ce calcul. (1) » Oui, elle est difficile si on la cherche, non dans la nature des idées, où elle se trouve, mais dans les principes des opérations mathématiques, où elle ne se trouve pas. D'après cette métaphysique, on pourrait dire, par forme de comparaison, que le Dieu de Spinosa est la différentielle de l'univers, et l'univers l'intégrale du Dieu de Spinosa.

(1) *Encyc. méth.*, art. différentiel.

PARTIE III.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

PHILOSOPHIQUES, PHYSIQUES, MATHÉMATIQUES.

CHAPITRE PREMIER.

Optimisme.

Après avoir considéré les idées, les substances spirituelles et corporelles, l'union de l'âme et du corps, la révolution survenue en nous dans la chute primitive, les éléments, la terre et les cieux, enfin les choses en particulier et en elles-mêmes, voyons leur ensemble et leur rapport avec Dieu.

Descartes enseigne que Dieu n'a aucune idée

des choses qu'il crée. « Il répugne, dit-il, que la volonté de Dieu n'ait pas été de toute éternité indifférente à toutes les choses qui ont été faites ou qui se feront jamais, n'y ayant aucune idée qui représente le bien ou le vrai, ce qu'il faut croire, ce qu'il faut faire, ce qu'il faut omettre, qu'on puisse feindre avoir été l'objet de l'entendement divin, avant que sa nature ait été constituée telle par la détermination de sa volonté. Et je ne parle pas ici d'une simple priorité de temps, mais bien davantage, je dis qu'il a été impossible qu'une telle idée ait précédé la détermination de la volonté de Dieu par une priorité d'ordre, ou de nature, ou de raison raisonnée, ainsi qu'on la nomme dans l'école, en sorte que cette idée du bien ait porté Dieu à élire l'un plutôt que l'autre. Par exemple, ce n'est pas pour avoir vu qu'il était meilleur que le monde fût créé dans le temps que dans l'éternité, qu'il a voulu le créer dans le temps ; et il n'a pas voulu que les trois angles d'un triangle fussent égaux à deux droits, parce qu'il a connu que cela ne se pouvait faire autrement, etc.; mais au contraire, parce qu'il a voulu créer le monde dans le temps, pour cela il est aussi meilleur que s'il eût été créé dès l'éternité ; et d'autant qu'il a voulu que les trois angles d'un triangle fussent nécessairement égaux à deux angles droits, pour cela, cela est maintenant vrai, et il ne peut pas être autrement, et ainsi de toutes les au-

tres choses (1). Et ailleurs il n'hésite point à déclarer : « qu'il a été aussi libre à Dieu de faire qu'il ne fût pas vrai que toutes les lignes tirées du centre à la circonférence fussent égales, comme de ne pas créer le monde (2). » Conséquemment il ne veut point qu'on « s'arrête à examiner les fins que Dieu s'est proposées en créant le monde; car nous ne devons pas tant présumer de nous que de croire qu'il nous ait voulu faire part de ses conseils (3). » L'expression *faire part de ses conseils* est remarquable, signifiant que nous ne pouvons les connaître qu'autant qu'il plaît à Dieu de nous les découvrir. En effet, s'il n'a point en lui une raison qu'il consulte et que nous puissons aller consulter par la nôtre intérieurement et directement, le moyen que nous sachions ce qu'il veut, à moins qu'il ne nous le dise? Mais que devient alors le principe de *la véracité divine*, sur lequel nous avons vu Descartes appuyer la certitude de nos idées de Dieu et des autres choses, quand elles sont claires et distinctes? Il est renversé. Ce n'est plus seulement à l'égard des corps, mais de tout, qu'il nous faut une révélation, afin d'être certain que Dieu ne peut vouloir nous tromper. L'idée de perfection infinie, qui nous représente Dieu, cesse

(1) *Œuv.*, t. II, p. 348. *Méd. rep.*, obj. 6e.
(2) T. VI, p. 308. *Lettres*.
(3) *Princ.*, part. 1, art. 28.

d'être une garantie, dès qu'enfermée tout entière dans notre entendement, elle n'est plus contemplée dans l'entendement divin, où elle jouit d'une existence essentielle. Ici Descartes se sape lui-même dans son fondement. Si Dieu ne possède point en soi une raison qu'il interroge, il agit arbitrairement, il n'a point de dessein; il n'est qu'une puissance aveugle. Descartes l'avoue touchant la nature physique, bien que, par une de ces inconséquences à lui familières, il assure que notre corps est formé avec un art au-dessus de tout ce qu'on peut imaginer (1), et que Dieu a disposé toutes choses en nombre, poids et mesure (2). « Que Dieu, dit-il, ne crée que la matière et y établisse les lois du mouvement, qu'il en compose même un chaos le plus confus et le plus embrouillé que les poëtes puissent décrire, et ces lois seront suffisantes pour faire que les parties de ce chaos se démêlent d'elles-mêmes, et se disposent en si bon ordre, qu'elles auront la forme d'un monde très-parfait, et dans lequel on pourra voir tout ce qui paraît dans ce vrai monde (3). » Or, ces lois, qui dérivent de l'essence de la matière ou de l'étendue mise en mouvement, ont une nécessité géométrique qu'elles portent dans tout ce qui se fait, puisque, d'après

(1) *OEuv.*, t. IV, p. 336. *De l'Homme.*
(2) *Ibid.*, p. 263. *Le Monde*, ch, VII.
(3) *Ibid.*, ch. VI, p. 250.

Descartes, tout résulte d'elles, sans qu'il soit besoin d'une intervention particulière de Dieu. Que telle soit sa pensée, écoutons. Après quelques suppositions sur la grandeur et le mouvement que Dieu aurait donnés aux parties de l'étendue, il ajoute : « Il importe fort peu de quelle façon je suppose ici que la matière ait été disposée au commencement, puisque sa disposition doit par après être changée suivant les lois de la nature, et qu'à peine en saurait-on imaginer aucune de laquelle on ne puisse prouver que par ces lois elle doit continuellement se changer, jusqu'à ce qu'enfin elle compose un monde entièrement semblable à celui-ci, bien que peut-être cela serait plus long à déduire d'une supposition que d'une autre. Car ces lois étant cause que la matière doit prendre successivement toutes les formes dont elle est capable, si on considère par ordre toutes ces formes, on pourra enfin parvenir à celle qui se trouve à présent en ce monde. Ce que je mets ici expressément, afin qu'on remarque, qu'encore que je parle de suppositions, je n'en fais néanmoins aucune dont la fausseté, quoique connue, puisse donner occasion de douter de la vérité des conclusions qui en seront tirées (1). »

Newton dit vrai : « C'est à celui qui a créé les

(1) *Princ.*, part. III, art. 47.

particules de la matière qu'il appartenait de les mettre en ordre. Et s'il l'a fait, ce n'est pas agir en philosophie que de rechercher aucune autre origine du monde, ou de prétendre que les simples lois de la nature aient pu tirer le monde du chaos, quoique étant une fois fait, il puisse continuer plusieurs siècles par le secours de ces lois. Car, tandis que les planètes se meuvent en tous sens dans des orbes extrêmement excentriques, un destin aveugle ne saurait jamais faire mouvoir toutes les planètes en un même sens dans des orbes concentriques, à quelques irrégularités près de nulle importance, lesquelles peuvent provenir de l'action mutuelle entre les comètes et les planètes, et qui seront sujettes à augmenter, jusqu'à ce que ce système ait besoin d'être réformé. Une uniformité si merveilleuse dans le système planétaire doit être nécessairement regardée comme l'effet du choix. Il en est de même de l'uniformité qui paraît dans les corps des animaux; car, en général, les animaux ont deux côtés, l'un droit, l'autre gauche, formés de la même manière; et sur ces deux côtés, deux jambes par derrière, et deux bras, ou deux jambes, ou deux ailes, par devant, sur leurs épaules; et entre leurs épaules un cou qui tient par en bas à l'épine du dos avec une tête par-dessus, où il y a deux oreilles, deux yeux, un nez, une bouche et une langue, dans une égale si-

tuation. Si après cela, vous considérez à part la première formation de ces mêmes parties dont la structure est si exquise, comme celle des yeux, des oreilles, du cerveau, des muscles, du cœur, des poumons, du diaphragme, des glandes, du larynx, des mains, des ailes, de la vessie d'air qui soutient les poissons dans l'eau, des membranes pellucides dont certains animaux se couvrent les yeux à leur gré et qui leur tiennent lieu de lunettes naturelles, et la formation des autres organes des sens et du mouvement; si vous joignez à ces considérations celle de l'instinct des brutes et des insectes, vous conviendrez que tout cet artifice ne peut être que l'effet de la sagesse et de l'intelligence d'un agent tout-puissant, toujours vivant et présent partout (1). » Quoique vulgaires et uniquement prises dans la physique et l'histoire naturelle, ces considérations ne manquent pas de force contre le passage de Descartes. En présentant le mouvement des planètes dans un même sens, comme une preuve de la Providence, Newton a plus raison qu'il ne croit lui-même, puisque ce mouvement fait que les variations séculaires des excentricités et des inclinaisons des orbites, sont renfermées dans d'étroites limites. S'il avait songé à l'incommensurabilité des moyens mouvements, qui ne permet

(1) *Op.*, quest. 31. — Scolie à la fin du livre des *Principes.*

aux grands axes que des variations périodiques, il aurait eu les deux conditions de la stabilité du système du monde, qui, par conséquent, est affranchi du *besoin d'être réformé*.

Mais c'est à Leibnitz qu'il appartenait de combattre l'opinion de Descartes par des réflexions puisées dans un ordre supérieur. « Après avoir, dit-il, détourné les philosophes de la recherche des causes finales, ou, ce qui est la même chose, de la considération de la sagesse divine dans l'ordre des choses, qui, à mon avis, doit être le plus grand but de la philosophie, Descartes en fait entrevoir la raison dans un endroit de ses Principes, où, voulant s'excuser de ce qu'il semble avoir attribué arbitrairement à la matière certaines figures et certains mouvements, il dit qu'il a eu droit de le faire, parce que la matière prend successivement toutes les formes possibles, et qu'ainsi il a fallu qu'elle soit enfin venue à celles qu'il a supposées. Mais si ce qu'il dit est vrai, si tout possible doit arriver, et s'il n'y a point de fiction, quelque indigne et absurde qu'elle soit, qui n'arrive en quelque temps, ou en quelque lieu de l'univers, il s'ensuit qu'il n'y a ni choix ni Providence : que ce qui n'arrive point est impossible, et que ce qui arrive est nécessaire. Justement comme Hobbes et Spinosa le disent en termes plus clairs. Aussi peut-on dire que Spinosa n'a fait que cul-

tiver certaines semences de la philosophie de M. Descartes (1). » Nul doute, établir la fatalité dans le monde des corps, c'est l'établir dans le monde des esprits, c'est l'établir en Dieu; c'est supposer que les choses sortent de lui par un mouvement brute, comme l'eau d'une source. Si Dieu est intelligent et libre, rien n'existe où n'éclate l'intelligence et la liberté, c'est-à-dire, la prévoyance et le choix; et si on prétend que la prévoyance et le choix manquent quelque part, Dieu n'est point intelligent et libre; car embrassant tout, il se montre partout selon ce qu'il est. Par la fatalité dans la formation et l'arrangement des corps, comme par leur inactivité, Descartes tend donc au panthéisme.

Croit-on que cette doctrine appartienne au même homme, qui, avec l'idée de perfection infinie, considérée comme constituant le fond de la pensée, a prouvé l'existence de Dieu avec une vigueur de raisonnement dont on n'avait peut-être pas encore vu d'exemple, et qui, à la fin, « s'arrête à la contemplation de ce Dieu tout parfait, considère, admire, adore l'incomparable beauté de cette immense lumière, au moins autant que la force de son esprit, qui en demeure en quelque sorte ébloui, le lui pourra permettre, » et qui compare cette

(1) *Op.*, t. II, p. 245.

contemplation à la vision béatifique de l'autre vie(1)! Cette immense lumière dont il demeure en quelque sorte ébloui, n'est pas sans doute dans la volonté divine, laquelle d'ailleurs il enseigne, ou du moins il insinue, ne nous être point connue, si Dieu ne nous la déclare. Spinosa approuve ceux qui ne voient dans l'entendement de Dieu, dans sa volonté et dans sa puissance, qu'une seule et même chose. Dieu, dit-il, n'a point l'entendement ni la volonté, comme nous (2); ils ne sont, chez lui, que comme le repos et le mouvement (3). Aussi avance-t-il que faire tout dépendre d'une certaine volonté indifférente de Dieu, c'est moins errer que de le faire dépendre de la raison du bien (4). Pour être d'accord avec Spinosa sur les conséquences, il ne resterait à Descartes que d'être d'accord avec soi-même.» En Dieu, suivant lui, c'est la même chose de vouloir, d'entendre et de créer, sans que l'un précède l'autre, *nequidem ratione* (5).» Régis qui, en cela, le suit, disant «qu'afin qu'une chose soit concevable à Dieu, il est absolument

(1) Fin de la troisième Méditation.

(2) « Ad naturam Dei neque intellectum, neque voluntatem pertinere. » *Eth.*, p. 1, prop. 17, scol.

(3) « Voluntatem et intellectum ad naturam Dei ita se habere ut motus et quies, et absolute ut omnia naturalia quæ a Deo ad existendum et operandum certo modo determinari debent. » *Ibid.*, prop. 32, corol. 2.

(4) *Ibid.*, prop. 33, scol. 2.

(5) T. VI, p. 308.

nécessaire qu'elle reçoive de sa volonté ce degré de vérité et de réalité qu'elle possède (1), » Régis confond de même, l'intelligence et la volonté avec la puissance (2). Cependant il veut que Dieu ait produit les premières plantes et le premier couple d'animaux de chaque espèce (3).

Malebranche oppose la doctrine contraire, et lui qui pousse Descartes au panthéisme par un autre côté, l'en détourne par celui-ci. « Il est absolument nécessaire, dit-il, que Dieu ait en lui l'idée de tous les êtres qu'il a créés, puisque autrement il n'aurait pas pu les produire, et qu'ainsi il voit tous les êtres, en considérant les perfections qu'il renferme, auxquelles ils ont rapport (4). Il renferme en soi les idées de toutes choses et leurs rapports infinis, généralement toutes les vérités (5). « Il a vu de toute éternité tous les ouvrages possibles et toutes les voies possibles de produire chacun d'eux : et comme il n'agit que pour sa gloire, que selon ce qu'il est, il s'est déterminé à vouloir l'ouvrage qui pouvait être produit et conservé par des voies qui, jointes à cet ouvrage, doivent l'honorer davantage que tout autre ouvrage

(1) *Système de phil. métaphys.*, liv. I, part. I, ch. VIII.
(2) *Ibid.*, ch. VIII, IX, X.
(3) *Ibid., Phys.*, liv. VI, ch. XII; liv. VII, ch. I.
(4) *Rech. de la Vérité*, liv. III, part. II, ch. VI.
(5) *Entr. mét.*, VIII, 13.

produit par toute autre voie (1). » « Il faudrait maintenant examiner quelle a dû être la première impression de mouvement par laquelle Dieu a formé tout d'un coup l'univers pour un certain nombre de siècles, car c'est là, pour ainsi dire, le point de vue d'où je veux vous faire regarder et admirer la sagesse infinie de la Providence sur l'arrangement de la matière... Que le premier pas de la conduite de Dieu, que cette première impression de mouvement que Dieu va faire, renferme de sagesse ! que de rapports, que de combinaisons de rapports ! Certainement Dieu, avant cette première impression, en a connu clairement toutes les suites, et toutes les combinaisons de ces suites; non-seulement toutes les combinaisons physiques, mais toutes les combinaisons du physique avec le moral, et toutes les combinaisons du naturel avec le surnaturel. Il a comparé ensemble toutes ces suites avec toutes les suites de toutes les combinaisons possibles dans toutes sortes de suppositions. Il a, dis-je, tout comparé dans le dessein de faire l'ouvrage le plus excellent par les voies les plus sages et les plus divines. Il n'a rien négligé de ce qui pouvait faire porter à son action le caractère de ses attributs; et le voilà qui, sans hésiter, se détermine à faire ce premier pas. Tâ-

(1) *Ibid.*, IX, 10.

chez de voir où ce premier pas conduit. Prenez garde qu'un grain de matière, poussé d'abord à droite au lieu de l'être à gauche, poussé avec un degré de force plus ou moins grand, pouvait tout changer dans le physique, de là dans le moral, que dis-je? dans même le surnaturel. Pensez donc à la sagesse infinie de celui qui a si bien comparé et réglé toutes choses, que dès le premier pas qu'il fait, il ordonne tout à sa fin, et va majestueusement, invariablement, toujours divinement, sans jamais se démentir, jusqu'à ce qu'il prenne possession de ce temple spirituel qu'il a construit par Jésus-Christ, et auquel il rapporte toutes les démarches de sa conduite (1). » Avec un style qui rappelle Platon, Malebranche emploie les 10e, 11e, 12e *Entretiens* à dévoiler cette sagesse dans l'infiniment grand et l'infiniment petit qu'enferme l'univers matériel, dans les merveilles des cieux, des animaux, des plantes, dans les merveilles de l'union de l'âme avec le corps, de son union naturelle et surnaturelle avec la raison souveraine, dans les merveilles de l'efficacité de la cause efficiente ou volonté divine, déterminée par les causes occasionnelles, telles que le choc des corps, les désirs des créatures pensantes, ceux de l'âme humaine de Jésus-Christ; et transporté d'admiration, il s'é-

(1) *Ibid.*, X, 17.

crie : « Que Dieu est admirable dans ses œuvres! que de profondeurs dans ses desseins! que de rapports, que de combinaisons de rapports il a fallu comparer, pour donner à la matière cette première impression qui a formé l'univers avec toutes ses parties, non pour un moment, mais pour tous les siècles! que de sagesse dans la subordination des causes, dans l'enchaînement des effets, dans l'union de tous les corps dont le monde est composé, dans les combinaisons infinies, non-seulement du physique avec le physique, mais du physique avec le moral, et de l'un et de l'autre avec le surnaturel.

« Si le seul arrangement de la matière, si les effets nécessaires de certaines lois de mouvement très-simples et très-générales, nous paraissent quelque chose de si merveilleux, que devons-nous penser des diverses sociétés qui s'établissent et se conservent en conséquence des lois de l'union de l'âme et du corps? que jugerons-nous du peuple juif et de sa religion, et enfin de l'Église de Jésus-Christ? que penserions-nous de la céleste Jérusalem, si nous avions une idée claire de la nature des matériaux dont sera construite cette sainte cité, et que nous puissions juger de l'ordre et du concert de toutes les parties qui la composeront? Car enfin, si avec la plus vile des créatures, avec la matière, Dieu a fait un monde si magnifique, quel

ouvrage sera-ce que le temple du vrai Salomon, qui ne sera construit qu'avec des intelligences? C'est le choc des corps qui détermine l'efficace des lois naturelles; et cette cause occasionnelle, tout aveugle et simple qu'elle est, produit, par la sagesse de la providence du Créateur, une infinité d'ouvrages admirables. Quelle sera donc la beauté de la maison de Dieu, puisque c'est une nature intelligente, éclairée de la sagesse éternelle et subsistant dans cette même sagesse, puisque c'est Jésus-Christ qui détermine l'efficace des lois surnaturelles par lesquelles Dieu exécute ce grand ouvrage? Que ce temple du vrai Salomon sera magnifique! Ne serait-il point d'autant plus parfait que cet univers, que les esprits sont plus nobles que les corps, et que la cause occasionnelle de l'ordre de la grâce est plus excellente que celle qui détermine l'efficace des lois naturelles? Assurément, Dieu est toujours semblable à lui-même. Sa sagesse n'est point épuisée par les merveilles qu'il a faites. Il tirera sans doute de la nature spirituelle des beautés qui surpasseront infiniment tout ce qu'il a fait de la matière (1). »

Toutes les fois que l'occasion se présente, Malebranche insiste sur l'impossibilité que les corps organisés, et même les autres, résultent des lois seules

(1) *Ibid.*, XII, introd.

du mouvement. « On ne comprend pas, selon lui, qu'une machine composée d'une infinité d'organes différents, parfaitement bien accordés ensemble et ordonnés à diverses fins, ne soit qu'un effet de cette loi si simple et si naturelle, que tout corps doit se mouvoir du côté qu'il est le plus poussé ; car cette loi est bien plus propre à détruire cette machine qu'à la former... On ne comprendra jamais que les lois du mouvement puissent construire des corps composés d'une infinité d'organes. On a assez de peine à concevoir que ces lois puissent peu à peu les faire croître. Ce que l'on conçoit bien, c'est qu'elles peuvent les détruire en mille manières... On dit que M. Descartes avait commencé un Traité de la formation du fœtus, dans lequel il prétendait expliquer comment un animal se peut former du mélange des particules de la matière... Cette ébauche peut nous aider à comprendre comment les lois du mouvement suffisent pour faire croître peu à peu les parties de l'animal. Mais que ces lois puissent les former et les lier toutes ensemble, c'est ce que personne ne prouvera jamais. Apparemment M. Descartes l'a bien reconnu lui-même, car il n'a pas poussé fort avant ses conjectures ingénieuses. L'entreprise d'expliquer la génération des plantes ne lui aurait pas été moins impossible que celle des animaux (1). » Cette dou-

(1) *Entret.*, XI, 8.

ble impossibilité, Malebranche l'a développée par de longues considérations. « Mais, suivant lui, tout le reste de ce monde visible aurait pu se former précisément tel qu'il est par les lois générales de la communication des mouvements; supposé que les premières impressions du mouvement eussent eu certaines déterminations et certaine quantité de force que Dieu seul connaît (1). »

Comme pour Malebranche, ce fut pour Leibnitz une des grandes affaires de sa vie de combattre cette doctrine de Descartes, et de relever la sagesse de Dieu dans l'univers. « Il faut que la cause du monde, dit-il, soit *intelligente;* car ce monde qui existe étant contingent, et une infinité d'autres mondes étant également possibles et également prétendants à l'existence, pour ainsi dire, aussi bien que lui, il faut que la cause du monde ait eu égard ou relation à tous ces mondes possibles pour en déterminer un. Et cet égard ou rapport d'une substance existante à de simples possibilités, ne peut être autre chose que l'*entendement* qui en a les idées; et en déterminer une, ne peut être autre chose que l'acte de la *volonté* qui choisit. Et c'est la *puissance* de cette substance, qui en rend la volonté efficace. La puissance va à l'*être*, la sagesse ou l'entendement au *vrai*, et la volonté au

(1) *Méd.*, VII, 9.

bien. Et cette cause intelligente doit être infinie de toutes les manières, et absolument parfaite en *puissance*, en *sagesse* et en *bonté*, puisqu'elle va à tout ce qui est possible (1). »

« C'est l'unité ou monade primitive, la substance simple, féconde, qui a produit toutes les autres. L'influence d'une monade créée sur une monade créée n'est qu'idéale, et ne peut avoir d'effet que par l'intervention de Dieu, en tant que, dans les idées de Dieu, une monade demande avec raison que Dieu, combinant toutes les autres monades dans l'origine des choses, tienne compte d'elle. Cette adaptation de toutes à chacune d'entre elles, et de chacune d'entre elles à toutes, fait que chaque substance simple a des rapports qui expriment toutes les autres, et devient par conséquent un miroir vivant et perpétuel de l'univers. Or, comme la même ville, aperçue de différents lieux, ne paraît pas la même, et se multiplie, pour ainsi dire, avec les différents points de vue, il arrive aussi qu'à cause de la multitude infinie des substances simples, il existe en quelque manière autant d'univers différents qui ne sont pourtant que des représentations scénographiques du même univers, suivant les différents points de vue de chaque monade. Quoique chaque monade créée

(1) *Théod.*, art. 7.

représente tout l'univers, elle représente cependant beaucoup plus distinctement le corps auquel elle est unie d'une façon particulière, et dont elle est l'âme; et parce que ce corps représente tout l'univers par la connexion qu'ont entre elles toutes les parties de la matière dans le plein, l'âme représente aussi tout l'univers, en représentant le corps auquel elle tient d'une manière spéciale. Le corps, toujours organique, est une espèce de machine divine ou d'automate naturel, qui surpasse d'une infinité de manières les automates artificiels; parce qu'une machine faite par l'art des hommes n'est pas machine dans chacune de ses parties : par exemple, les dents d'une roue ont des parties ou des morceaux qui ne sont point l'ouvrage de l'art, et n'ont rien qui soit machine, relativement à l'usage auquel la roue est destinée. Mais les machines de la nature, c'est-à-dire les corps vivants, sont encore machines dans les plus petites parties, la division fût-elle poussée à l'infini; et c'est en cela que consiste la différence entre la nature et l'art, c'est-à-dire entre l'art de Dieu et l'art des hommes. Rien ne pouvait empêcher l'auteur de la nature de mettre en œuvre cet admirable et divin artifice, parce que chaque partie de matière non-seulement est divisible à l'infini, vérité que les anciens ont reconnue, mais encore actuellement subdivisée à l'infini,

chaque partie de matière ayant un mouvement qui lui est propre; autrement il serait impossible que chaque particule de matière exprimât tout l'univers (1). »

Pour bien comprendre Leibnitz, il faut se rappeler que, dans son système, chaque être vivant a une monade dominante, qui en est l'âme ou qui en fait l'unité, et les autres monades dont il se compose, en sont le corps. Chez nous, la monade dominante ou l'âme, c'est l'esprit ou ce qui est capable de réfléchir et de vouloir. Chaque membre de notre corps renferme une multitude d'êtres vivants, dont chacun a une monade dominante qui en est aussi l'âme, l'unité, et les autres monades qui restent, en sont le corps. Dans chaque membre de ce corps est pareillement une foule d'êtres vivants, chacun desquels renferme à son tour une monade principale qui en est l'âme, l'unité, et les autres monades qui s'y trouvent, en sont le corps; ainsi sans terme. A quelque degré qu'on pousse la décomposition, on rencontrera toujours un ensemble de monades qui forment un être vivant, dont l'une est l'âme et les autres le corps. Les corps inorganiques ne sont tels qu'en apparence; en réalité ils sont composés de corps organisés ou vivants, comme un vivier est plein de poissons.

(1) Op., t. II, part. I, p. 28, trad. de l'abbé Émery.

Jamais le corps n'agit sur l'âme, ni l'âme sur le corps, mais ils s'accordent en vertu de l'harmonie préétablie entre toutes les substances ou monades créées.

« Parmi les différences, dit Leibnitz, qui se rencontrent entre les âmes ordinaires et les esprits, est celle ci, que les âmes en général sont les miroirs des êtres vivants ou les images de l'univers des créatures, tandis que les esprits sont de plus les images de la divinité même ou de l'auteur de la nature ; images qui peuvent connaître le système de l'univers, et à la faveur d'une faible lumière d'architecture, en imiter quelques parties, puisque chaque esprit est une sorte de divinité dans son genre. C'est par là qu'ils sont capables d'entrer en quelque société avec Dieu, et que Dieu, par rapport à eux, non-seulement est auteur, comme il est par rapport à toutes les autres créatures, mais qu'il est encore de plus à leur égard et monarque et père, c'est-à-dire qu'il a de plus avec eux la relation d'un monarque à ses sujets et d'un père à ses enfants. La collection de tous les esprits constitue la cité de Dieu, c'est-à-dire l'état le plus parfait sous le plus parfait des monarques.

« Outre l'harmonie parfaite entre l'esprit et le corps, le règne naturel des causes finales et le règne naturel des causes efficientes, il existe une autre harmonie entre le règne physique de la na-

ture et le règne moral de la grâce, c'est-à-dire entre Dieu considéré comme le monarque de la divine cité des esprits, et Dieu considéré comme l'architecte de la machine du monde. On peut même assurer que Dieu, en tant qu'architecte, satisfait parfaitement à Dieu en tant que législateur; qu'ainsi les punitions doivent suivre les fautes, en vertu de l'ordre de la nature et de la structure mécanique de l'univers, et que les bonnes actions entraînent leurs récompenses avec elles par des moyens qui sont mécaniques à l'égard du corps, quoique ces punitions et ces récompenses ne puissent pas et ne doivent pas même toujours s'exécuter sur-le-champ.

« Enfin, sous le gouvernement le plus parfait de tous, il n'y a point de bonne action sans récompense, ni de mauvaise action sans châtiment; et tout doit tendre au salut des bons, c'est-à-dire de ceux qui, dans ce grand royaume, sont contents du gouvernement de Dieu, se confient dans sa providence, aiment, imitent, comme il convient, l'auteur de tout bien, et tirent leur bonheur de la vue de ses perfections, suivant la nature de l'amour pur et véritable, dont l'essence est de faire goûter du plaisir dans la félicité de l'objet qu'on aime. Ainsi les personnes sages et vertueuses s'efforcent d'exécuter tout ce qui paraît conforme à la volonté de Dieu, antécédente et présomptive, et néanmoins

acquiescent pleinement à tout ce qui arrive par sa volonté secrète, conséquente et décisive; parce qu'elles ne doutent point que si l'ordre de la nature était suffisamment dévoilé à nos yeux, nous verrions que tout est infiniment au-dessus de ce que pourrait désirer l'homme le plus sage, et qu'il est impossible de concevoir rien de meilleur par rapport à l'univers en général, et même par rapport à nous en particulier; pourvu toutefois que nous adhérions, comme il est juste, à l'auteur de toutes choses, non-seulement comme à l'architecte et à la cause efficiente de notre essence, mais encore comme à notre maître et à notre cause finale, comme à l'être qui seul peut remplir nos vœux, seul peut nous rendre heureux (1). »

Cependant Malebranche et Leibnitz ne s'aperçoivent pas qu'ils ramènent la fatalité en voulant que Dieu ait créé le monde aussi parfait qu'il le pouvait (2). « La fatalité de toutes choses, dit Bayle, revient; il n'aurait pas été libre à Dieu d'arranger d'une autre manière les événements, puisque le moyen qu'il a choisi pour manifester sa gloire était le seul qui fût convenable à sa sagesse. Que deviendra donc le franc arbitre de l'homme? N'y aura-t-il pas eu nécessité et fatalité qu'Adam péchât? car s'il n'eût point péché, il eût renversé

(1) *Ibid.*, p. 30

(2) Voir, sur l'*Optimisme*, à la fin du volume, la *Théorie de l'infini*.

le plan unique que Dieu s'était fait nécessairement (1). » — « C'est abuser des termes, répond Leibnitz : Adam péchant librement était vu de Dieu parmi les idées des possibles, et Dieu décerna de l'admettre à l'existence tel qu'il l'a vu. Ce décret ne change point la nature des objets, il ne rend point nécessaire ce qui était contingent en soi, ni impossible ce qui était possible (2). » Cette distinction par laquelle on montre ordinairement que la liberté ne répugne point à la Providence, est chimérique dans l'hypothèse que Dieu a dû créer le meilleur univers. La liberté, pour Adam, de ne pas pécher, et en général la possibilité qu'il arrivât autre chose que ce qui arrive, appartiendrait à un autre monde que Dieu n'aurait pu appeler à l'existence, sans manquer à ce qu'il doit à sa sagesse. Or, autant il est impossible qu'il y manque, autant il l'est que tout soit différemment qu'il n'est. « Donc, dit Bayle, il n'a pu faire que ce qu'il a fait. Donc ce qui n'est point arrivé ou n'arrivera jamais, est absolument impossible (3). Il n'y a donc aucune liberté en Dieu, il est nécessité par sa sagesse à créer, et puis à créer précisément un tel ouvrage. Ce sont deux servitudes qui forment un *fatum* plus que stoïcien, et qui ren-

(1) *Rép. à un prov.*, ch. CLI, p. 811, an. 1737, in-fol.

(2) *Théod.*, 231.

(3) Ouvrage cité, ch. CLXV, p. 848.

dent impossible tout ce qui n'est pas dans leur sphère (1). »

Voici d'autres conséquences : « Ou vous croyez, dit Fénelon à Malebranche, qu'il était plus parfait de créer le monde que de ne le créer pas, ou vous croyez que ces deux choses étaient d'une égale perfection. Si vous croyez qu'il était plus parfait de créer le monde, Dieu était donc invinciblement déterminé par l'ordre à le créer, et il n'avait aucune liberté pour ne le créer pas : si vous dites que ces deux choses étaient d'une égale perfection, vous supposez que le néant est aussi bon que l'ouvrage le plus parfait ; ce qui est une opinion monstrueuse. »

« Ne m'imposez pas, répondra peut-être l'auteur : je soutiens seulement qu'il est également bon à Dieu de faire ou de ne pas faire son ouvrage, parce qu'il peut s'en passer ; quoique j'avoue en même temps que si on compare ces deux choses entre elles, on trouvera que l'ouvrage le plus parfait est meilleur que le néant. Si donc on regarde ces deux choses par rapport à l'infinie perfection de Dieu, *faire le monde* ou *ne pas le faire*, elles sont égales, parce qu'elles sont toutes deux infiniment inférieures à Dieu ; qu'il peut se passer également de l'une et de l'autre ; et qu'ainsi aucune

(1) Ch. CLI, p. 813.

n'est capable de le déterminer invinciblement. Mais si on les compare entre elles, l'être, et surtout l'être le plus parfait que Dieu puisse créer, vaut mieux que le néant.

« Mais cette réponse, qui est l'unique refuge que l'auteur puisse chercher, va mettre en pleine évidence ce que je dois prouver contre lui. Pourquoi, lui dirai-je, prétendez-vous que Dieu est déterminé invinciblement à faire toujours le plus parfait? C'est, me répondra-t-il, que l'ordre, qui est pour lui une loi inviolable, demande qu'il préfère toujours le plus parfait au moins parfait. Mais quoi, répondrai-je, le plus parfait et le moins parfait sont-ils aux yeux de Dieu plus inégaux que le plus parfait et le néant? Non, sans doute, car le moins parfait a quelque degré de perfection; et le néant, qui n'en a aucun, est infiniment au-dessous, il est l'imperfection souveraine. Mais Dieu, répondra encore l'auteur, ne compare pas le néant et l'être le plus parfait entre eux : s'il les comparait ainsi, il préférerait nécessairement la création au néant; il les voit seulement dans une espèce d'égalité par rapport à sa souveraine perfection, parce qu'il peut également se passer de l'un et de l'autre. Hé bien, continuerai-je, pourquoi ne voulez-vous pas aussi que Dieu regarde avec la même indifférence le plus parfait et le moins parfait, comme étant tous deux dans une espèce d'é-

galité par rapport à sa souveraine perfection, parce qu'il peut également se passer de l'un et de l'autre, et qu'ils lui sont tous les deux infiniment inférieurs, en sorte qu'aucun d'eux ne le puisse déterminer invinciblement?

« Choisissez : ou supposez que Dieu ne compare point les choses entre elles, et qu'il regarde les plus inégales comme étant égales par rapport à lui, parce qu'il peut se passer également de toutes; ou supposez qu'il les compare entre elles. Si vous supposez qu'il ne les compare point entre elles, mais seulement qu'il les regarde dans une sorte d'égalité, comme lui étant infiniment inférieures, dès ce moment vous reconnaissez Dieu aussi libre pour choisir entre le plus parfait et le moins parfait, que pour choisir entre faire le monde et ne faire rien. Que si vous supposez au contraire que Dieu compare les choses entre elles, et que c'est par rapport à cette comparaison qu'il se détermine, n'avouerez-vous pas que, comme l'ordre le détermine au plus parfait, en le comparant avec le moins parfait, il doit aussi le déterminer à la création du monde, en comparant le monde, qui est l'ouvrage le plus parfait selon vous, avec le néant, qui est l'imperfection souveraine?... Quoi donc! quand Dieu choisit entre deux desseins de son ouvrage, un seul degré de perfection dans l'un plus que dans l'autre emporte la balance, détermine

Dieu invinciblement, et lui ôte toute sa liberté : mais quand Dieu choisit entre faire le monde et ne le faire pas, c'est-à-dire entre l'être le plus parfait et le néant, tous les degrés de perfection possibles rassemblés ne peuvent déterminer Dieu et l'emporter sur le néant.

« Mais encore ce grand choix, ce profond conseil de Dieu, qui se détermine à créer le monde, devrait être sans doute le plus grand effet de sa sagesse. Cependant, selon vous, c'est une action indélibérée, une action sans raison. Souvenez-vous que vous dites souvent que Dieu agirait sans raison, et d'une manière indigne de son infinie sagesse, toutes les fois qu'il agirait sans être déterminé par l'ordre à choisir le plus parfait. S'il n'est point plus parfait à Dieu de créer le monde que de ne le créer pas, Dieu l'a donc créé sans raison et d'une manière indigne de sa sagesse. Si, au contraire, il lui est plus parfait de le créer que de ne le créer pas, je reviens toujours à conclure qu'il l'a donc créé nécessairement, et qu'il n'a eu aucune liberté à l'égard de son ouvrage (1). »

« S'il a été nécessaire, comme nous venons de le montrer par les principes de l'auteur, que Dieu créât le monde, parce qu'il était plus parfait de le

(1) *Réfutation du système du P. Malebranche sur la Nature et la Grâce*, ch. VI. *Œuv. de Fénel.*, t. III. Lebel ; Versailles, 1820.

créer que de ne le créer pas; il a été nécessaire aussi que Dieu le créât dès l'éternité : toutes choses étant égales d'ailleurs, sans doute, ce qui est éternel est plus parfait en soi que ce qui est temporel (1). »

L'ordre exigeant donc que le monde fût créé, « le monde a été nécessaire à Dieu pour l'accomplissement de son ordre inviolable, c'est-à-dire pour la conservation de sa nature infiniment parfaite... Ainsi l'infinie perfection de Dieu dépend de la création éternelle du monde; en sorte que Dieu ne peut non plus se passer de créer le monde, que d'engendrer son Verbe. Si cela est, l'essence divine n'est point un être absolu et indépendant ; car on ne peut point la concevoir, sans concevoir l'ordre, et on ne peut concevoir l'ordre sans concevoir aussi le monde existant, comme un être qui est hors de Dieu, et qui lui est pourtant nécessaire... Or, ce serait à la créature une souveraine perfection, d'avoir non-seulement une existence nécessaire, mais nécessaire à Dieu même ; et ce serait à Dieu une souveraine imperfection, de ne pouvoir être parfait, en un mot, de ne pouvoir être Dieu même sans l'existence actuelle de sa créature (2). » Fénelon oublie d'observer que le

(1) *Ibid.*, ch. VII, p. 44.
(2) *Ibid.*, p. 50.

monde ne peut être ici appelé créature, ni conçu subsistant hors de Dieu, qu'évidemment il fait partie de lui, qu'il a son éternité et son infinité.

Cette réfutation, supérieure à l'interminable réfutation d'Arnauld, fut peut-être inspirée par Bossuet. « Du moins, remarque l'éditeur, est-il certain qu'elle exprime ses sentiments, comme on peut s'en convaincre par la lecture de deux de ses lettres, l'une à l'évêque de Castorie, 23 juin 1683, l'autre à un disciple de Malebranche, 21 mai 1687, et par l'intérêt avec lequel il examina et corrigea même en plusieurs endroits le traité de Fénelon (1). »

Mais on peut montrer d'une autre manière que, dans l'optimisme, l'univers doit être infini. Dès que Dieu se détermine à créer par des raisons prises de l'ouvrage, il faut que l'ouvrage compense l'action qui le produit, et comme elle vaut l'infini, il faut qu'il le vaille également, ou qu'il soit infiniment parfait. « L'univers, selon Malebranche, quelque grand, quelque parfait qu'il puisse être, tant qu'il sera fini, il sera indigne de l'action d'un Dieu, dont le prix est infini. Dieu ne prendra donc pas dessein de le produire (2). » Cependant il ne veut pas le faire infini. « Laissons,

(1) *Œuv.*, t. I, avert., p. 42.
(2) Entret. IX, 4. *Traité de la Nature*, disc. I, art. 3.

dit-il, à la créature le caractère qui lui convient, ne lui donnons rien qui approche des attributs divins. Mais tâchons néanmoins de tirer l'univers de son état profane, et de le rendre par quelque chose de divin, digne de l'action d'un Dieu dont le prix est infini (1). » Il a recours à l'incarnation, et, comme nous l'avons vu ailleurs, il assure qu'elle aurait eu lieu, lors même que l'homme n'eût point péché; que le verbe, « en se faisant homme, s'unit en même temps aux deux substances, esprit et corps, dont l'univers est composé, et que par cette union il sanctifia toute la nature (2). » Nous ne nous arrêterons point à remarquer que le verbe ne rend réellement divin que l'âme et le corps qu'il prend, que les autres demeurent dans leur « état profane, » et que l'auteur manque son but. Mais on voit que l'idée du meilleur monde mène à celle d'une perfection souveraine. Cependant Leibnitz évite de pareilles conséquences; s'il parle souvent de l'infini qui est dans l'univers et dans chaque créature, il entend l'infini relatif, et non point l'infini absolu, qui appartient exclusivement à Dieu. Mais Malebranche est entraîné à l'infinité, à la nécessité, à l'éternité de l'univers, et par suite à la fatalité et au panthéisme.

(1) Entret. IX, 5.
(2) *Ibid.*

Ainsi on n'est pas plus avancé avec Malebranche et Leibnitz, qui admettent les causes finales, qu'avec Descartes, qui les rejette. Et ce qu'il y a de singulier, c'est que Descartes ne les rejette qu'afin d'éluder la fatalité dans laquelle tombent Malebranche et Leibnitz.

« La liberté, avait dit Descartes dans la quatrième Méditation, consiste seulement en ce que nous pouvons faire une même chose, ou ne la faire pas (c'est-à-dire affirmer ou nier, poursuivre ou fuir une même chose), ou plutôt elle consiste seulement en ce que, pour affirmer ou nier, poursuivre ou fuir les choses que l'entendement nous propose, nous agissons de telle sorte, que nous ne sentons point qu'aucune force extérieure nous y contraigne. Car, afin que je sois libre, il n'est pas nécessaire que je sois indifférent à choisir l'un ou l'autre des deux contraires ; mais plutôt, d'autant plus que je penche vers l'un, soit que je connaisse évidemment que le vrai et le bien s'y rencontrent, soit que Dieu dispose ainsi l'intérieur de ma pensée, d'autant plus librement j'en fais choix et je l'embrasse : et certes, la grâce divine et la connaissance naturelle, bien loin de diminuer ma liberté, l'augmentent plutôt et la fortifient. De façon que cette indifférence que je sens, lorsque je ne suis point emporté vers un côté plutôt que vers un autre par le poids d'aucune raison, est le plus bas degré

de la liberté, et fait plutôt paraître un défaut dans la connaissance qu'une perfection dans la volonté; car si je connaissais toujours clairement ce qui est vrai et ce qui est bon, je ne serais jamais en peine de délibérer quel jugement et quel choix je devrais faire; et ainsi je serais entièrement libre, sans jamais être indifférent (1). »

On lui objectait : « Ne voyez-vous pas que par ces principes vous détruisez entièrement la liberté de Dieu, de laquelle vous ôtez l'indifférence lorsqu'il crée ce monde-ci plutôt qu'un autre, ou lorsqu'il n'en crée aucun, étant néanmoins de la foi de croire que Dieu a été de toute éternité indifférent à créer un monde ou plusieurs, ou même à n'en créer pas un? Et qui peut douter que Dieu n'ait toujours vu très-clairement toutes les choses qui étaient à faire ou à laisser (2)? »

Descartes répond : « L'homme trouvant déjà la nature de la bonté et de la vérité établie et déterminée de Dieu..., il n'est jamais indifférent que lorsqu'il ignore ce qui est de mieux ou de plus véritable, ou du moins lorsque cela ne lui paraît pas si clairement qu'il n'en puisse aucunement douter (3). » Mais « n'y ayant aucune idée qui représente le bien ou le vrai, qu'on puisse feindre

(1) T. I, p. 300.
(2) T. II, p. 324.
(3) *Ibid.*, p. 349.

avoir été l'objet de l'entendement divin avant que sa nature ait été constituée telle par la détermination de la volonté divine, il répugne que cette volonté n'ait pas été de toute éternité indifférente à toutes les choses qui ont été faites ou qui se feront jamais (1). » Il déclare que « si quelque raison ou apparence de bonté eût précédé la préordination de Dieu, elle l'eût sans doute déterminé à faire ce qui était le meilleur ; mais, tout au contraire, parce qu'il s'est déterminé à faire les choses qui sont au monde, pour cette raison, comme il est dit dans la Genèse, *Elles sont très-bonnes*, c'est-à-dire que la raison de leur bonté dépend de ce qu'il les a ainsi voulu faire (2)... C'est parler de Dieu comme d'un Jupiter ou d'un Saturne, et l'assujettir au Styx et aux Destinées que de dire que les vérités métaphysiques ou éternelles n'ont pas été établies de lui et n'en dépendent pas entièrement, aussi bien que tout le reste des créatures (3). » Les paroles de la première phrase, où Descartes semble faire consister la liberté en ce que rien ne nous force au dehors, sont, je pense, une distraction ; mais elles pourraient bien avoir égaré Locke, qui la place effectivement dans l'absence de contrainte.

(1) *Ibid.*, p. 348.
(2) *Ibid.*, p. 353.
(3) T. VI, p. 109

Quant au reste, on le voit, c'est par l'idée qu'il détruirait la liberté de Dieu, en l'obligeant d'aller au meilleur, et en général de suivre les vérités éternelles ou l'éternelle loi de la vérité, que Descartes met le fondement de la vérité dans la volonté divine et nie que cette volonté soit précédée d'aucune connaissance qui l'influence.

Cependant, nous le répétons, il établit par là en principe la fatalité, à laquelle il veut échapper, ou plutôt il établit le néant. En Dieu, selon lui, la volonté n'a dans l'entendement rien qui la détermine. Mais n'a-t-elle rien en elle-même? D'abord, elle n'a rien qui puisse donner lieu à un choix, car un choix exigerait des idées qui lui représentassent les choses, ce qui est contre l'hypothèse. Que si elle a en soi un fond qui la porte à créer chaque chose d'une certaine façon plutôt que d'une autre, le corps de l'homme, par exemple, avec une constitution qui n'est point celle de l'oiseau, du poisson, ni du reste des animaux ; ce fond où elle ne peut choisir, la détermine nécessairement à faire ce qu'elle fait et comme elle le fait, de même que l'énergie organisée d'un germe, le détermine à produire la plante qu'il contient. Afin donc qu'elle conserve son entière indifférence, il faut qu'elle n'ait rien par quoi elle soit inclinée : il faut que son opération soit absolument arbitraire, et que la nature des choses, qu'elle forme, le soit aussi, puis-

qu'elle ne peut y mettre aucune détermination, étant elle-même indéterminée.

« La conséquence de cette doctrine, dit Bayle, sera, qu'avant que Dieu se déterminât à créer le monde, il ne voyait rien de meilleur dans la vertu que dans le vice, et que ses idées ne lui montraient pas que la vertu fût plus digne de son amour que le vice. Cela ne laisse nulle distinction entre le droit naturel et le droit positif; il n'y aura plus rien d'immuable ou d'indispensable dans la morale, il aura été aussi possible à Dieu de commander que l'on fût vicieux, que de commander que l'on fût vertueux; et l'on ne pourra pas être assuré que les lois morales ne seront pas un jour abrogées comme les lois cérémonielles... Elle ouvre la porte au pyrrhonisme le plus outré; car elle donne lieu de prétendre que cette proposition, *trois et trois font six*, n'est vraie qu'où et pendant le temps qu'il plaît à Dieu : qu'elle est peut-être fausse dans quelque partie de l'univers, et que peut-être elle le sera parmi les hommes l'année qui vient; tout ce qui dépend du libre arbitre de Dieu, pouvant avoir été limité à certains lieux et à certains temps, comme les cérémonies judaïques (1).» Oui, cette doctrine ouvre la porte au pyrrhonisme le plus outré, le plus absolu; il nous est impos-

(1) Bayle, *Rép. à un prov.*, ch. LXXXIX, p. 675.

sible d'être assurés de rien, sans une déclaration formelle de Dieu.

« C'est tout renverser, s'écrie Malebranche, de prétendre que Dieu soit au-dessus de la raison, et qu'il n'a point d'autre règle dans ses desseins que sa pure volonté. Ce faux principe répand des ténèbres si épaisses, qu'il confond le bien avec le mal, le vrai avec le faux, et fait de toutes choses un chaos où l'esprit ne connaît plus rien. Saint Augustin a prouvé invinciblement le péché originel par les désordres que nous éprouvons en nous. L'homme souffre : donc il n'est pas innocent. L'esprit dépend du corps : donc l'homme est corrompu, il n'est point tel que Dieu l'a fait. Dieu ne peut soumettre le plus noble au moins noble, car l'ordre ne le permet point Quelles conséquences pour ceux qui ne craignent pas de dire que la volonté de Dieu est la seule règle de ses actions! Ils n'ont qu'à répondre que Dieu l'a ainsi voulu; que c'est notre amour-propre qui nous fait trouver injuste la douleur que nous souffrons; que c'est notre orgueil qui s'offense que l'esprit soit soumis au corps; que Dieu ayant voulu ces désordres prétendus, c'est une impiété que d'en appeler à la raison, puisque la volonté de Dieu ne la reconnaît point pour règle de sa conduite. Selon ce principe, l'univers est parfait, parce que Dieu l'a voulu. Les monstres sont des ouvra-

ges aussi achevés que les autres selon les desseins de Dieu. Il est bon d'avoir les yeux au haut de la tête, mais ils eussent été aussi sagement placés partout ailleurs, si Dieu les y avait mis. Qu'on renverse donc le monde, qu'on en fasse un chaos, il sera toujours également admirable, puisque toute sa beauté consiste dans sa conformité avec la volonté divine, qui n'est point obligée de se conformer à l'ordre. Mais quoi! cette volonté nous est inconnue. Il faut donc que toute la beauté de l'univers disparaisse à la vue de ce grand principe, que Dieu est supérieur à la raison qui éclaire tous les esprits, et que sa volonté toute pure est l'unique règle de ses actions (1). » N'est-ce pas dire, en effet, qu'il n'y a ni beauté, ni laideur, ni ordre, ni désordre, ou, comme parle Spinosa, que « les choses considérées en elles-mêmes ou dans leur rapport à Dieu, ne sont ni belles ni laides (2)? » N'est-ce pas dire qu'il n'y a rien, le chaos absolu se confondant avec le néant, et qu'à supposer qu'il y eût quelque chose, nous l'ignorerions, puisque Dieu ne suit point la raison, qui seule peut naturellement nous l'apprendre? Ici se découvre encore plus à fond, et dans toute son étendue, la nécessité que Dieu *nous fasse part de ses conseils*, comme

(1) *Entret.*, IX, 13.
(2) « Res in se spectatæ, vel ad Deum relatæ, nec pulchræ nec deformes sunt. » *Epist.* 58, p. 571. *Op. posthuma.*

dit Descartes, et sans doute, d'après le principe posé par lui, que Dieu agit indépendamment de la raison.

Si Dieu a fait les esprits et toutes choses arbitrairement, la vérité, dans ce cas, n'étant que ce qu'il a voulu, elle peut être différente pour chaque esprit, différente dans les choses pareilles, différente selon les temps, c'est-à-dire qu'elle n'existe point pour les êtres créés. La vérité anéantie dans l'univers, se conserve-t-elle du moins en Dieu? Non, car elle ne manque dans l'effet que parce qu'elle manque dans la cause. S'il n'y a pas de vérité dans l'univers, c'est qu'il n'y en a pas dans la volonté créatrice. Mais la volonté de Dieu est une partie de son être, ou plutôt elle est son être même voulant. Donc l'absence de vérité, le néant s'introduit dans l'être même de Dieu. Dieu n'est plus qu'une notion creuse, comme l'univers, une vaine apparence. Voilà ce qui reste quand on exclut la raison ou les idées éternelles du conseil divin, qu'on les méconnaît comme le principe et la loi de tout, qu'on les réduit à n'être qu'une production arbitraire.

Comprenons donc avec Malebranche « que c'est en Dieu et dans une nature immuable que nous voyons la beauté, la vérité, la justice, puisque nous ne craignons point de critiquer son ouvrage, d'y remarquer des défauts, et de conclure même de

là qu'il est corrompu. Il faut bien que l'ordre immuable, que nous voyons en partie, soit la loi de Dieu même, écrite dans sa substance en caractères éternels et divins, puisque nous ne craignons point de juger de sa conduite par la connaissance que nous avons de cette loi. Nous assurons hardiment que l'homme n'est point tel que Dieu l'a fait; que sa nature est corrompue; que Dieu n'a pu, en le créant, assujettir l'esprit au corps. Sommes-nous des impies ou des téméraires, de juger ainsi de ce que Dieu doit faire ou ne faire pas? nullement. Nous serions plutôt ou des impies ou des aveugles, si nous suspendions sur cela notre jugement. C'est que nous ne jugeons point de Dieu par notre autorité, mais par l'autorité souveraine de la loi divine (1) » que nous contemplons directement en lui.

Bayle se plaît à remonter les idées éternelles dans leur indépendance et leur souveraineté essentielle. « C'est une chose certaine, dit-il, que l'existence de Dieu n'est pas un effet de sa volonté. Il n'existe point parce qu'il veut exister, mais par la nécessité de sa nature infinie. Sa puissance et sa science existent par la même nécessité. Il n'est pas tout-puissant, il ne connaît pas toutes choses parce qu'il le veut ainsi, mais parce que ce sont

(1) *Entret.*, IX, art. 13.

des attributs nécessairement *identifiés* avec lui-même. L'empire de sa volonté ne regarde que l'exercice de sa puissance, il ne produit hors de lui actuellement que ce qu'il veut, et il laisse tout le reste dans la pure possibilité. De là vient que cet empire ne s'étend que sur l'existence des créatures, il ne s'étend point aussi sur leurs essences. Dieu a pu créer la matière, un homme, un cercle, ou les laisser dans le néant; mais il n'a pu les produire sans leur donner leurs propriétés essentielles. Il a fallu nécessairement qu'il fît l'homme un animal raisonnable, et qu'il donnât à un cercle la figure ronde, puisque selon ses idées éternelles et indépendantes des décrets libres de sa volonté, l'essence de l'homme consistait dans les attributs d'animal et de raisonnable, et que l'essence du cercle consistait dans une circonférence également éloignée du centre, quant à toutes ses parties... Cela ne se doit pas seulement entendre des premiers principes théorétiques, mais aussi des premiers principes pratiques, et de toutes les propositions qui contiennent la véritable définition des créatures. Ces essences, ces vérités, émanent de la même nécessité de la nature, que la science de Dieu. Comme donc c'est par la nature des choses que Dieu existe, qu'il est tout-puissant et qu'il connaît tout en perfection; c'est aussi par la nature des choses que la matière, que le triangle, que

l'homme, que certaines actions de l'homme, etc., ont tels et tels attributs essentiellement. Dieu a vu, de toute éternité et de toute nécessité, les rapports essentiels des nombres et l'identité de l'attribut et du sujet des propositions qui contiennent l'essence de chaque chose. Il a vu de la même manière que le terme *juste* est enfermé dans ceux-ci : *estimer ce qui est estimable, avoir de la gratitude pour son bienfaiteur, accomplir les conventions d'un contrat*, et ainsi de plusieurs autres propositions de morale (1). »

Le propre des vérités ou idées éternelles, c'est qu'elles ne sauraient être le contraire de ce qu'elles sont. De là le *principe de la contradiction*, établi pour les discerner. Sans examiner le principe en soi, Descartes soutient que les contradictoires peuvent exister ensemble (2). Malebranche cherche, principalement dans la 4e Méditation chrétienne, à rendre évident qu'ils ne le peuvent point, et que cette impossibilité constitue l'immuable certitude des vérités éternelles. Leibnitz s'attache au principe et lui en associe un autre de son invention, relatif aux vérités contingentes. C'est le *principe de la raison suffisante*, d'après lequel rien ne se fait sans une raison qui en

(1) *Continuation des Pensées diverses*, ch. CLII, p. 410.
(2) T. IX, p. 171.

donne le pourquoi, à qui saurait la pénétrer. « Nos raisonnements, dit-il, sont fondés sur deux grands principes : le premier est le *principe de la contradiction*, en vertu duquel nous jugeons *faux* ce qui implique contradiction; et *véritable* ce qui est opposé au faux ou qui le contredit. Le second est le *principe de la raison suffisante*, en vertu duquel nous voyons qu'aucun fait, aucune énonciation ne peuvent être véritables, à moins qu'il n'y ait une raison suffisante pourquoi la chose est ainsi et non autrement, quoique ces raisons puissent le plus souvent nous être inconnues.

« Quand une vérité est nécessaire, on peut en découvrir la raison par l'analyse, c'est-à-dire en la décomposant en idées et en vérités plus simples, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à des vérités primitives. C'est ainsi que chez les mathématiciens les *théorèmes* de spéculation et les *règles* de pratique se réduisent par l'analyse à des définitions, des axiomes, des demandes. Il est enfin des idées simples dont il n'est pas possible de donner de définition. Il est aussi des axiomes, des demandes, en un mot, des premiers principes qui ne peuvent être prouvés, et n'ont pas aussi besoin de preuves, puisqu'ils ne sont en effet que des énonciations identiques.

« Mais l'on doit encore trouver une raison suffisante dans les vérités contingentes ou les vérités

de fait, c'est-à-dire dans la suite des choses qui composent l'univers des créatures, et où la décomposition en raisons particulières, pourrait être poussée à l'infini, à cause de l'immense variété des choses naturelles et de la division des corps à l'infini. Il y a une infinité de figures et de mouvements, présents et passés, qui entrent dans la cause efficiente de mon écriture actuelle, et une infinité de petites inclinations et de dispositions de mon âme, présentes et passées, qui entrent dans sa cause finale. Et comme toute cette suite n'enveloppe que d'autres contingents antérieurs, dont chacun exige une semblable analyse, il est évident que lorsqu'il s'agira de rendre raison de cette suite, en suivant cette route, on n'arrivera jamais au bout. Il est donc nécessaire que cette raison suffisante ou dernière, se trouve hors de la suite des contingents, quelque infinie qu'on suppose cette suite. C'est aussi pourquoi la dernière raison des choses doit être contenue dans quelque substance nécessaire qui ne renferme qu'éminemment, comme dans sa source, la suite de tous ces changements, et cette substance est l'être que nous appelons Dieu. Il est la source non-seulement des existences, mais aussi des essences, en tant qu'elles sont réelles, ou, ce qui revient au même, la source de ce qu'il y a de réel dans leur possibilité. Voilà pourquoi l'entendement divin est la région des vérités éternelles

ou des idées dont elles sont dépendantes; et sans lui, il n'y aurait aucune réalité dans les possibilités; et rien non-seulement n'existerait, mais encore ne serait possible. Car s'il y a eu quelque réalité dans les essences, ou les possibilités, ou plutôt les vérités éternelles, cette réalité n'a pu être fondée que dans une chose existante et actuelle; et conséquemment dans l'existence d'un être nécessaire dont l'essence renferme l'existence, ou à qui il suffit d'être possible pour être actuel. Ainsi Dieu seul ou l'être nécessaire a ce privilége qu'il existe nécessairement, s'il est possible; et comme rien ne s'oppose à sa possibilité, puisque étant sans limites, il n'est susceptible d'aucune négation, et conséquemment d'aucune contradiction, cela seul est suffisant pour démontrer *a priori* l'existence de Dieu. Nous l'avons aussi démontrée par la réalité des vérités éternelles, mais nous la démontrerons encore *a posteriori*, parce qu'il existe des êtres contingents qui ne peuvent avoir la raison dernière et suffisante de leur existence, que dans un être nécessaire qui ait en lui-même la raison de sa propre existence (1). »

Avant d'aller plus loin, remarquons ces paroles que *Dieu ou l'être nécessaire existe, s'il est possible*. Elles ne sont pas là sans dessein. Leibnitz a

(1) *Princ. phil. Op.*, t. II, part. I, p. 24.

l'intention de compléter la preuve de l'existence de Dieu donnée par Descartes; il veut qu'elle suppose tacitement que Dieu, l'être parfait, est possible, et que cela puisse être nié (1). Comment donc ne voit-il pas que Dieu n'est possible que parce qu'il existe? Que l'être absolu, incréé, ne soit pas, et rien ne sera possible. Est-ce donc du néant ou de l'impossibilité même que l'être tirerait sa possibilité? Mais quelqu'un niera cette possibilité. Eh bien! il se contredira, il niera l'être avec l'être même. Vous pensez lui démontrer, de manière à le réduire au silence, que Dieu est possible, en disant que rien ne s'oppose à sa possibilité? Et qui l'empêchera de vous demander sur quoi elle se fonde, ce qui en fait la réalité? que pourrez-vous répondre, sinon que c'est l'existence elle-même? Du reste, Leibnitz ne fait ici que reproduire une difficulté de Spinosa (2).

Mais reprenons le cours des idées. Leibnitz frappe partout Descartes : il rétablit les vérités nécessaires, par le principe de contradiction, qui les affranchit de la volonté divine; il rétablit les vérités contingentes, par le principe de raison suffisante, qui les rapporte à une cause intel-

(1) *Op.*, t. II, part. I, p. 254 et ailleurs.

(2) « Si nulla ratio, nec causa dari possit, quæ impedit quo minus Deus existat, vel quæ ejus existentiam tollat, omnino concludendum est, eumdem necessario existere, etc. » *Eth.*, part. I, prop. 11.

ligente, ruinant à la fois le hasard et la nécessité, dont le hasard n'est que le masque. Comme application particulière de ce dernier principe, on peut lire, entre autres pièces, la *Profession de foi contre l'athéisme* (1). On y verra que pour rendre une raison suffisante de la figure, de la grandeur, du mouvement des corps, on est invinciblement conduit à Dieu. Mais ce que ces deux principes expriment est si clair, et ce que signifie le dernier, si vulgaire, que pour comprendre l'importance que Leibnitz leur attribue et pourquoi il les rappelle sans cesse, il faut savoir qu'il a en vue le principe subversif de Descartes, quoiqu'il ne le dise pas toujours. Au lieu de la raison suffisante, Malebranche parle de l'*ordre*, qui embrasse les rapports de convenance, règle les choses, et décèle en tout l'intelligence souveraine, dont il est l'invariable loi. Évidemment cela revient au même.

Nous voilà encore ramenés à conclure qu'il est impossible que les vérités éternelles ne soient pas indépendantes de la volonté divine. Les lui soumettre, c'est aller droit au néant, d'où l'on ne sort qu'en les lui enlevant. Reste donc à examiner si elles l'asservissent, si elles l'obligent à choisir le meilleur. Malebranche et Leibnitz, triomphants contre Descartes, succombent ici à leur tour. Ce

(1) *Op.*, t. I, p. 6.

maximum du bien dans l'univers, qu'ils prétendent imposer à Dieu et qui l'anéantirait, n'est qu'une illusion.

« Représentons-nous, selon la belle image de saint Augustin (1), tout l'ouvrage de Dieu comme étant dans une espèce de milieu entre l'Être-Suprême et le néant, qui sont comme ses deux extrémités. De quelque côté que la créature se tourne elle aperçoit un espace infini : l'être borné, en tant que borné, est infiniment distant de l'être infini; en tant qu'être, quoique borné, il est infiniment distant du néant; la distance infinie qui est entre la créature et le néant, est en elle la marque de la perfection infinie de celui qui l'a fait passer du néant à l'être. Par là tout degré d'être est bon et digne de Dieu : par là le moindre degré d'être porte en lui le carctère de l'infinie perfection du Créateur.

« Il faut donc se représenter toutes les perfections que Dieu peut donner à son ouvrage, comme une suite de degrés d'une hauteur et d'une profondeur sans bornes. Ces degrés, d'un côté montent, et de l'autre, descendent toujours à l'infini. Dieu voit tous ces degrés; mais, comme ils sont infinis, il n'en voit aucun de déterminé, au-dessus duquel li n'en voie encore d'autres qui sont possibles; il

(1) *Contra epistol. Manich. quam vocant fundamentum.*

n'en voit même aucun de déterminé qui ne soit fini et qui par conséquent n'en ait encore d'infinis au-dessous de lui.

« Dieu n'a point de liberté par rapport à lui-même. La liberté est une puissance de choisir. Qui dit choisir, dit prendre une chose plutôt qu'une autre. Celui donc qui trouve tout dans un seul objet indivisible, et qui ne peut jamais s'empêcher de le vouloir, n'a rien à choisir de ce côté-là. Mais du côté de ses ouvrages tout s'offre à Dieu, et tout est digne de son choix. Il ne peut rien faire que de bon; par conséquent tout ce qui est possible, s'il est vraiment possible, et si ce n'est point un jeu de mots que de lui donner ce nom de possible, est bon et conforme à l'ordre. Si on prend pour l'ordre la sagesse immuable de Dieu, qui est son essence même, il faut donc que l'ordre, qui dans ce sens est la nature divine, s'accommode de tous les divers degrés de perfection auxquels Dieu peut borner son ouvrage.

« Ajoutons que Dieu ne peut faire une créature qui rassemble en elle tous les degrés de perfection possibles. Car cette créature, ou serait infiniment parfaite, auquel cas elle serait Dieu même, ou n'aurait qu'un degré fini de perfection, et par conséquent il y aurait encore d'autres degrés de perfection possibles au-dessus de ceux qu'elle posséderait. Il ne faut donc pas s'imaginer que la puissance

de Dieu soit infinie, en ce qu'elle peut produire une créature infiniment parfaite. En produisant cet être, il se produirait lui-même; il produirait son verbe, comme dit souvent saint Augustin, et non une créature. Ainsi, à force de vouloir étendre sa fécondité et sa puissance, on la détruirait; car on la mettrait par là dans une vraie impuissance de produire quelque chose hors de lui.

« En quoi la puissance de Dieu sera-t-elle donc infinie? où ce sera en ce que Dieu peut produire un certain degré de perfection finie, au delà duquel il ne peut plus rien; ou ce sera en ce qu'il peut choisir librement dans cette étendue de degrés de perfection finie, qui montent et qui descendent toujours à l'infini. Mais oserait-on dire qu'il y a un degré précis et fixe de perfection finie au-dessus duquel Dieu ne puisse rien faire?... S'il y a un degré précis et fixe de perfection finie, au delà duquel Dieu ne puisse rien produire, selon l'ordre, il s'ensuit clairement que sa puissance est absolument bornée à ce degré; qu'il n'en a aucune au delà; et par conséquent que cette puissance ne peut en aucun sens être nommée infinie.

« Que si on a horreur de cette impiété, et qu'on reconnaisse en Dieu la puissance d'ajouter toujours, en montant vers l'infini, de nouveaux degrés de perfection à tout degré déterminé qu'il aura mis dans son ouvrage; voilà la puissance infinie de Dieu

sauvée; mais voilà aussi le principe fondamental de Malebranche miné sans ressource. Car, bien loin que Dieu ne puisse produire que le plus parfait, il s'ensuit qu'il ne peut jamais produire le plus parfait, puisqu'il peut toujours ajouter quelque nouveau degré de perfection à toute perfection déterminée...

« Dans tous les choix que Dieu fait pour agir au dehors ou pour n'agir pas, pour produire le plus ou le moins parfait, il ne faut point chercher d'autre raison que sa supériorité infinie et son domaine souverain sur tout ce qu'il peut faire. Il est si grand qu'une créature ne peut avoir en elle de quoi le déterminer à la préférer à une autre. Elles sont toutes deux bonnes et dignes de lui, mais toutes deux infiniment au-dessous de sa perfection. Voilà sa pure liberté, qui consiste dans la pleine puissance de se déterminer par lui seul, et de choisir sans autre cause de détermination que sa volonté suprême, qui fait bon tout ce qu'il veut. Voilà ce que l'Écriture appelle *son bon plaisir, et le décret de sa volonté*. Si nous le méditons bien, nous trouverons que la plus haute idée de perfection est celle d'un être qui, dans son élévation infinie au-dessus de tout, ne peut jamais trouver de règle hors de lui, ni être déterminé par l'inégalité des objets qu'il voit; mais qui voit les choses les plus inégales, égalées en quelque façon, c'est-à-

dire également rien, en les comparant à sa hauteur souveraine; et qui trouve dans sa propre volonté la dernière raison de tout ce qu'il a fait. Cette idée est la plus haute et la plus parfaite que nous ayions, et par conséquent c'est celle que Dieu nous a donnée de sa nature. Après cela, dites que Dieu étant infiniment sage, il ne peut rien faire qu'avec une sagesse qui préfère toujours le meilleur.

« La sagesse infinie de Dieu ne peut le déterminer à choisir le meilleur, quand il n'y a aucun objet déterminé qui soit effectivement le meilleur par rapport à sa perfection souveraine, dont les choses les plus parfaites sont toujours infiniment éloignées.

« Il est pourtant vrai que dans ce choix pleinement libre, où Dieu n'a d'autre raison de se déterminer que son bon plaisir, sa parfaite sagesse ne l'abandonne jamais. Pour être souverainement indépendant de l'inégalité des objets finis entre eux, il n'en est pas moins sage; il voit cette inégalité de tous les objets entre eux; il voit leur égalité par rapport à sa perfection infinie; il voit leur éloignement infini du néant; il voit tous les rapports que chacun d'eux peut avoir à sa gloire, et toutes les raisons de le produire; il voit une raison générale et supérieure à toutes les autres, qui est celle de son indépendance et de l'imperfection de toute créature par rapport à lui; il y trouve son

souverain domaine et sa pleine liberté : il l'exerce, pour faire le bien, à telle mesure qu'il lui plaît. N'y a-t-il pas dans toutes les vues de Dieu, qui agit librement, une science et une sagesse infinies (1)? »

Ajoutons quelques développements aux deux points fondamentaux de cette victorieuse réfutation : savoir qu'il n'y a point d'univers qui soit le meilleur possible, et que tous sont égaux devant Dieu et ne peuvent par eux-mêmes l'incliner à les produire.

Oui, ce maximum tant préconisé n'est qu'une chimère. Je sais ce que c'est que le maximum d'une ligne trigonométrique, de l'ordonnée d'une courbe, de la vitesse d'une planète dans son orbe elliptique, puisque je les vois croître jusqu'à un terme qu'elles ne sauraient dépasser, mais où elles parviennent. J'ignore au contraire ce que c'est que le maximum de $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$, etc. Ce n'est pas 1, quoiqu'on ait $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$, etc., $=1$; 1 ne résulte point de l'addition de $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$, etc., mais de la loi de leur génération ; c'est une limite dont ces fractions approchent continuellement et indéfiniment, sans jamais l'atteindre.

Je sais ce que c'est que le maximum dans les productions de l'homme ; pour Malebranche, je vois les *Entretiens sur la métaphysique*, le *Traité de*

(1) *Réfutation de Malebranche par Fénelon et Bossuet*, ch. VIII.

morale, pour Leibnitz, la *Théodicée*, le *Calcul différentiel ;* mais j'ignore ce que c'est que le maximum dans les productions de Dieu. Soutenir que c'est l'univers, c'est décider ce qui est en question. Je sais ce que c'est que le maximum dans les choses qui appellent un terme, tandis que je l'ignore dans celles qui le repoussent. L'univers se compose d'esprits et de corps. Voit-on que Dieu n'en puisse créer de plus parfaits, ni en plus grand nombre ? leur arrangement est-il le mieux ? On pourrait le nier : rien ne le prouve ; mais je veux qu'il le soit. Comme il dépend de leur qualité et de leur nombre, il n'offre qu'un mieux relatif. Donc, point de maximum dans la création ; y en mettre, c'est exiger qu'elle avoisine Dieu, chose non moins absurde que d'exiger que parmi les nombres naturels, 1, 2, 3, 4, etc., il y en ait un plus grand que tout autre. Qu'à chaque instant de son éternité Dieu jetât des myriades d'univers, il ne diminuerait point l'abîme qui le sépare du moindre atome. En étudiant la formation des choses, Malebranche, après avoir étalé les prodiges du monde physique, s'écrie : « Assurément Dieu est toujours semblable à lui-même, sa sagesse n'est point épuisée par les merveilles qu'il a faites. Il tirera sans doute de la nature spirituelle des beautés qui surpasseront infiniment tout ce qu'il a fait de la matière (1). » Eh bien! pense-t-il qu'après

(1) *Ent. mét.*, XII, introd.

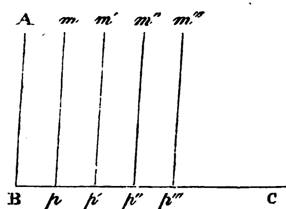
avoir formé la cité des esprits, sa sagesse soit épuisée, qu'il ne soit plus semblable à lui-même, ou capable d'en produire autant et davantage, sans fin et sans repos? comme un écrivain, un peintre, un statuaire, qui en effet, s'épuise dans son chef-d'œuvre! Ah! Malebranche, l'enthousiasme allumé par la contemplation des incommensurables grandeurs de Dieu, t'a fait luire la vérité, fille des soudaines illuminations. Pourquoi ne pas lui rester fidèle? pourquoi venir nous parler de ce meilleur, qui emporterait, et la sagesse, et la puissance créatrices?

Les stoïciens avec leur monde, développement de Dieu, M. de Schelling avec son Dieu, qui se *subjective* en *s'objectivant*, c'est-à-dire, qui se développe avec le monde, qui est son objet et dans lequel il se produit, obtiennent un maximum. Mais pour eux, Dieu n'est que l'énergie du monde.

Leibnitz suppose quelqu'un observant « qu'il est impossible de produire le meilleur, parce qu'il n'y a point de créature parfaite, et qu'il est toujours possible d'en produire une qui le soit davantage; » et il répond : « Ce qui se peut dire d'une créature ou d'une substance particulière, qui peut toujours être surpassée par une autre, ne doit pas être appliqué à l'univers, lequel se devant étendre par toute l'éternité future, est un infini. De plus, il y a une infinité de créatures dans la moindre

parcelle de la matière, à cause de la division actuelle du *continuum* à l'infini (1). » Au contraire il le faut appliquer à l'univers qui, en définitive, n'est que la collection de toutes les créatures ou substances particulières; et si elles ne sont point aussi parfaites qu'elles pourraient l'être, l'univers ne l'est pas non plus. Que sert de dire qu'il *doit s'étendre par toute l'éternité future?* Il ne le peut que parce qu'elles s'y étendront elles-mêmes; et comme elles ne recevront à cause de cela aucune élévation de nature, il en sera de même de lui. J'avoue qu'il est *un infini* en *durée*; mais c'est un infini relatif. J'avoue qu'il y a une infinité de créatures dans la moindre parcelle de matière; mais c'est une infinité aussi relative, et une infinité d'autres infinis et infinités, sont également possibles.

Les bandes ABpm, $mpp'm'$, $m'p'p''m''$, $p''m''p'''m'''$, etc.,



sont chacune un infini, puisque les lignes AB, pm, $p'm'$, $p''m''$, $p'''m'''$, etc., se prolongent indéfiniment.

(1) *Théod.*, art. 195.

Cependant, qu'on les multiplie tant qu'on voudra, on ne remplira point l'angle ABC; il restera toujours un espace $m''p''$C égal à ABC, car il est évident que la partie absorbée AB$p''m''$ n'y fait rien et laisse tout à recommencer. C'est que ABC ou l'angle est un infini du premier ordre, et que chaque bande n'est qu'un infini du second ordre. Dans les différentielles successives de x^m, savoir : $mx^{m-1}dx$, $m(m-1)\ x^{m-2}dx^2$, $m(m-1)\ (m-2)$, $x^{m-3}dx^3$, etc., il est également évident qu'un nombre quelconque de $mx^{m-1}dx$, s'annulle devant x^m, un nombre quelconque de $m(m-1)\ x^{m-2}dx^2$ devant $mx^{m-1}dx$, un nombre quelconque de $m(m-1)\ (m-2)\ x^{m-3}dx^3$ devant $m(m-1)\ x^{m-2}dx^2$, enfin un nombre aussi grand que l'on voudra d'infinis d'un ordre quelconque, devant l'infini de l'ordre qui précède. Que Leibnitz sème donc tant qu'il voudra les infinis dans l'étendue et dans la durée de l'univers existant, cet univers ou plutôt une infinité d'univers pareils s'évanouiront toujours devant l'infini d'un autre univers possible, et les infinités d'infinis d'univers possibles devant Dieu, source de ces possibilités, comme les infinis $mx^{m-1}dx$, $m(m-1)\ x^{m-1}dx^2$, $m(m-1)\ (m-2)\ x^{m-3}dx^3$, etc., devant x^m, dont ils dérivent.

Maintenant paraît dans tout son jour l'autre point établi par Fénelon et Bossuet contre Male-

branche, que toutes les créatures sont égales devant Dieu et nulles par rapport à lui. Car que la quantité x^m devînt tout à coup pensante, ou capable de réfléchir sur soi pour se saisir et se connaître, elle verrait que s'ajouter ou se retrancher l'une plutôt que l'autre de ces quantités $mx^{m-1}dx$, $m(m-1)\, x^{m-2}dx^2$, $m(m-1)\,(m-2)\, x^{m-3}dx^3$, etc., ou toutes ensemble, c'est ne s'augmenter ni se diminuer absolument en rien ; qu'ainsi elles sont toutes égales à son égard, puisqu'elle n'est pas plus changée par les unes que par les autres, et qu'à son égard elles sont nulles, puisqu'elle ne reçoit aucun changement de leur ensemble. Cependant la distance des créatures à Dieu est plus grande encore que celle de $mx^{m-1}dx$, $m(m-1)$ $x^{m-2}dx^2$, $m(m-1)\,(m-2)\, x^{m-3}dx^3$, etc., à x^m. Après tout, $mx^{m-1}dx$, $m(m-1)\, x^{m-2}dx^2$, $m(m-1)$ $(m-2)\, x^{m-3}dx^3$, etc., sont les racines transcendantes de x^m, et y ramènent par l'intégration ; au lieu que les créatures n'ont avec Dieu que le rapport d'être représentées dans ses idées éternelles, sur lesquelles elles ont été faites. Elles sont séparées de lui par l'infini absolu, au lieu que les différentielles ne sont séparées de leur fonction que par un infini relatif.

De là il suit rigoureusement qu'aucun motif venant des choses créées ne peut avoir déterminé Dieu à leur communiquer l'être, ni à préférer

celles qui l'ont à celles qui ne l'ont pas. Sous ce rapport, il est dans la plus complète indifférence, et on ne parvient à l'en sortir qu'en abolissant son infini absolu et leurs infinis relatifs, et en le confondant lui-même avec elles. Mais alors il ne s'agit plus de création, à moins de supposer que Dieu se crée soi-même. Tout ce qui est possible existe, sans quoi il y aurait un vide dans l'existence divine. Comme Spinosa prend en pitié ceux qui assurent que Dieu ne fait pas tout ce qu'il peut! « S'il eût créé, disent-ils, tout ce qui est dans son entendement, il ne pourrait plus rien créer, ce qu'ils croient répugner à sa toute-puissance; voilà pourquoi ils aiment mieux l'établir indifférent à tout et ne créant que ce qu'il a résolu de créer par une volonté absolue. Mais je pense avoir assez clairement montré que toutes choses ont émané ou émanent de sa nature infinie, avec la même nécessité qu'il suit et suivra éternellement de la nature du triangle, que ses trois angles égalent deux droits. Aussi cette toute-puissance fait de toute éternité et fera éternellement tout ce qui est en elle. Et c'est, je pense, en donner une idée bien plus parfaite. Que dis-je? les ennemis de la puissance de Dieu, semblent même la nier. Ils sont forcés d'avouer que Dieu ne pourra jamais créer une infinité de choses qu'il conçoit créables, parce que s'il les créait, il épuiserait, suivant eux, sa toute-

puissance et se rendrait imparfait. Donc, pour qu'il soit parfait, il ne doit pouvoir faire tout ce à quoi s'étend sa toute-puissance. Peut-on imaginer rien de plus absurde ou qui choque davantage la toute-puissante divine (1) ? » Mais là même Spinosa nie que Dieu ait un entendement et une volonté, ajoute qu'il le prouvera plus loin, et cherche à le faire dans le 2e corollaire de la 32e proposition. Plusieurs fois j'ai expliqué que pour lui, Dieu n'est que l'universel ou l'essence des choses; et leur existence formant l'existence de Dieu ou de l'être nécessaire, il est contradictoire que les choses ou une partie des choses, c'est-à-dire que l'être nécessaire ou une partie de l'être nécessaire,

(1) « Si omnia inquiunt, quæ in ejus intellectu sunt, creavisset, nihil tum amplius creare potuisset, quod credunt Dei omnipotentiæ repugnare; ideoque maluerunt Deum ad omnia indifferentem statuere, nec aliud creantem præter id, quod absoluta quadam voluntate decrevit creare. Verum ego me satis clare ostendisse puto, a summa Dei potentia, sive infinita natura infinita infinitis modis, hoc est, omnia necessario effluxisse, vel semper eadem necessitate sequi; eodem modo, ac ex natura trianguli ab æterno, et in æternum sequitur, ejus tres angulos æquari duobus rectis. Quare Dei omnipotentia actu ab æterno fuit, et in æternum in eadem actualitate manebit. Et hoc modo Dei omnipotentia longe, meo quidem judicio, perfectior statuitur. Imo adversarii Dei omnipotentiam (licet operte loqui) negare videntur. Coguntur enim fateri, Deum infinita creabilia intelligere, quæ tamen nunquam creare poterit. Nam alias, si scilicet omnia, quæ intelligit, crearet, suam, juxta ipsos, exhauriret omnipotentiam, et imperfectum se redderet. Ut igitur Deum perfectum statuant, eo rediguntur, ut simul statuere debeant, ipsum non posse omnia efficere, ad quæ ejus potentia se extendit, quo absurdius, aut Dei omnipotentiæ repugnans, non video, quid fingi possit. » *Eth.*, pars I, prop. 17, schol.

n'existe point. Mais que deviennent l'infini absolu de Dieu et l'infini relatif des créatures? La capacité qu'a Dieu d'exister étant remplie par l'existence des créatures, l'existence des créatures épuisant leur possibilité, il n'est plus d'infini nulle part. Les essences se confondent avec les existences, rien n'est possible que ce qui est, et ce qui est n'est point la plénitude de l'être, l'être nécessaire, lequel rend possible une infinité de choses qui n'existent pas. Or, sans l'être nécessaire, qui seul de soi brave le néant, le néant engloutit tout.

N'est-ce pas dans cet extrême que tout à l'heure Descartes a été précipité, en chassant la raison de la pensée divine? Il ne bannissait la raison que parce qu'il bannissait l'infini, ne croyant pas que Dieu, avant de créer les choses, pût en avoir les idées, sans perdre l'indépendance suprême. Spinosa bannit pareillement la raison avec l'infini de la pensée divine, quoiqu'il ne songe pas plus que Descartes à bannir l'infini, car personne peut-être n'en parle autant que lui par rapport à Dieu. Ainsi ils se rencontrent dans le fond et ne diffèrent que pour le but. L'un frémit à l'idée de la fatalité et veut l'éviter à tout prix, tandis que l'autre court à elle triomphalement. Qu'on supprime le mot volonté, et Descartes, qui, à son insu, pense comme Spinosa, parlera comme lui.

Spinosa ravit à Dieu la volonté avec l'entendement; Descartes ne lui ôte que l'entendement, et c'est pour étendre et exalter la volonté. Mais comme par là il la résout en une puissance aveugle, il tombe dans les principes de Spinosa, ou plutôt il les lui pose et ne lui laisse que d'en tirer intrépidement les plus révoltantes, mais les plus exactes conséquences.

Donc point de milieu : il faut reconnaître qu'il n'y a rien d'existant ni de possible, et rien de possible parce qu'il n'y a rien d'existant, ou avouer une cause première telle qu'elle est, avec l'entendement, la volonté et l'infini, qui lui sont propres. Qu'on prenne ce dernier et inévitable parti, et les raisonnements de Spinosa tombent d'eux-mêmes. Il est si peu contraire à la puissance divine de n'avoir point créé tout ce qui est possible, que c'est précisément dans l'impossibilité de le faire que consiste son infinité.

« Cependant, dit Spinosa, vous ne nierez point qu'elle ne soit éternellement en acte (1), non plus que l'intelligence et la volonté qu'il vous plaît d'admettre en Dieu (2). » Non sans doute; et c'est pourquoi éternellement la puissance produit l'intelligence, l'intelligence la volonté, la volonté l'union de l'intelligence et de la puissance. Il est

(1) *Eth.*, part. I, prop. 17, scol.
(2) *Ibid.*, prop. 33, scol. 2.

très-vrai aussi que toutes les trois constituent l'essence divine, et qu'elles n'ont pas leur action moins nécessaire qu'un triangle ses trois angles égaux à deux droits.

Pour qu'une chose se puisse concevoir, il faut d'abord qu'elle soit, puis qu'elle soit d'une certaine manière, c'est-à-dire qu'elle soit déterminée, et que cette détermination embrasse tout ce qu'est cette chose. Un cercle est, il est rond; sa rondeur le comprend en entier, il n'a rien qui lui échappe, ses rayons quoique droits, la subissant par leur égalité. Dieu donc est : voilà sa puissance; il est d'une certaine manière : voilà son intelligence ou l'ensemble infini des idées qui enferment les raisons de tout ce qui est dans la puissance et la déterminent; cette détermination qui rapporte l'intelligence à la puissance : voilà sa volonté. Oui encore une fois, il est dans une incessante et éternelle activité, activité de puissance, activité d'entendement, activité de volonté; et cette activité ne saurait produire autre chose que ce qu'elle produit, sans que Dieu cessât d'être ce qu'il est. L'infini absolu, qui dans la puissance subsiste simplement comme être, devient, par cette ineffable génération, vérité dans l'intelligence et bien dans la volonté. L'infiniment infini du bien répond à l'infiniment infini du vrai, l'infiniment infini du bien et du vrai à l'infiniment infini de l'être. Que

le vrai n'égalât pas l'être, ou le bien le vrai, il y aurait dans l'être quelque chose de faux, ou dans le vrai quelque chose de mal, et dans le bien un manque d'être, ce qui est absurde. Ramassant en soi l'infini absolu du bien, du vrai, de l'être, il se suffit pleinement lui-même. Dans la production de son intelligence, de son verbe, il trouve l'exercice le plus complet de sa puissance; dans la contemplation de sa puissance et la formation de sa volonté, de son affection, l'exercice le plus complet de son intelligence; dans l'union, l'amour mutuel de son intelligence et de sa puissance, l'exercice le plus complet de sa volonté.

Si c'était de cette procession intérieure de l'être divin que parle Spinosa, quand il dit (1) que tout en Dieu se fait nécessairement, *ex sola suæ naturæ necessitate agat*, on pourrait l'entendre, et on lui accorderait volontiers que la supposer différente, ce serait changer la nature de Dieu. Mais c'est de la création du monde ou de ce que produit l'activité divine en se manifestant au dehors, *mundum divinæ naturæ necessarium effectum* (2), et on ne comprend pas que l'activité divine soit nécessitée de toute éternité, ni dans un temps quelconque, à une pareille manifestation. Qui donc au dedans la sollicite à l'acte éternel par le-

(1) *Eth.*, part. I, appendice, p. 33.
(2) *Ep.* 58, p. 570.

quel la puissance engendre l'intelligence, et avec l'intelligence, produit la volonté? qui la sollicite, sinon la nature de Dieu? Dieu, en effet, serait privé de la partie intelligente et voulante de sa nature, ou plutôt de sa nature entière, qui est indivisible, si l'intelligence n'émanait éternellement de la puissance, et la volonté de toutes les deux. Or, en serait-il également privé, s'il n'eût pas fait les divers êtres qui composent l'univers? Lorsqu'il les a créés, est-il passé tout entier en eux comme il passe tout entier dans son intelligence et dans sa volonté en les produisant? L'infini absolu de l'être, du vrai, du bien, respire-t-il dans la pierre, dans la plante, dans la brute, dans le globe de la terre, dans celui du soleil? respire-t-il dans l'homme, dans les esprits célestes? Il le faut néanmoins, si l'on prétend que Dieu a été forcé par sa nature de les créer. Mais si les plus accomplis d'entre eux n'offrent qu'une image infiniment imparfaite de Dieu, il est souverainement libre, et il ne cessera de l'être qu'on ne l'ait déraciné de lui-même, qu'on ne l'ait dissous et dispersé parmi les ouvrages de ses mains. Arnauld a aussi combattu l'optimisme; mais outre qu'il semble quelquefois pencher vers l'opinion de Descartes, il est d'une fatigante prolixité (1).

(1) *Réfl. phil. et théol.*

Nous allons essayer de réduire à sa plus simple expression ce long examen de la question, si Dieu a suivi la raison dans la création du monde.

1° Descartes ne veut point qu'il l'ait suivie, parce qu'elle l'aurait forcé de choisir le meilleur et par là détruit sa liberté. 2° Malebranche et Leibnitz prétendent que, s'il ne l'avait point suivie, il ne serait qu'une puissance aveugle, produisant tout machinalement. 3° C'est ce que Spinosa enseigne sans détour. 4° Malebranche et Leibnitz, aux yeux de qui Dieu a suivi la raison, soutiennent qu'il a été obligé de former le meilleur univers possible. 5° Fénelon et Bossuet leur prouvent qu'ils détruisent sa liberté et établissent la fatalité; que Dieu, bien qu'il suive la raison, n'est point déterminé à préférer la création la plus parfaite, et que l'idée même d'une telle création n'est qu'une chimère. Seuls donc, dans l'école cartésienne, ils ont sauvé la raison et la liberté divine, relevé et maintenu les causes finales, que le chef de cette école avait renversées.

CHAPITRE II.

Partir de soi, restant en soi, et partir de Dieu.

Descartes était parti de soi pour rendre raison des choses. Il n'avait trouvé le fondement de la certitude que dans la vue ou perception immédiate de l'existence des idées qui forment le fond de la pensée. C'est d'après cette perception parfaitement claire et distincte, ou évidente, qu'il voulait que les perceptions de ce qui entre dans ces idées, fussent appréciées; en sorte que lorsque la même évidence ne paraissait pas, il fallait suspendre son jugement. Ainsi nous voyons clairement et distinctement que nous avons en nous l'idée de perfection infinie, et dans cette idée l'existence d'un être infiniment parfait qui lui répond; mais nous sommes fort loin de voir aussi

bien tout ce qu'il est, d'embrasser l'étendue de sa puissance, de sa sagesse, de sa volonté et de ses autres attributs. « C'est pourquoi, dit Descartes, nous ne devons point trouver étrange qu'il y ait en sa nature, qui est immense, et en ce qu'il a fait, beaucoup de choses qui surpassent la capacité de notre esprit (1) », telles, par exemple, que l'accord de la Providence et de la liberté. Cependant il n'en trouve point de ce genre dans les corps; là tout est ou peut être connu. Avec la notion de l'étendue et celle du mouvement, il prétend expliquer le monde physique, et montrer de point en point comment il a été formé. « J'avoue franchement, dit-il, que je ne connais point d'autre matière des choses corporelles que celle qui peut être divisée, figurée et mue en toutes sortes de façons, c'est-à-dire celle que les géomètres nomment la quantité et qu'ils prennent pour l'objet de leurs démonstrations; et que je ne considère en cette matière que ses divisions, ses figures et ses mouvements; enfin que touchant cela, je ne veux rien recevoir pour vrai, sinon ce qui en sera déduit avec tant d'évidence qu'il pourra tenir lieu d'une démonstration mathématique, et d'autant que par ce moyen on peut rendre raison de tous les phénomènes de la nature, comme on pourra voir par

(1) *Princ. de la phil.*, part 1, art. 25.

ce qui suit, je ne pense pas qu'on doive recevoir d'autres principes en physique, ni même qu'on doive en souhaiter d'autres que ceux qui sont ici expliqués (1). » Quoique dans le livre des *Principes*, il ne s'agisse que des corps inorganisés, il entend parler aussi des autres; les traités de *l'Homme*, *de la Formation du fœtus*, les *Premières pensées sur la génération des animaux*, ne permettent point d'en douter. De là ces paroles qu'on lui prête si souvent et qui, en effet, lui appartiennent, sauf le tour : *qu'on me donne de l'étendue et du mouvement, et je fais un monde* (2).

Malebranche ne voit non plus que de l'étendue et du mouvement dans le monde physique. Cependant, il ne pense point, comme Descartes, qu'on en puisse expliquer la formation, même de la partie inorganique, par les lois seules du mouvement, sans une action particulière de Dieu (3). Mais il est persuadé que les notions de cause efficiente, de causes occasionnelles, de lois générales, suffisent pour rendre raison de ce qui s'y passe et de ce qui se passe dans le monde spirituel. « Dieu, dit-il, communique avec joie tout ce qu'il possède en qualité de sagesse éternelle (4). » Leibnitz s'étonne que

(1) *Ibid.*, part. II, art. 64.
(2) *Le Monde*, ch. VI et VII.
(3) *Médit. chrét.*, VII, art. 9.
(4) *Médit.*, XI, art. 2.

Descartes ait cru impossible d'accorder la Providence et la liberté (1), de résoudre d'autres questions semblables relatives à l'ordre moral, et il se flatte, avec des monades ou forces vitales et forces pensantes, de produire à la fois le monde des corps et le monde des esprits. Mais nul n'est comparable à Spinosa : les corps, les esprits, Dieu, il pénètre tout avec une facilité merveilleuse, et pour le faire, il n'a besoin que des mots substance, attribut, mode. Il se moque de Descartes, lui reprochant de n'avoir rien compris à Dieu, ni à l'origine des choses (2).

Il est clair que tous se mettent à la place de Dieu ou partent de lui pour philosopher. Cependant, comme cela ne leur donne point son intelligence infinie, ils n'expliquent point ce qui nous est réellement inexplicable, et souvent ils tombent dans les plus graves erreurs et bouleversent tout. Spinosa nomme substance « ce qui est en soi, et qui est connu par soi-même, c'est-à dire ce dont l'idée n'a pas besoin, pour être formée, de l'idée d'une autre chose (3). » S'il en avait cherché la notion en se considérant lui-même dans sa pensée,

(1, *Théod.*, disc., art. 69.

(2) *Op. posth.*, p. 398.

(3) « Per substantiam intelligo id, quod in se est, et per se concipitur : hoc est id, cujus conceptus non indiget conceptu alterius rei, a quo formari debeat. » *Eth.*, part. I, déf. 3.

il aurait vu qu'il avait une activité et un fonds propres, qu'il était un être à part ou une substance, mais que cette activité et ce fonds étant bornés, dépendaient d'une activité et d'un fonds plus haut, d'une substance infinie et indépendante ; par conséquent qu'il y a des substances dont l'idée a besoin, pour être formée, de l'idée d'une autre chose, et que toutes, hormis une, sont dans ce cas. Loin de là, il est allé prendre cette notion dans la substance suprême, laquelle effectivement trouve en soi l'idée d'une substance qui est complète par elle-même. Toutefois cette définition est encore fausse à l'égard de la substance suprême, car si Dieu, pour se concevoir, n'a pas besoin, comme l'homme, de l'idée d'un autre être existant, il a besoin de l'idée d'une infinité d'autres êtres possibles, puisque dans l'idée de l'être parfait est renfermée l'idée qu'il peut créer. Aussi, que nous apprend Spinosa? Il n'aspire à rien moins qu'à nous introduire dans l'intérieur de la cause première, afin de nous en dévoiler les infinies perfections et la manière dont elle a produit le monde; or, il la méconnaît au point de la confondre avec lui, de ne faire de tout qu'une substance, dont elle est l'universel, et dont les choses sont l'individuel. Il se tracasse pour passer du premier au second, oubliant sans doute qu'il renouvelle le problème de l'individuation, lequel, sans se laisser entamer,

a fatigué quatre siècles de la scolastique au Moyen-Age. « Les choses singulières, dit-il, ne sont rien autre que les affections ou les modes qui expriment d'une façon certaine et déterminée les attributs de Dieu (1). » Cependant, d'un côté, « tout ce qui suit de l'absolue nature de quelque attribut de Dieu, a dû toujours exister et être toujours infini, ou bien encore, cet attribut rend éternel et infini tout ce qui découle de lui (2) ; » de l'autre, « nul être singulier, nulle chose finie, et qui a une existence déterminée, ne peut exister ni être déterminé à agir, si une autre cause finie, et qui a aussi une existence déterminée, ne la détermine à exister et à agir ; et cette cause à son tour, pour exister et pour agir, a besoin d'une autre cause qui soit aussi finie et qui ait une existence déterminée, et ainsi à l'infini (3). » Alors où rencontrer un point d'union entre Dieu ou l'universel,

(1) « Res particulares nihil sunt, nisi Dei attributorum affectiones, sive modi, quibus Dei attributa certo et determinato modo exprimuntur. » *Eth.*, prop. 25, corol.

(2) « Omnia quæ ex absoluta natura alicujus attributi Dei sequuntur, semper, et infinita existere debuerunt, sive per idem attributum æterna et infinita sunt. » *Ibid.*, prop. 21.

(3) « Quodcunque singulare, sive quævis res, quæ finita est, et determinatam habet existentiam, non potest existere, nec ad operandum determinari, nisi ad existendum et operandum determinetur ab alia causa, quæ etiam finita est, et determinatam habet existentiam : et rursus hæc causa non potest etiam existere, neque ad operandum determinari, nisi ab alia, quæ etiam finita est, et determinatam habet existentiam, determinetur ad existendum et operandum, et sic in infinitum. » *Ibid.*, prop. 28.

qui ne souffre aucune modification finie, et les choses ou l'individuel, qui n'en souffrent aucune infinie? « Puisque tout être fini, dit Condillac, doit être déterminé par une cause finie, quelque effort que fasse Spinosa pour prouver que tout est déterminé par Dieu, il ne peut empêcher qu'il n'y ait, selon son système, deux ordres de choses tout à fait indépendants : premièrement, l'ordre des choses infinies qui suivent toutes de la nature absolue de Dieu, ou de quelqu'un de ses attributs modifiés d'une modification infinie; en second lieu, l'ordre des choses finies qui suivent toutes les unes des autres, sans qu'on puisse remonter à une première cause infinie qui les ait déterminées à exister. Comment ces deux ordres de choses pourraient-ils ne constituer qu'une seule et même substance (1)? » Spinosa est donc réduit à soutenir qu'ils le font parce qu'ils le font; car que trouver de plus dans cette assertion, que « tout est déterminé par la nécessité de la nature divine à exister et à agir d'une certaine façon (2); » et dans ces expressions barbares que Dieu est « la nature naturante, et les êtres finis la nature naturée (3)? »

(1) *Traité des syst.*, comment. sur la prop. 29.

(2) « In rerum natura nullum datur contingens; sed omnia ex necessitate divinæ naturæ determinata sunt ad certo modo existendum, et operandum. » *Eth.*, pars I, prop. 29.

(3) « Natura naturans, natura naturata. » *Ibid.*, schol.

Tel est le résultat de ses efforts ; il veut révéler en Dieu une perfection inouïe, et il lui ôte celle qui est indispensable à tout être, il lui ôte l'existence propre.

Que Descartes, qui leur a donné l'exemple, tente d'expliquer le monde physique, il n'est pas plus heureux. De quelque façon qu'il combine les parties de l'étendue de toutes les grandeurs, de toutes les figures, de tous les mouvements, il ne parviendra jamais à montrer comment les animaux et les plantes croissent, se nourrissent et meurent, comment le fer est attiré par l'aimant, comment le feu brûle. Il remarque quelques-unes des circonstances, des conditions où ces propriétés se manifestent ; mais quant à leur cause même, quant à ce qui les constitue, c'est un secret auquel il ne lui est pas donné de mordre.

Leibnitz ne cesse de traiter la philosophie de Descartes *d'antichambre de la vérité*. Va-t-il, lui, nous introduire dans le sanctuaire? Il prétend tirer les corps et les esprits de ses monades ; il prouve à merveille qu'aucun d'eux n'est privé de force. Mais la force, en se modifiant, donne-t-elle le minéral, le végétal, l'être pensant? Leibnitz suppose que la monade destinée à être l'âme raisonnable enveloppe la raison dès le commencement du monde, ou qu'à la naissance de l'homme, elle la reçoit « par une opération par-

ticulière de Dieu, par une espèce de transcréation (1). » Il ne s'explique point sur la monade qui doit prendre l'organisme de l'animal, ni sur celle qui doit prendre l'organisme de la plante. Peut-être pensait-il que la première porte en germe la sensibilité, et la seconde la végétation. Alors il n'aurait point à prouver que la même force produit les êtres des trois règnes. Mais il serait toujours obligé de dire ce qui fait que la force a telle propriété dans le minéral, telle autre dans la plante, telle autre dans l'animal, telle autre dans l'individu pensant. Est-ce sérieusement qu'il veut expliquer l'union de l'âme avec le corps ou en général les rapports des créatures, l'action des unes sur les autres, par l'harmonie préalable, qui rompt toute communication, tout lien entre elles, et les établit dans une indépendance et une séparation complètes, « chacune agissant comme si, par impossible, les autres n'existaient point (2)? »

Malebranche est sûr de dissiper les mystères avec ses lois générales. « 1° Lois générales de la communication des mouvements, desquelles lois le choc des corps est la cause occasionnelle ou naturelle. C'est par l'établissement de ces lois que Dieu a communiqué au soleil la puissance d'éclairer, au

(1) *Théod.*, art. 91 et 397.
(2) *Op.*, t. II, pars 1, p. 29, art. 84.

feu celle de brûler, et ainsi des autres vertus qu'ont les corps pour agir les uns sur les autres; et c'est en obéissant à ses propres lois que Dieu fait tout ce que font les causes secondes.

« 2° Lois de l'union de l'âme et du corps, dont les modalités sont réciproquement causes occasionnelles de leurs changements. C'est par ces lois que nous avons la puissance de parler, de marcher, de sentir, d'imaginer et le reste, et que les objets ont par nos organes le pouvoir de nous toucher et de nous ébranler. C'est par ces lois que Dieu nous unit à tous ses ouvrages.

« 3° Lois de l'union de l'âme avec Dieu, avec la substance intelligible de la raison universelle, desquelles lois notre attention est la cause occasionnelle. C'est par ces lois que l'esprit a le pouvoir de penser à ce qu'il veut et de découvrir la vérité (1). »

Qu'on nous interroge maintenant sur ces grandes questions, nous voilà en mesure de répondre. Par quoi le soleil peut-il éclairer et le feu brûler? par la loi générale de la communication des mouvements, en vertu de laquelle Dieu éclaire dans le soleil et brûle dans le feu. Par quoi pouvons-nous marcher, parler, sentir, imaginer, et pourquoi les objets peuvent-ils nous toucher et nous

(1) *Entret.* XIII, 9. — *Rép. à Arn.*, t. III, p. 155.

ébranler? par la loi générale de l'union de l'âme et du corps, en vertu de laquelle Dieu marche, parle, sent, imagine en nous, nous touche et nous ébranle dans les objets. Par quoi avons-nous la puissance de penser et de découvrir la vérité? par la loi générale de l'union de l'âme avec Dieu, la substance intelligible de la raison universelle, en vertu de laquelle loi Dieu pense en nous et découvre en nous la vérité. En d'autres termes, pourquoi les choses se passent-elles ainsi? parce que Dieu fait ainsi les choses. Ce qui revient à dire que la lumière est lumière, le feu feu, l'esprit esprit. C'est la nature naturante et la nature naturée de Spinosa, par lesquelles il croit expliquer la création, ou comment, dans les substances, l'universel s'unit à l'individuel pour les former, comment les substances viennent des idées qui les représentent en Dieu.

Avec ces trois lois générales, les seules, suivant lui, que la raison et l'expérience nous apprennent, et les deux suivantes, qui nous sont découvertes par l'Écriture, Malebranche prétend lever certaines difficultés qui se rencontrent dans le gouvernement de l'univers par la Providence.

« 1° Les lois générales qui donnent aux anges bons et mauvais pouvoir sur les corps, substances inférieures à leur nature. C'est par l'efficace de ces lois que les anges ont gouverné le peuple juif,

qu'ils l'ont puni et récompensé par des biens et des maux temporels. C'est par l'efficace de ces lois que les démons ont encore le pouvoir de nous tenter, et que nos anges tutélaires ont celui de nous défendre. Les causes occasionnelles de ces lois sont leurs désirs pratiques.

« 2° Les lois par lesquelles Jésus-Christ a reçu la souveraine puissance dans le ciel et sur la terre; non-seulement sur les corps, mais sur les esprits; non-seulement pour distribuer des biens temporels, comme les anges à la synagogue, mais pour répandre dans les cœurs la grâce intérieure qui nous fait enfants de Dieu et qui nous donne droit aux biens éternels. Les causes occasionnelles de ces lois sont les divers mouvements de l'âme sainte de Jésus-Christ.

«Voilà, poursuit l'auteur, les lois les plus générales de la nature et de la grâce, que Dieu suit dans le cours ordinaire de sa Providence (1). Souvenez-vous qu'il ne peut agir que selon ce qu'il est, que d une manière qui porte le caractère de ses attributs; qu'ainsi il ne forme point ses desseins indépendamment des voies de les exécuter, mais qu'il choisit et l'ouvrage et les voies, qui tout ensemble expriment davantage les perfections qu'il se glorifie de posséder, que tout autre ouvrage par

(1) *Ibid.*

toute autre voie. Souvenez-vous que plus il y a de simplicité, d'uniformité, de généralité dans la Providence, y ayant égalité dans le reste, plus elle porte le caractère de la divinité; qu'ainsi Dieu gouverne le monde par des lois générales, pour faire éclater sa sagesse dans l'enchaînement des causes (1). »

Si donc il pleut dans les déserts et ne pleut point dans les terres en culture, dont les fruits périssent de sécheresse; si la grâce est donnée à des gens qui la dédaignent et refusée aux nations infidèles, chez lesquelles sans doute beaucoup de personnes en profiteraient; s'il naît des enfants monstrueux; si la peste moissonne les bons comme les méchants; si le puissant et le riche oppriment et spolient le pauvre et le faible, au lieu de le protéger et de le secourir; si la vertu se traîne dans les tribulations et les misères, tandis que le vice et le crime se jouent au sein de l'abondance et de la tranquillité; si tant d'âmes se perdent éternellement : c'est, aux yeux de Malebranche, une suite des lois générales déterminées par les causes occasionnelles. Dieu eût pu éviter ces déréglements et ces maux, en agissant par des lois particulières; mais il eût manqué à la simplicité, à l'uniformité qu'il se doit à lui-même d'observer. Agir par des lois particulières, c'est

(1) *Entret.* XIII, art. 8.

produire chaque effet comme s'il était seul ; agir par des lois générales, c'est faire dépendre d'une seule cause les effets de même genre.

« Certainement, dit Malebranche, il faut une plus grande étendue d'esprit, pour faire une montre qui, selon les lois des mécaniques, aille toute seule et réglément, soit qu'on la porte sur soi, soit qu'on la tienne suspendue, soit qu'on lui donne tel branle qu'on voudra, que pour en faire une qui ne puisse aller juste, si celui qui l'a faite n'y change à tout moment quelque chose selon les situations où on la met. Car enfin, lorsqu'il y a une grande quantité de rapports à comparer et à combiner entre eux, il faut une plus grande intelligence. Pour prévoir tous les effets qui doivent arriver en conséquence d'une loi générale, il faut une prévoyance infinie; et il n'y a rien à prévoir de tout cela, lorsqu'on change à tout moment de volonté. Donc établir des lois générales, et choisir les plus simples, et en même temps les plus fécondes, est une manière d'agir digne de celui dont la sagesse n'a point de bornes; et au contraire, agir par des volontés particulières, marque une intelligence bornée, et qui ne peut comparer les suites ou les effets des causes les moins fécondes. D'où il suit que Dieu exécute ses desseins par des lois générales (1). »

(1) *Rép. à Arn.*, t. I, p. 48.

et que « s'il y a des défauts dans son ouvrage, c'est qu'il ne peut y avoir de défauts dans sa conduite ; c'est qu'il ne doit pas former ses desseins indépendamment des voies. Il a fait pour la beauté de l'univers et pour le salut des hommes, tout ce qu'il peut faire, non absolument, mais agissant comme il doit agir (1). »

Oui, Dieu agit par des lois générales, qui sont les rapports entre les choses et entre les parties des choses. Mais quoi ! l'homme, pourvu d'une intelligence si courte, et dont le pouvoir sur les corps est si resserré, produira des ouvrages où il n'y a ni plus ni moins que ce qu'il faut ; et Dieu dont l'intelligence est infinie, Dieu, qui est le créateur et le maître absolu des corps et des esprits, ne saurait empêcher tant d'effets ou inutiles ou contraires à sa volonté ! Alors les lois générales l'accuseraient d'ignorance et d'incapacité, comme les lois particulières. Elles seraient faussement réputées générales ; ce seraient des lois mal conçues et mal exécutées, et pires que les lois particulières. Bossuet qualifie celles que propose Malebranche « de vagues plutôt que générales, d'incertaines et hasardeuses plutôt que véritablement fécondes (2). » « Ce système des lois générales, dit

(1) *Entret.* XII, 21.

(2) *Lett. à un disciple de Malebranche*, lettre 139e

Bayle, a quelque chose d'éblouissant; le père Malebranche l'a mis dans le plus beau jour du monde, et il a persuadé à quelques-uns de ses lecteurs qu'un système simple et très-fécond est plus convenable à la sagesse de Dieu, qu'un système plus composé et moins fécond à proportion, mais plus capable de prévenir les irrégularités. M. Bayle a été de ceux qui crurent que le père Malebranche donnait par là un merveilleux dénouement; mais il est presque impossible de s'en payer, après avoir lu les livres de M. Arnauld contre ce système, et après avoir bien considéré l'idée vaste et immense de l'être souverainement parfait. Cette idée nous apprend qu'il n'est rien de plus aisé à Dieu que de suivre un plan simple, fécond, régulier et commode en même temps à toutes les créatures. Une intelligence bornée se pourra piquer de faire paraître son habileté plus que son amour pour le bien public. Un prince qui fait bâtir une ville, pourra, par un faux goût de grandeur, aimer mieux qu'elle ait des airs de magnificence et un caractère hardi et singulier d'architecture, quoique d'ailleurs elle soit très-incommode aux habitants, que si, avec moins de magnificence, elle leur faisait trouver toutes sortes de commodités. Mais si ce prince a une véritable grandeur d'âme, c'est-à-dire une très-forte disposition à rendre ses sujets heureux, il préférera l'architecture commode,

mais moins magnifique, à l'architecture plus magnifique, mais moins commode. Quelque habiles et quelque bien intentionnés que puissent être nos législateurs, ils ne peuvent jamais inventer des règlements qui soient commodes à tous les particuliers. Ainsi la limitation de leurs lumières les force à s'attacher à des lois qui, tout bien compté, sont plus utiles que dommageables. Rien de tout cela ne peut convenir à Dieu, qui est aussi infini en puissance et en intelligence, qu'en bonté et qu'en véritable grandeur (1). » *Les défauts de l'ouvrage, loin de montrer qu'il ne peut y avoir de défauts dans la conduite,* seraient l'éclatante preuve du contraire. Or, comme effectivement il ne peut y en avoir dans la conduite, Malebranche se trompe et n'explique rien. Qu'est-ce, d'ailleurs, que cette perfection de l'ouvrier, qui repousse la perfection de l'ouvrage et ne se manifeste que par l'imperfection? On conçoit que Dieu, voulant donner aux êtres qu'il crée tel degré de perfection, choisisse entre plusieurs moyens, celui qui est le plus simple; mais comprend-on qu'il se soucie moins de son ouvrage que des voies? N'est-ce pas l'assimiler aux faiseurs de tours de force, qui se proposent, non de faire beaucoup, mais de faire avec peu? Au lieu d'agrandir sa sagesse, c'est la rape-

(1) *Rép. aux quest. d'un prov.*, ch. CLV, p. 825.

tisser, c'est la puériliser, et en même temps attaquer sa bonté, en lui faisant immoler les créatures à la réalisation d'une perfection imaginaire.

« Ce qui rend l'univers admirable dans tous ses actes, poursuit Malebranche, n'est pas tant la perfection qu'il renferme, que la simplicité des voies qui l'ont produit et qui le conservent. Si l'Église future était plus ample et l'enfer moins rempli de réprouvés; si les élus étaient encore plus saints et les démons moins méchants; si toutes les créatures louaient le Seigneur, au lieu que le plus grand nombre blasphème son saint nom : n'est-il pas évident que l'univers serait plus parfait qu'il n'est? Les démons et les damnés le rendent donc imparfait. Et quoique Dieu corrige ce désordre dans les créatures, c'est toujours un désordre dans l'univers, que le plus grand nombre des hommes maudisse son Créateur. *Mais Dieu ne se met point en peine* qu'il y ait des désordes dans l'enfer, pourvu qu'il n'y en ait point dans la céleste Jérusalem. *Il veut bien qu'on trouve des défauts* dans son ouvrage, mais il ne veut pas qu'on en trouve dans sa conduite et dans ses desseins. Les damnés sont dans le désordre; mais la conduite de Dieu sur eux est parfaitement conforme à l'ordre (1). » Sylla, dans Montesquieu, ne parle pas autrement.

(1) *Rép. à Arn.*, t. III, p. 276.

Il ne se trouve à sa place que dans l'ordre ancien, qui a été renversé, et il le rétablit par la spoliation et par des flots de sang romain, *sans s'inquiéter* s'il est le bon ou le mauvais génie de la république. Veut-on savoir la raison immédiate pour laquelle Dieu a permis la chute primitive? « L'infinité, répond Malebranche, est certainement l'attribut essentiel de la divinité. L'infinité est donc l'attribut que Dieu doit prononcer le plus distinctement, ou exprimer le plus vivement dans le plus grand de ses desseins. Mais le premier homme, cette excellente créature, n'était rien en tant que comparé à Dieu; car tout ce qui est fini, en tant que comparé à l'infini, s'anéantit, puisque le rapport du fini à l'infini est nul. Dieu ne peut donc pas mettre sa complaisance dans le culte d'une pure créature, sans démentir son infinité, sans exprimer par là ce faux jugement qu'il y a quelque rapport de sa créature à lui. Ainsi *Dieu doit demeurer immobile* lorsqu'il voit que son ouvrage va périr par la faute du premier homme, à qui il avait donné les secours suffisants pour vaincre la tentation. Car *par son immobilité* il soutient majestueusement sa dignité, il exprime son infinité, sa divinité; il dit qu'il est Dieu (1). »

Cependant le Dieu de Malebranche veut que tous

(1) *Ibid.*, t. IV, p. 293.

les hommes soient sauvés (1); s'ils ne le sont point, c'est d'abord qu'il n'agit que par des lois générales, déterminées par des causes occasionnelles, et ensuite que la cause occasionnelle de la grâce, c'est-à-dire Jésus-Christ, en tant qu'homme, ne songe point à tous (2). Voilà un beau dénouement du mystère de la prédestination! Mais non, il ne peut vouloir les tous sauver; l'ordre le lui défend.

Écoutons sur cette contradiction Bossuet et Fénelon : « Il est étonnant que l'auteur ait joint dans son système les deux extrémités les plus odieuses; d'un côté, pour éviter les volontés particulières, il semble dire que Dieu veut indifféremment le salut de tous; qu'il n'a par lui-même que des volontés générales, dans lesquelles aucune prédestination particulière ne peut se trouver; qu'ainsi tout choix, toute préférence, toute prédétermination des unes plutôt que les autres, a sa source dans la volonté humaine de Jésus-Christ, et par conséquent Dieu n'a eu par lui-même aucune bonne volonté pour l'âme de saint Paul, plus que pour celle de Judas... D'un autre côté, l'ordre a réglé le nombre des élus, et par conséquent Dieu n'a pu en aucun sens vouloir sauver un plus grand nombre d'hommes que ceux qui sont sauvés; car il ne peut en aucun sens vouloir ce que sa sagesse, son

(1) *Traité de la Nature et de la Grâce*, disc. I, art. 42.

(2) *Ibid.*, disc. II, art 16 et addit. à l'art. 17. — Médit. XII, 28.

ordre immuable, et son essence infiniment parfaite, ne permettent pas... Voici ce que l'auteur fait dire à Jésus-Christ : *J'agis ainsi sans cesse pour faire entrer dans l'Église le plus d'hommes que je puis, agissant néanmoins toujours avec ordre, et ne voulant pas rendre mon temple difforme, à force de le rendre grand et ample* (1). Ces paroles sont sans doute claires et décisives pour marquer que l'ordre restreint Jésus-Christ dans certaines bornes précises pour la sanctification des hommes. Mais celles-ci sont encore plus évidentes : *Ma charité*, dit Jésus-Christ dans les *Méditations* de l'auteur (2), est si *grande qu'elle s'étend à tous les hommes, et que si l'ordre me le permettait, tous seraient sauvés*. Il dit encore plus bas, sur les miracles qui se feront dans les pays où l'Évangile sera nouvellement prêché : *Ces miracles me fourniront plus de matériaux que je n'en ai besoin* (3).

« Au reste, si l'auteur parle ainsi, ce n'est point sa faute, c'est celle de la cause qu'il soutient. S'il avait dit que Dieu, indifférent pour le nombre des élus, l'avait laissé déterminer à Jésus-Christ, l'édifice de la Jérusalem céleste ne serait plus l'ouvrage de la sagesse éternelle, mais de la volonté humaine du Sauveur. Cette volonté humaine aurait

(1) Médit. XIV, 15.
(2) XII, 27.
(3) *Ibid.*, n° 28.

décidé de toute la perfection de l'ouvrage de Dieu, sans être assujettie à consulter l'ordre. Rien ne serait plus monstrueux que de voir l'ordre, pour parvenir à sa fin, qui est la plus grande perfection de l'ouvrage, établir une cause occasionnelle, qui, sans consulter l'ordre, se déterminerait librement pour borner l'ouvrage au degré de perfection qu'il lui plairait. Mais, outre cet embarras pour la philosophie, l'auteur craignait encore de soulever tous les théologiens contre lui; il voyait bien qu'on serait scandalisé d'entendre dire que Dieu a été indifférent pour le nombre des élus, et que c'est Jésus-Christ, comme homme, qui l'a déterminé... Pour éviter cet inconvénient, il a dit que Dieu et Jésus-Christ voulaient tous deux le salut de tous les hommes, mais que l'ordre ne le permettait pas... Si l'ordre ne permettait pas le salut de tous les hommes, l'ordre étant la sagesse éternelle, que Dieu, comme dit l'auteur, *aime d'un amour essentiel et nécessaire*, Dieu ne pouvait vouloir en aucun sens le salut de tous les hommes. Dieu ne peut jamais vouloir, en quelque sens qu'on le prenne, ce qu'il ne pourrait faire sans cesser d'être simple dans ses voies, sans cesser d'être sage, sans cesser d'être infiniment parfait, sans cesser d'être Dieu. L'ordre et l'essence divine sont la même chose; la volonté de Dieu est son essence même : si donc l'ordre rejette le salut de tous, la volonté de Dieu,

bien loin de désirer le salut de tous, le rejette invinciblement... Il est incompatible avec l'essence divine, et cette essence, qui est l'infinie bonté, ne saurait souffrir plus d'élus qu'il n'y en a; un seul au delà du nombre marqué eût détruit cette essence en violant l'ordre.

« L'auteur réunit par là dans sa doctrine les deux plus affreuses conséquences des deux opinions extrêmes. D'un côté, il ôte la consolation de penser que Dieu aime particulièrement certains hommes, et il le représente entièrement *indifférent* en lui-même pour le choix de ceux qui régneront avec Jésus-Christ. De l'autre, il représente la volonté divine essentiellement déterminée à restreindre dans certaines bornes le nombre des élus. En cela, il prend le contre-pied de la foi catholique, qui enseigne que Dieu a véritablement, et une volonté générale pour le salut de tous les hommes sans exception, et des volontés particulières de préférence, pour la distribution des grâces, en faveur de certains hommes qu'il veut attirer à Jésus-Christ, son Fils (1). »

N'oublions pas que Malebranche se propose ici de faire taire « certains théologiens ou philosophes outrés, qui prétendent que Dieu n'a pas une volonté sincère de sauver tous les hommes (2). » Ces théo-

(1) *Réfut. de Malebr.*, ch. XXXI.
(2) *Rép. à Arn.*, t. I, p. 44.

logiens, ces philosophes sont Arnauld et les jansénistes. Nous regrettons que notre plan ne nous permette pas d'amener ici, sous les regards des lecteurs, cette fameuse discussion sur la prédestination et sur la grâce, qui eut un si prodigieux retentissement au dix-septième siècle, mais dont le nom seul fait aujourd'hui sourire de pitié, quoiqu'elle soit suspendue aux plus hauts principes de la métaphysique, et qu'elle déploie les plus vastes et les plus intéressants rapports qui existent entre les esprits.

Il est clair que l'ordre qui défend à Dieu de sauver tous les hommes, doit lui interdire aussi d'empêcher les autres maux, tels que les intempéries, les pestes, les famines, le triomphe du vice, l'opprobre de la vertu, puisqu'ils résultent également des lois générales que l'ordre lui prescrit de suivre.

Malebranche admet, dans quelques cas rares, des lois particulières pour suppléer l'insuffisance des lois générales. « Cependant, dit-il, Dieu agit quelquefois par des volontés particulières ; mais il ne le fait, et ne trouble jamais l'uniformité de sa conduite, que lorsque l'ordre immuable de ses attributs le demande ainsi, c'est-à-dire que lorsque ce qu'il doit à quelques-uns de ses attributs, comme par exemple à sa justice, à sa fidélité dans ses promesses, est de plus grande considération que ce

qu'il doit à ceux qui expriment la providence générale (1). » Fort bien, mais si l'ordre immuable non-seulement permet, mais demande des volontés ou lois particulières pour que Dieu mette en accord ses attributs qui n'expriment point la providence générale, c'est-à-dire tous ses attributs, hormis sa sagesse et sa puissance, nous ne devons plus voir entièrement dans les lois générales, la cause des désordres. Si Dieu peut agir par des volontés particulières pour satisfaire à sa bonté, comment dire que l'ordre ne lui permet point de se soucier qu'il y ait des désordres dans l'enfer? Peut-être en est-il de ces lois particulières comme de la liberté, que Malebranche défend tout en l'anéantissant. « Quoique Dieu, continue-t-il, agisse rarement par des volontés particulières, il pourvoit suffisamment aux besoins de ses créatures en général, mais exactement aux besoins des particuliers qui l'invoquent et le servent comme ils doivent; et cela par les causes secondes qu'il a établies, après avoir et prévu et voulu les secours qu'elles nous donneraient, en conséquence de leur puissance, telle qu'elle puisse être (2). » Quoi! ces lois y pourvoient suffisamment, lorsque, pour ne parler que du plus grand des maux, la majorité des hommes se perd éternellement! Quant

(1) *Ibid.*, t. IV, p. 268.
(2) *Ibid.*

à ceux qui l'invoquent, l'invocation ne doit-elle pas être principalement inspirée de Dieu?

Mais enfin, que Dieu agisse seulement par des lois générales; Malebranche est conduit aux plus révoltantes conséquences. Que Dieu agisse aussi par des volontés particulières; Malebranche ne donne point la raison première du mal, elle reste cachée dans les profondeurs des conseils divins.

Il est presque superflu d'observer qu'avec sa cause efficiente, unique, il annule le christianisme dans sa partie surnaturelle. Les créatures n'ayant aucune force propre, Dieu faisant tout en elles, il n'y a plus de pouvoir naturel, ou, pour mieux dire, il n'y a qu'une sorte de pouvoir, qu'il est loisible à chacun d'appeler naturel ou surnaturel. C'est sur ce principe que de nos jours l'école théocratique, ou soi-disant catholique, a bâti son système, avec la seule différence que Dieu, au lieu d'opérer intérieurement et directement dans les âmes, opère extérieurement par le moyen du sacerdoce, et du gouvernement, émanation du sacerdoce, qui sont les causes occasionnelles. *La Législation primitive* et *l'Essai sur l'indifférence*, et même l'ouvrage du *Pape*, ne sont qu'un système de déisme. Cependant ils sont reçus comme des oracles par le clergé! ô Eglise gallicane! dans quel aveuglement tu es descendue!

Leibnitz ne subordonne point l'ouvrage aux voies

comme Malebranche; il soutient que, tout considéré, Dieu a produit le plus de perfection possible (1). Cette perfection entraîne les désordres du monde; un monde où il ne se trouverait pas, serait moins parfait. Il écarte ainsi les difficultés terribles que Malebranche se crée par la distinction des voies et de l'ouvrage. Néanmoins c'est dire, comme lui, que Dieu ne pouvait mieux faire; seulement c'est professer un optimisme plus achevé. Or, il n'y a point de monde qui soit le plus parfait, et on peut nier que celui qui serait exempt des défauts que laisse voir le monde existant, lui fût inférieur.

Tels sont les succès des explicateurs de la constitution primitive, essentielle des choses, et de la conduite de la Providence dans le gouvernement de l'univers. Ce n'est pas que Leibnitz et Malebranche ne reconnaissent souvent eux-mêmes, qu'il nous est impossible de pénétrer pleinement ces secrets; mais ils agissent comme s'ils ne les trouvaient point impénétrables.

Tandis que Descartes croit pouvoir expliquer le monde physique, Spinosa, Malebranche, Leibnitz, expliquer aussi le monde moral, Locke croit ne pouvoir rien expliquer. «Nos sens, dit-il, étant frappés par certains objets extérieurs, font entrer dans notre âme plusieurs perceptions distinctes des cho-

(1) *Théod.*, art. 208.

ses, selon les diverses manières dont ces objets agissent sur nos sens. C'est ainsi que nous acquérons les idées que nous avons du *blanc*, du *jaune*, du *chaud*, du *froid*, du *dur*, du *mou*, du *doux*, de l'*amer*, et de tout ce que nous appelons qualités sensibles. Telle est la première source de nos idées. La seconde, c'est la perception des opérations de notre âme sur les idées qu'elle a reçues par les sens, opérations qui, devenant l'objet des réflexions de l'âme, produisent dans l'entendement une autre espèce d'idées, que les objets extérieurs n'auraient pu lui fournir; telles sont les idées de ce qu'on appelle *apercevoir*, *penser*, *douter*, *croire*, *raisonner*, *connaître*, *vouloir*, et toutes les différentes actions de notre âme... Nous ne paraissons avoir absolument aucune idée qui ne nous vienne de ces deux sources (1). »

Ainsi, d'après Locke, dans les idées que l'âme trouve en soi, comme dans celles qu'elle reçoit du dehors, il ne s'agit que du pur fait, ou, selon le langage du jour, que du phénomène, c'est-à-dire, de l'extérieur des choses. C'est pourquoi il le nomme *expérience* (2), et assure que « c'est là le fondement de toutes nos connaissances. » D'où l'on voit que si Descartes, Spinosa, Malebranche,

(1) *Essai sur l'entendement*, liv. II, ch. 1, art. 3, 4, 5.
(2) Art. 2.

Leibnitz, sortent des idées générales qui sont en nous, pour se mettre dans celles qui sont en Dieu, il en sort, lui, pour se mettre dans la sensation; car qu'importe qu'à ses yeux, apercevoir, penser, douter, croire, et les autres opérations de l'âme, ne soient point physiques? Du moment qu'il ne leur assigne d'objet immédiat que les êtres physiques, elles ne sont connues que parce qu'elles tombent sous l'imagination, qui est une suite de la sensation.

Mais que dis-je, connues? est-ce que ce mot présente ici un sens? la connaissance vient-elle donc du phénomène? ne consiste-t-elle plus à le franchir et aller par derrière, chercher la raison de ce qu'il est? Or, on ne le peut avec les images, et on ne le fait qu'avec les idées. Ne vouloir rien expliquer, se tenir aux apparences, c'est renoncer à connaître. Locke avoue sans hésiter que nous n'avons aucune notion de la substance, qu'elle nous est totalement inconnue (1), que c'est par inadvertance que nous arrivons à employer ce terme vide de sens.

« L'esprit étant fourni, comme je l'ai déjà remarqué, d'un grand nombre d'idées simples qui lui sont toutes venues par les sens, selon les diverses impressions qu'ils ont reçues des objets ex-

(1) *Essai*, liv. II, ch. XXIII, art. 2 et 16.

térieurs, ou par la réflexion qu'il fait sur ses propres opérations, remarque, outre cela, qu'un certain nombre de ces idées simples vont constamment ensemble, qui, étant regardées comme appartenantes à une seule chose, sont désignées par un seul nom, lorsqu'elles sont ainsi réunies dans un seul sujet, par la raison que le langage est accommodé aux communes conceptions, et que son principal usage est de marquer promptement ce qu'on a dans l'esprit. De là vient que, quoique ce soit véritablement un amas de plusieurs idées jointes ensemble, dans la suite nous sommes portés, par *inadvertance*, à en parler comme d'une seule idée simple, et à les considérer comme n'étant effectivement qu'une seule idée; parce que, comme je l'ai déjà dit, ne pouvant imaginer comment ces idées simples peuvent subsister par elles-mêmes, nous nous accoutumons à supposer quelque chose qui les soutienne, où elles subsistent et d'où elles résultent, à qui, pour cet effet, on a donné le nom de substance (1). »

En ajoutant que nous ignorons ce qu'est la substance, que nous n'en avons, ni ne pouvons en avoir l'idée, par voie de *sensation*, ou par voie de *réflexion* (2), Locke montre avec la dernière évi-

(1) *Ibid.*, art. 1.
(2) *Ibid.*

dence qu'il s'arrête à la superficie ; car s'il pénétrait les opérations de la pensée, ou qu'il rentrât en soi par la réflexion, c'est-à-dire qu'il réfléchît véritablement, il découvrirait sous ces opérations un fond, qui est l'idée de substance. Néanmoins cette idée « est le sujet général des discours des hommes où ils la font entrer comme s'ils la connaissaient effectivement (1). » Il est vrai, l'idée de substance, l'idée d'être paraît dans tous les discours, et sans elle, nulle pensée ne serait possible. Pour continuer d'être conséquent, Locke devrait conclure que les hommes ne savent jamais de quoi ils parlent, que tout leur est aussi inconnu que la substance. Au contraire, il soutient que nous connaissons certainement notre existence, l'existence de Dieu et celle de notre corps.

« Pour ce qui est de notre existence, nous l'apercevons avec tant d'évidence et de certitude, que la chose n'a pas besoin et n'est pas capable d'être démontrée par aucune preuve. *Je pense, je raisonne, je sens du plaisir et de la douleur*; aucune de ces choses peut-elle m'être plus évidente que ma propre existence ? Si je doute de toute autre chose, ce doute même me convainc de ma propre existence, et ne me permet pas d'en douter ; car si je connais que *je sens la douleur*, il est évident que

(1) *Ibid.*

j'ai une perception aussi certaine de ma propre existence que de l'existence de la douleur que je sens, ou si je connais que *je doute*, j'ai une perception aussi certaine de l'existence de la chose qui doute que de cette pensée que j'appelle *doute*. C'est donc l'expérience qui nous convainc *que nous avons une connaissance intuitive de notre propre existence* et une infaillible perception intérieure que nous sommes quelque chose. Dans chaque acte de sensation, de raisonnement ou de pensée, nous sommes intérieurement convaincus en nous-mêmes de notre propre être, et nous parvenons sur cela au plus haut degré de certitude qu'on puisse imaginer (1). » Oui, chez Descartes, à qui Locke emprunte cette preuve. Mais pourquoi, s'il lui plaît? Parce que Descartes se saisit dans l'idée générale de substance, idée qui, par son existence créée, fait le fond de notre être pensant. De là vient qu'il ne se lasse point de répéter que notre esprit nous est clairement et distinctement connu, tandis que, suivant Locke, il ne l'est pas du tout (2). Il n'est pour lui que la collection des phénomènes d'apercevoir, de juger, de raisonner, et autres semblables opérations; et si nous en faisons une chose unique, c'est sans doute également par *inadvertance*. Otez l'idée générale de l'être, et supposez,

(1) Liv. IV, ch. IX, art. 3.

(2) *Essai*, liv. II, ch. XXIII, art. 30.

ce qui est impossible, qu'on aperçoive, qu'on juge, qu'on raisonne, que s'ensuivra-t-il, sinon qu'on aperçoit, qu'on juge, qu'on raisonne, car il est toujours certain qu'on fait ce qu'on fait? Le phénomène prouvera le phénomène, et là finira toute la science. On n'aura aucun droit d'en conclure la réalité d'une substance cachée dessous, et éternellement insaisissable à la pensée privée de l'idée correspondante.

M. de Biran, qui peut-être ne nie pas cette idée, mais qui la néglige, ainsi que les autres idées générales, ne voyant point dans la pensée, dit M. Cousin (1), « la raison sans laquelle précisément il serait impossible d'y rien voir, » M. de Biran récuse la vérité du *je pense, donc je suis* de Descartes.

« Le principe de Descartes, énoncé par l'enthymène, je pense, donc je suis, un et identique dans la forme, exprime au fond une vraie dualité. Il comprend en effet deux termes ou éléments de nature hétérogène : l'un psychologique, le *moi* actuel de la conscience; l'autre entologique, le moi *absolu*, l'âme ou substance pensante. Mais si, au lieu de l'identité logique supposée entre les deux termes, la réflexion découvre une différence aussi essentielle que celle qui sépare le sujet de l'objet ou le *moi* d'une chose, que devient l'évidence de la con-

(1) *OEuv. de Biran*, préf., p. 32.

clusion? Quel est le lien qui l'unit au principe (1)? Descartes tranche la question avant de l'avoir posée. » Descartes n'avait point là de question à poser. Le *moi actuel* de la conscience, c'est-à-dire chaque opération de la pensée, emporte le moi *absolu*, ou l'âme, substance pensante. Je ne saurais me dire moi dans tel ou tel acte mental, qu'autant que je puis me dire moi indépendamment de tout acte, par l'idée générale de l'être. Elle passe dans les moi successifs, auxquels elle donne naissance, et les enchaîne au moi permanent. Abolissez donc cette idée, ou seulement écartez-la, plus de lien entre le moi actuel et le moi absolu, entre les opérations de l'âme et l'âme considérée comme substance, ou ayant une existence immanente.

Locke s'abuse de la même manière sur l'existence de Dieu, sur celle des corps, et en général sur tout ce qu'il suppose qu'on peut connaître, et par son principe, il est entraîné au doute universel. Hume en est la preuve, plus encore peut-être Kant, qui veut combattre Hume avec les idées générales, et qui, faute de les reconnaître dans leur réalité nécessaire, demeure, comme Locke, impuissant à l'élever au-dessus des phénomènes, et se plonge, comme Hume, dans le scepticisme. Voilà où aboutit la prétention de n'expliquer rien. Elle

(1) *OEuv. de Biran*, t. I, p. 313.

nie la science, parce qu'elle annule notre raison; comme la prétention de tout expliquer suppose que notre raison est celle de Dieu, et que pour nous, la science est infinie.

Les idées générales qui constituent la raison humaine, enferment chacune un infini relatif, lequel appelle l'infini absolu, enfermé dans les idées générales qui constituent la raison divine. Pénétrez-vous de la réalité des idées générales qui sont en nous, et si vous n'y prenez garde, vous serez attiré dans celles qui sont en Dieu, et dans les abîmes de sa sagesse. Ne sentez point cette réalité, ou ne la sentez que faiblement, atténuez nos idées, réduisez-les à des abstractions, et vous serez entraîné loin de l'intelligence effective, dans l'imagination et les sens; vous croirez qu'il est de votre nature de ne pouvoir comprendre ni Dieu, ni l'univers, ni vous-mêmes, et que vous devez vous fixer aux apparences, ne vous étant point donné de les percer. Le vrai partage de l'esprit humain est de se tenir ferme à soi-même et à Dieu, d'approfondir les choses en s'arrêtant devant les secrets divins, de s'élever sans être ébloui, enfin de ne se perdre ni en Dieu ni dans les sens.

Descartes se divise entre ces deux tendances, lançant sur l'une Spinosa, Malebranche, Leibnitz, jetant sur l'autre Locke, Régis, Arnauld. Celle-ci, aux époques de décadence philosophique, est ré-

putée le parti des sages, et c'est pour la magnifier que depuis plus d'un siècle on se prosterne aux pieds de Locke et de Bacon. En effet, ne vouloir rien expliquer, s'attacher purement aux faits, semble, à la première vue, le préservatif de l'erreur. Mais examinez, aussitôt vous y apercevrez, de toutes les erreurs la plus fondamentale, puisqu'elle détruit la raison humaine, qui n'est raison que parce qu'elle traverse les simples impressions et va au delà chercher l'invisible vérité. Si prétendre tout expliquer la détruit d'une autre manière, la faisant ce qu'elle n'est pas, illimitée, toute-puissante; si cette prétention a enfanté l'optimisme et tant d'autres écarts, c'est elle aussi qui a toujours été le principe des découvertes, et à qui l'esprit humain doit sa gloire. Mais elle ne réussit qu'au génie, dont elle est l'ordinaire ambition.

CHAPITRE III.

Lois générales. — Méthodes générales.

—

Copernic avait remis au jour et démontré l'opinion pythagoricienne que les planètes se meuvent autour du soleil (1); Képler avait trouvé qu'elles décrivent des ellipses, que les aires formées par les rayons vecteurs, sont proportionnelles aux temps qu'ils emploient à les tracer, et les carrés des temps périodiques aux cubes des grands axes; il avait attribué le mouvement des planètes à l'attraction du soleil, le mouvement de la lune à l'attraction de la terre; et Boulliaud avait montré que l'attraction agit en raison inverse du carré des distances :

(1) Il paraît que les Égyptiens faisaient tourner Mercure et Vénus autour du soleil, et le soleil, avec les autres planètes, autour de la terre. Voir les autorités rapportées par Lalande, *Astron.*, t. I, p. 508.

il semble donc que le système astronomique du monde était entièrement connu et que Newton ait pu écrire son livre des *Principes*. Le croire cependant serait une illusion. Il manquait l'idée de décomposer le mouvement des corps célestes et de le considérer comme résultant de deux mouvements, l'un dirigé suivant le rayon vecteur et produit par l'attraction, l'autre suivant la tangente, et ayant pour cause une impulsion; il manquait de plus la théorie mathématique de ce mouvement, qui est celle des forces centrales; il manquait enfin l'idée que les principes de la mécanique exigent que la disposition des astres soit comme l'enseigne Copernic. Or, qui songeait à ces deux idées et à cette théorie?

A l'occasion du troisième mouvement que Copernic suppose à la terre, pour que, dans le mouvement annuel, son axe reste parallèle à lui-même, Bailly remarque « qu'il considérait la translation de la terre autour du soleil, comme si notre planète avait été attachée à un rayon, à une verge de fer, qui eût tourné sur le soleil comme sur son centre. Il est clair qu'elle lui aurait toujours présenté la même face, et elle ne pouvait lui présenter tous ses points dans une année que par un mouvement particulier de rotation. Copernic était conséquent; il lui manquait les connaissances qui n'étaient pas encore acquises. Galilée et Descartes

n'avaient pas approfondi la nature du mouvement; on ignorait comment il se compose dans les corps. Copernic ne savait pas que le mouvement ne s'exécute jamais qu'en ligne droite, que celui qui a lieu dans une courbe, est le résultat de plusieurs mouvements ; il croyait, comme Aristote, que le mouvement circulaire était tel par sa nature (1). »

Quoique Képler rejette le troisième mouvement, et voie dans le parallélisme de l'axe, l'effet de la rotation, il ne laisse pas de croire que les planètes sont portées autour du soleil comme des fardeaux. « Le soleil, dit-il, tout en restant à la même place, tourne cependant comme en rond ; il lance dans toutes les directions des émanations de lui-même analogues à celles de la lumière. Ces émanations participent au mouvement de rotation du soleil, tourbillonnent avec rapidité et remplissent toute l'étendue de l'univers, emportant avec elles, dans un mouvement circulaire, les masses des planètes, par une action plus énergique ou plus faible, suivant qu'elles-mêmes sont plus denses ou plus rares, suivant la loi de l'émission (1). » « Il conçoit donc,

(1) *Hist. de l'Astron. moderne*, t. I, p. 354.

(2) « Sol manens quidem loco suo rotatur tamen ceu in torno; emittit vero ex sese, in mundi amplitudinem, speciem immateriatam corporis sui analogam speciei immateriatæ lucis suæ; quæ species ad rotationem corporis solaris, rotatur ipsa quoque instar rapidissimi vorticis, per totam mundi amplitudinem, transfertque una secum in gyrum corpora planetarum, intenso vel remisso raptu, prout densior, vel rarior, ipsa effluxus

observe encore Bailly, que le soleil doit tourner lui-même. L'influence qu'il répand dans l'univers conserve cette gyration, et la communique aux planètes. Les émanations de cette vertu sont considérées comme des rayons, comme des leviers infiniment étendus, mais toujours attachés à leur centre, autour duquel ils font leur révolution, en poussant devant eux les corps qu'ils rencontrent. Fracastor avait montré que le mouvement suivant une direction pouvait se décomposer en deux autres. Tartalea avait enseigné que dans le jet des bombes il peut naître un mouvement plié en courbe, des forces combinées de la poudre et de la pesanteur, qui agissent en ligne droite. La faculté de ces rapprochements manque tout à fait à Képler (1). » Plus tard, 1645, alors que les ouvrages de Galilée étaient publiés depuis plusieurs années et ses découvertes répandues, de semblables rapprochements échappent à Boulliaud. Reculant jusqu'à Aristote, il veut que le soleil et les planètes soient mus par leurs propres formes, indépendamment les unes des autres (2). Il nie

lege fuerit. » *De Stella Martis*, introd., pag. penultima. Passages analogues, p. 173, 174, 183.

(1) *Hist. de l'Astron. moderne*, t. II, p. 60.

(2) « Dico solem a propria sua forma circa proprium axem moveri, qua ignitus et lucidus est, cæteris vero planetis nullam motus speciem imprimere, qua illos vehat, ipsos vero singulos a singulis formis quibus præditi sunt, circumduci. » *Astronomia philolaica*, liv. I, ch. XII, p. 23.

même l'attraction, et s'il soutient qu'elle doit agir en raison inverse du carré de la distance, c'est pour établir contre Képler qu'elle n'existe pas. Celui-ci affirmait qu'elle agit en raison inverse de la distance simple; il montre qu'elle ne le peut, et il en conclut qu'elle est inadmissible. Ces rapprochements échappent aussi à Roberval, 1644 et 1647, dans son *Aristarque de Samos*, où règne un mélange d'attraction et de tourbillon.

En 1666 seulement, on trouve chez Borelli la décomposition du mouvement appliquée à celui des astres (1). Dans le XIIe chapitre de sa *Théorie*, il tâche d'expliquer, par la combinaison de la force centrifuge et de la force centripète, la marche des planètes et la variation de leur vitesse entre le périhélie et l'aphélie. Il dit que si le Créateur avait voulu qu'elles décrivissent des orbes circulaires, il aurait suffi qu'il les eût placées à l'endroit où ces deux forces s'équilibrent (2). Leur mouvement elliptique prouve qu'elles ont été mises où la force centrifuge est à son plus bas degré; car la vitesse se trouvant au minimum, la force centripète contraint la planète de se rapprocher, *ob excessum prementis virtutis supra repellentem*. Voilà un progrès, quoiqu'il y ait une erreur. Dans le premier cas, il fau-

(1) *Theoricæ mediceorum planetarum ex causis physicis deductæ.*

(2) «Supponamus modo, vim appropinquandi soli æqualem esse virtuti, qua sole removetur.» P. 77.

drait que la vitesse fût perpendiculaire au rayon et égale à celle que la planète acquérait par la pesanteur, en tombant du haut de la moitié de ce rayon; dans le second, qu'elle fût moindre, ou, si elle était égale, que sa direction fût oblique. Borelli emploie les premiers chapitres à déterminer les circonstances du mouvement curviligne par les oscillations du pendule, que Huyghens avait appliqué aux horloges. On y voit une tentative de calculer les forces centrales, qui peut-être a inspiré les théorèmes de celui-ci. Il est vrai que Borelli se trompe encore, croyant que les simples vitesses des planètes sont réciproques aux distances du centre (1), tandis que ce sont les carrés. On sent ici Descartes, dont les principes de la philosophie ont paru en 1644.

Deux ans après l'ouvrage de Borelli, 1668, Hevelius (2) applique cette décomposition à la trajectoire des comètes, qu'il suppose parabolique. Ses considérations ne valent pas celles de Borelli. En 1674, Hooke (3) annonce « un système du monde qui diffère à beaucoup d'égards de tous ceux qui sont jusqu'à présent connus, et qui est en tout point conforme aux lois de la mécanique. Il est fondé sur trois

(1) « Moveri diversis celeritatibus reciproce proportionalibus centri distantiis. » P. 56.

(2) *Cometographia*, p. 661 et suiv.

(3) *Essai pour prouver le mouvement de la terre par des observations.*

suppositions. La première, c'est que tous les corps célestes, sans exception, exercent un pouvoir d'attraction ou de pesanteur dirigé vers leur centre, en vertu duquel non-seulement ils retiennent leurs propres parties et les empêchent de s'échapper dans l'espace, comme nous voyons que le fait la terre, mais encore ils attirent aussi tous les autres corps célestes qui se trouvent dans la sphère de leur activité. D'où il suit, par exemple, que non-seulement le soleil et la lune agissent sur la marche et le mouvement de la terre, comme la terre agit sur eux ; mais que Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne ont aussi, par leur pouvoir attractif, une influence considérable sur le mouvement de la terre, de même que la terre en a une puissante sur les mouvements de ces corps. La seconde supposition est que tous les corps, une fois mis en mouvement uniforme et rectiligne, persistent à se mouvoir ainsi indéfiniment en ligne droite, jusqu'à ce que d'autres forces viennent plier et fléchir leur route suivant un cercle, une ellipse, ou quelque autre courbe plus composée. La troisième supposition est que les pouvoirs attractifs s'exercent avec plus d'énergie, à mesure que les corps sur lesquels ils agissent, s'approchent du centre dont ils émanent. Maintenant quels sont les degrés successifs de cet accroissement pour les diverses distances? c'est ce que je n'ai pas encore déterminé par expérience. Mais

c'est une idée qui, étant suivie comme elle mérite de l'être, ne peut manquer d'être fort utile aux astronomes pour réduire tous les mouvements célestes à une règle certaine ; ce qui, je crois, ne pourra jamais s'obtenir autrement. Ceux qui connaissent la théorie des oscillations du pendule et du mouvement circulaire, comprendront aisément sur quels fondements repose le principe général que j'énonce, et ils sauront trouver dans la nature le moyen d'en établir le véritable caractère physique. Je ne veux ici que l'indiquer à ceux qui auront le temps et la faculté de suivre plus loin cette recherche, et qui réuniront la science du calcul au talent de l'observation ; souhaitant ardemment que ce principe soit développé, et ayant moi-même en main d'autres recherches que je désire terminer d'abord, ce qui m'empêche de m'en occuper pour le moment. Mais j'ose promettre à celui qui réussira dans cette entreprise, qu'il trouvera dans ce principe la cause déterminante des plus grands mouvements que l'univers nous offre, et que son développement complet sera la véritable perfection de l'astronomie (1). »

Une de ces expériences consistait « à suspendre au plafond de la salle où la Société royale de Londres tenait ses séances, un pendule formé d'un

(1) *Biog. univ.*, art. Newton, rapporté par M. Biot, t. XXXI, p. 152.

long fil, au bas duquel était attachée une sphère de bois destinée à figurer le corps d'une planète. En écartant ce pendule de la verticale, et lui donnant une impulsion latérale perpendiculaire au plan de l'écart, il se trouvait sollicité par deux forces, dont l'une était cette impulsion même, et l'autre la pesanteur, dont l'effort décomposé perpendiculairement au fil tendait toujours à ramener le corps à la verticale. Or, quand l'impulsion latérale était nulle, la sphère décrivait évidemment une orbite plane, qui était celle de son oscillation libre. Si l'impulsion, sans être nulle, était très-faible, la trajectoire devenait une ellipse très-aplatie, ayant son grand axe situé dans le plan de l'oscillation : avec une énergie d'impulsion plus grande, on obtenait une ellipse de plus en plus ouverte, qui, à un certain degré précis, devenait un cercle exact; et enfin des impulsions plus énergiques donnaient de nouveau des ellipses dont le grand axe était, non plus parallèle, mais perpendiculaire au plan de l'oscillation libre. On voyait donc ainsi toutes ces courbes se former et se succéder les unes aux autres par le seul changement des énergies relatives des deux forces, l'une impulsive, l'autre centrale, dont le mobile était sollicité. Mais il y avait cette différence entre elles et les ellipses planétaires, que la force centrale, produite par la pesanteur décomposée, se trouvait constamment dirigée au centre

de l'ellipse et proportionnelle à la distance du corps à ce centre ; au lieu que, dans les orbites planétaires, la force centrale est constamment dirigée vers un des foyers de l'ellipse, et réciproque au carré de la distance à ce point. Malgré cette distinction capitale, l'expérience de Hooke était importante et utile, comme donnant un exemple sensible de la décomposition du mouvement (1). » Ainsi, l'année où Borelli publiait ses spéculations sur cette décomposition, Hooke faisait ses expériences. Dans cette même année, 1666, Newton tentait de la soumettre au calcul, de démontrer la loi réciproque au carré de la distance que suit l'attraction, et, comme Huyghens, il ébauchait la théorie des forces centrales.

Que Delambre vienne maintenant nous dire que Descartes n'est pour rien dans cette révolution? *Ses erreurs*, selon Bailly, *ont cependant produit une découverte. Il faut pardonner à Descartes, il a aperçu la force centrifuge.* Loin de nous l'idée de troubler un grand homme dans la possession d'une propriété qui serait la sienne, surtout si elle n'était qu'un faible débris d'une grande et brillante fortune ; mais notre plan est de rendre à chacun ce qui lui peut appartenir ; le titre de notre ouvrage

(1) M. Biot, *ibid.*, p. 151. — Il nous a paru plus convenable de reproduire ici ces importantes considérations de Hooke, que de renvoyer au chapitre de la physique céleste, où elles sont déjà citées.

contient cette annonce. Bailly convient qu'Anaxagore composait la voûte céleste de pierres, que la rapidité du mouvement circulaire tenait éloignées du centre, et qui y tomberaient sans ce mouvement. Il aurait pu ajouter ce passage du livre deuxième du Ciel, où Aristote cherche pourquoi la terre est soutenue en l'air et ne tombe pas. « Les « philosophes, dit-il, sont divisés ; les uns, comme « Empédocle, en trouvent la cause dans le mou- « vement circulaire et rapide de tout le ciel, qui « contraint la terre à rester au centre de ce mou- « vement. L'eau qui remplit un vase, y reste sans « qu'il s'en répande une goutte, quand on fait « tourner le vase en rond et avec rapidité, quoique « le vase se trouve renversé dans une partie de sa « révolution. »

« Mais sans ces deux exemples, les anciens ne connaissaient-ils pas la fronde ? n'avaient-ils pas dans leurs armées des corps entiers qui n'avaient point d'autre arme ? Jamais fronde ne s'est-elle rompue ? jamais pierre ne s'est-elle échappée plus tôt que ne le voulait celui qui s'apprêtait à la lancer ? Il est probable que ceux qui se servaient de cette arme n'avaient pas fait une grande attention à la direction que prenait la pierre redevenue libre par un cas fortuit ; ils n'avaient pas vu qu'elle devait suivre la tangente au cercle. Voilà donc tout au plus ce qui pourrait appartenir à Descartes.

Mais Képler avait posé en principe qu'il n'y a de mouvement naturel que le mouvement rectiligne, que cependant toutes les planètes décrivent des courbes; pour les ramener sans cesse de la ligne droite à la courbe, il plaça dans le soleil une vertu attractive. De ces deux idées réunies ne voit-on pas sortir celle de la planète qui s'échapperait par la tangente, si le soleil cessait de l'attirer? Képler n'a pas prononcé le mot de force centrifuge; il n'a porté son attention que sur la force centripète. Avouons pourtant que Képler n'a pas fait expressément cette décomposition du mouvement, puisqu'il a été obligé d'imaginer ses pôles amis et ennemis (1) pour expliquer les variations de distance. Les mathématiciens n'avaient guère approfondi la composition ni la décomposition des forces dont nous trouverons un exemple remarquable dans la *Dioptrique*, ou plutôt dans l'*Optique* de Képler; mais ici que voyons-nous? une figure qui représente un cercle avec une tangente indéfinie, coupée en divers points par trois sécantes. Du reste aucune formule, aucun théorème, aucun raisonnement mathématique; et le simple soupçon que le mouvement sur la sécante doit s'accélérer pour que le corps, en s'écartant de la corde, se trouve toujours sur la tangente. On ne voit rien là

(1) *Epitome astronomiæ Copernicanæ*, p. 582.

qui ait pu être du moindre secours aux géomètres qui se sont occupés de la théorie des forces centrales. Descartes n'aurait tout au plus imaginé que le nom, si tant est qu'il ait le premier employé ce mot de centrifuge, puisque l'idée est dans la voûte d'Anaxagore, et dans ces pierres que le mouvement circulaire *tient éloignées du centre*. Le mouvement circulaire écarte donc du centre, il est donc une force centrifuge (1). »

Delambre n'avait pas besoin de se donner tant de peine pour établir que les anciens se formaient l'idée de la force centrifuge, en considérant la fronde, puisque ailleurs (2) il rapporte lui-même ces paroles de Plutarque : « La rapidité de la révolution de la lune empêche sa chute, comme les corps qu'on agite dans une fronde sont retenus par le mouvement circulaire qu'on leur imprime (3). »

Il est donc contraint d'avouer que les pôles amis et ennemis de Képler, prouvent qu'il n'a point songé à décomposer le mouvement. Mais supprimons ces pôles. De ce que la force centrifuge, ou la décomposition du mouvement se trouverait comprise dans le mouvement curviligne conçu par Képler,

(1) *Hist. de l'Astr. moderne*, t. II, p. 212.

(2) *Ibid.*, t. I, p. 607.

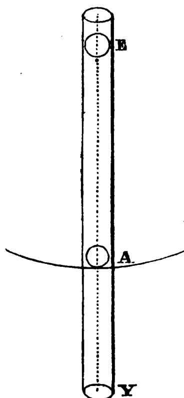
(3) Plut., *De la face qui paraît dans la lune*, trad. de Ricard, t. XIII, p. 32.

s'ensuivrait-il qu'il l'eût découverte? Avec cette façon de raisonner on pourrait tout aussi bien soutenir, qu'il a découvert et démontré le rapport du carré inverse des distances, et prévenu Boulliaud et Newton, puisque ce rapport se trouve contenu, et dans l'ellipticité des orbites, et dans la proportion des carrés des temps aux cubes des grands axès, et que ces lois étant données, il l'est également. Képler aurait été prévenu lui-même par Anaxagore et par l'interlocuteur du dialogue de Plutarque. Alors pourquoi ne pas faire honneur aux anciens de la géométrie analytique et du calcul différentiel? L'une n'est-elle pas implicitement renfermée dans leurs lieux géométriques, et l'autre dans la circonférence, considérée par eux, comme la limite de polygones inscrits ou circonscrits, et par Eutocius comme un polygone d'un nombre infini de côtés? Delambre se réfute lui-même. «Il est bien singulier, dit-il, que Képler, qui a déclaré (1) que le mouvement en ligne droite est le seul possible et le seul naturel, n'ait jamais songé à combiner ce mouvement en ligne droite avec la force *tractoire* qu'il donne au soleil. Au lieu de cette impulsion primitive, au moyen de laquelle la planète avancerait uniformément en ligne droite, il a cherché une âme, une force résidant dans la planète elle-même.

(1) *Stella Martis*, ch. II.

Les choses les plus faciles sont assez souvent celles auxquelles on songe le moins (1). »

Quant à Descartes, il est vrai qu'il n'y a chez lui *qu'une figure qui représente un cercle avec une tangente indéfinie, coupée en divers points par trois sécantes* (2), *sans aucune formule, aucun théorème, aucun raisonnement mathématique.* Cependant il y a plus que *le simple soupçon que le mouvement sur la sécante doit s'accélérer pour que le corps, en s'écartant de la corde, se trouve toujours sur la tangente;* il y a la preuve. « Que la petite boule A soit mise, dit Descartes, dans le tuyau EY, et voyons



ce qui arrivera. Au premier moment qu'on fera mouvoir ce tuyau autour du centre E, cette boule

(1) *Histoire de l'astron. moderne*, t. I, p. 460.

(2) *Principes*, part. II, n. 39; part. III, n, 57, 58, 59 — *Le Monde*, ch. XIII.

n'avancera que *lentement* vers Y; mais elle avancera un peu plus vite au second, à cause qu'outre qu'elle aura *retenu* la force qui lui avait été communiquée *au premier instant*, elle en *acquerra* encore une *nouvelle*, par le *nouvel effort* qu'elle fera pour *s'éloigner* du centre E, parce que cet effort *continue* autant que *dure* le mouvement *circulaire*, et se *renouvelle* presque à *tous moments*. Car nous voyons que, lorsqu'on fait tourner ce tuyau EY assez vite autour du centre E, la petite boule qui est dedans, passe *fort promptement* de A vers Y; nous voyons aussi que la pierre qui est dans une fronde, fait tendre la corde d'autant plus *fort* qu'on la fait tourner plus vite : et parce que *ce qui fait tendre* cette corde n'est autre chose que la *force* dont la pierre fait *effort pour s'éloigner du* centre autour duquel elle est mue, nous pouvons connaître par cette *tension* quelle est la *quantité de cet effort* (1).» On ne voit pas trop quelle meilleure considération naturelle Delambre emploierait pour prouver l'accélération sur la sécante, du mouvement centrifuge. Voilà comment son acharnement aveugle contre Descartes, qu'il traite de visionnaire (2), le rend même infidèle.

Cependant les raisonnements de Delambre pour

(1) *Princ.*, part. III, n. 59.

(2) *Hist. de l'astron. moderne*, disc. prélim., p. 42.

enlever à Descartes l'invention de la force centrifuge, font voir clairement qu'il s'imagine qu'on la lui attribue, précisément d'après l'exemple de la fronde ou du tuyau! Il ne comprend pas que ces exemples, et celui de la fourmi qui les précède, ne sont pour Descartes qu'un moyen d'aider le lecteur à se représenter, dans l'univers qu'il lui construit sous les yeux, cette force en action, c'est-à-dire le mouvement s'y décomposant ainsi par la nature des choses.

L'étendue à trois dimensions est créée; c'est une masse uniforme et immobile. Dieu lui imprime le mouvement en ligne droite, et elle se divise en une infinité de parties, qui tendent à se mouvoir en droite ligne. Mais comme elles remplissent entièrement l'espace, ou plutôt qu'elles sont l'espace même, et qu'elles ne laissent aucun vide entre elles, elles se trouvent mutuellement empêcheés de suivre leur direction rectiligne, et mutuellement contraintes à se mouvoir circulairement. Les parties voisines, et qui sont repoussées du même côté, prennent le même cours. De là naissent d'innombrables tourbillons. D'abord indépendants les uns des autres, mais inégaux à cause de l'inégalité des parties, différentes de figure et de grosseur, les plus grands entraînent successivement les autres, et ainsi se forment les tourbillons des corps célestes. Les parties de l'étendue étant sans cesse

froissées, leurs angles s'émoussent. Les débris forment une poussière qui, bien que plus agitée que les parties dont elle vient, a, par son extrême petitesse, moins de puissance qu'elles, pour aller vers les bords des tourbillons; elle reflue donc au centre, où elle s'accumule et produit les astres lumineux que nous appelons soleil, étoiles. Il est inutile de reproduire ici l'exposition des tourbillons. Par eux s'engendrent et se conservent tous les êtres inorganisés ou organisés. Par conséquent tout dans l'univers résulte à sa manière de la composition ou de la décomposition, comme on voudra, du mouvement circulaire, c'est-à-dire, de la force centrifuge et de la force centripète, qui sont l'âme, l'essence des tourbillons. On peut facilement d'ailleurs s'en assurer, en suivant cette formation dans ses détails. Par exemple, dans celle du fœtus, qu'ébauche Descartes, le tourbillon paraît au premier phénomène.

Quelle inconcevable inadvertance de Bailly! « Descartes, dit-il, vit la force centrifuge naître du mouvement circulaire, sans avoir l'idée de le décomposer et de chercher les forces qui conspirent à le produire. Nous apercevons ici les bornes de l'esprit humain. » Pas du tout : nous n'y apercevons, nous, que les bornes de l'attention de celui qui parle. « Descartes, poursuit-il, dans la pierre lancée par la fronde, dans la pierre qui circule at-

tachée à une corde, a bien reconnu la force centrifuge, qui tend à l'éloigner du centre; mais il n'a point vu la puissance qui la retient, qui balance et détruit cette force centrifuge. On peut dire de même que par ces corpuscules, mus de leur propre mouvement autour d'un centre, il a rappelé dans la physique les mouvements primitivement et naturellement circulaires, ces mouvements adoptés si longtemps par l'antiquité, que Képler avait combattus et détruits (1). »

Où Bailly a-t-il aperçu dans Descartes ces corpuscules mus de *leur propre mouvement* autour d'un centre? La seconde règle fondamentale du mouvement que Descartes pose n'est-elle pas que « chaque partie de la matière, en son particulier, *ne tend jamais* à continuer de se mouvoir suivant des lignes courbes, mais suivant *des lignes droites*, bien que plusieurs de ces parties soient souvent contraintes de se détourner, parce qu'elles en rencontrent d'autres en leur chemin, et que, lorsqu'un corps se meut, il se fait toujours un cercle ou anneau de toute la matière qui est mue ensemble (2). Lorsqu'un corps se meut, encore que son mouvement se fasse le plus souvent en ligne courbe, et qu'il ne s'en puisse jamais faire

(1) *Hist. de l'astron. moderne*, t. II, p. 185.
(2) *Princ.*, part. II, art. 39.

aucun qui ne soit en quelque façon circulaire, ainsi qu'il a été dit ci-dessus, toutefois, chacune de ses parties en particulier *tend toujours* à continuer le sien *en ligne droite* (1). » A cause qu'il n'y a point de vide entre les parties de la matière, quelque ténues qu'elles soient, et qu'elles ne peuvent se remuer, sans être forcées mutuellement de se détourner de leur direction, elles vont en ligne courbe ; mais leur tendance essentielle, leur mouvement propre, est le droit. Par là, Descartes prouve que tout mouvement circulaire vient d'un mouvement droit qui ne peut s'accomplir, et en tout il déracine le mouvement circulaire essentiel, que Képler avait *combattu*, mais non *détruit*, si ce n'est dans la figure des orbes planétaires. C'est pour avoir montré la décomposition du mouvement, s'effectuant ainsi d'elle-même dans les choses, que seul, Descartes a introduit l'idée réelle de la mécanique du monde dans l'esprit humain, renversé l'antique barrière d'ignorance et de préjugés, élevée autour de lui, et contre laquelle se brisaient depuis plus de vingt siècles les efforts de la science et du génie.

Ah! cessons, cessons enfin de crier que le système des tourbillons n'est point le véritable. Les figures de carton avec lesquelles on représente

(1) *Œuv.*, t. IV. *Le Monde*, ch. VII, p. 260.

les os, les muscles, les nerfs, les veines, les artères, enfin les diverses parties du corps humain, et leur disposition, offrent-elles le corps vivant ou mort? Cependant elles conduisent à l'idée vraie de son organisme, parce qu'elles portent la pensée de l'art à la nature. Eh bien! voyons dans les tourbillons, non pas seulement la figure de notre corps, mais de tous les corps, et le grand automate de l'univers, dans la constitution duquel il fait pénétrer l'intelligence. Mais ces tourbillons sont pris au sérieux par leur auteur et par plusieurs de ses plus éminents disciples, et ils arrêtent l'esprit humain sur des erreurs! Il faut bien qu'ils soient jugés véritables afin de captiver l'attention et de familiariser avec les idées nouvelles qu'ils excitent. Serait-il possible qu'une conception de cette force sortît, surtout avec ses développements si travaillés, d'une tête non convaincue? A la voix de Descartes, la création semble sortir une seconde fois du chaos, et il se produit un éblouissement et un enthousiasme universels. Que sont pour une telle révolution, et après une si longue attente, vingt deux années, 1644 à 1666, que dure la séduction, avant de laisser discerner les premiers traits de la vérité? Et encore, à quoi s'en prendre de cet imperceptible retard, qu'au manque d'un homme supérieur dans l'astronomie physique?

Delambre parle de l'opposition de Gassendi,

lequel déclare ne voir personne qui ait le courage *de lire jusqu'à la fin les Principes de philosophie; que rien n'est plus ennuyeux; qu'ils tuent leur lecteur; qu'on s'étonne que des fadaises aient tant coûté à celui qui les a inventées; qu'on doit être surpris qu'un aussi excellent géomètre que l'auteur, ait osé débiter tant de songes et de chimères pour des démonstrations certaines* (1). Delambre se croit obligé de relever l'étrange assertion que les *Principes* n'avaient pas de lecteurs, et d'avouer que *non-seulement on les lisait, mais que les jeunes professeurs de philosophie embrassaient avidement les opinions de l'auteur* (2). Or, Gassendi qui n'a pas la force de lire les *Principes*, où il n'aperçoit que des *fadaises* et des *chimères*, au lieu d'aller en avant et de chercher mieux, s'accroche à l'âme de Képler, à « cette âme très-noble et très-puissante qui est dans le soleil et qui le meut de telle manière, que, le faisant tourner à l'entour de son propre essieu, il fait tourner à l'entour de soi toutes les planètes par les rayons qu'il leur envoie, et dont il les frappe et les fouette pour ainsi dire continuellement (3); » et il trouve cette théorie des mouvements cosmiques très-vraisemblable. De vrai, une âme postée dans le soleil comme un

(1) *Hist. de l'astr. moderne*, t. II, p. 193.
(2) *Ibid.*, p. 194.
(3) *Abrégé de la philosophie de Gassendi*, par Bernier, t. IV, p. 391.

cocher, et qui fait marcher les planètes comme des chevaux, à coups de fouet, est une idée infiniment philosophique, et digne de celui qui vouait son admiration aux œuvres d'Épicure et de Hobbes. Sa critique des Méditations de Descartes, a juste la même portée que son système du monde. Je ne faillis point au respect dû à Képler, qui ne parle ni de fouetter, ni de frapper les planètes, mais d'une lutte, c'est-à-dire d'une résistance des planètes, qu'il suppose naturellement portées au repos, et d'un effort de la puissance solaire pour les entraîner, puissance dont l'effet est en raison inverse de leur densité (1). Ensuite Képler, écrivant avant Descartes, pouvait sans ridicule admettre une âme mouvante dans le soleil, puisque tel était l'esprit ancien, encore régnant. Delambre, qui, en haine de l'auteur des tourbillons, désirerait probablement faire de Gassendi un petit grand homme, est obligé d'avouer « qu'après qu'on a lu attentivement ses ouvrages, on les trouve *un peu au-dessous* de la réputation qu'il a laissée (2); » il se l'explique, en songeant qu'il était homme du monde et qu'il avait beaucoup de

(1) « Necesse est igitur ut planetariorum globorum natura sit materiata, ex adhærente proprietate, inde a rerum principio prona ad quietem seu ad privationem motus. Quarum rerum contentione cum nascatur pugna; superat igitur plus ille planeta, qui in virtute imbecilliore consistit, eaque tardius movetur; minus ille, qui soli propior. » *Stella martis*, p. 174.

(2) *Hist. de l'astr. moderne*, t. II. p. 355.

savoir et d'esprit : ce qui revient à dire que par le prestige de qualités brillantes plutôt que solides, il parvint à usurper une place considérable dans l'opinion. Cette fois nous partageons l'avis du nouvel et savant historien de l'astronomie.

Sur les tourbillons, il faut entendre d'Alembert. « Si on les juge sans partialité, on conviendra, j'ose le dire, qu'on ne pouvait alors imaginer mieux : les observations astronomiques qui ont servi à les détruire, étaient encore imparfaites, ou peu constatées; rien n'était plus naturel que de supposer un fluide qui transportât les planètes; il n'y avait qu'une longue suite de phénomènes, de raisonnements et de calculs, et par conséquent une longue suite d'années, qui pût faire renoncer à une théorie si séduisante. Elle avait d'ailleurs l'avantage singulier de rendre raison de la gravitation des corps par la force centrifuge du tourbillon même : et je ne crains point d'avancer que cette explication de la pesanteur est une des plus belles et des plus ingénieuses hypothèses que la philosophie ait jamais imaginées. Aussi a-t-il fallu pour l'abandonner, que les physiciens aient été entraînés comme malgré eux par la théorie des forces centrales, et par des expériences faites longtemps après. Reconnaissons donc que Descartes, forcé de créer une physique toute nouvelle, n'a pu la créer meilleure; qu'il a fallu, pour ainsi

dire, passer par les tourbillons pour arriver au vrai système du monde; et que s'il s'est trompé sur les lois du mouvement, il a du moins deviné le premier qu'il devait y en avoir (1). » Or, celui qui parle ainsi, a le premier démontré sans retour l'impossibilité des tourbillons.

Huyghens pouvait anticiper sur Borelli, et même sur Newton. Son goût pour les inventions mécaniques fit, je pense, qu'au lieu de donner l'essor à ses méditations, il s'occupa de l'art de tailler et de polir les verres des grandes lunettes, et qu'ayant réussi à en construire une de 23 pieds, il se contenta d'avoir, par ce moyen, découvert un satellite de Saturne et l'anneau de cette planète. Ce ne fut qu'à l'apparition du livre des *Principes mathématiques* de Newton, qu'il se livra à l'étude de la physique céleste; et, chose singulière! ni Malebranche, ni Leibnitz non plus, ne s'y étaient point encore livrés, quoique l'un eût déjà quarante-sept ans, et l'autre quarante-un. Ils étaient absorbés par la métaphysique et la théologie, et Leibnitz en outre par les recherches de mathématiques, de droit et d'histoire. Tous deux se trouvaient trop jeunes pour devancer Borelli. Malebranche n'aurait point remplacé Newton, n'étant pas assez versé dans la géométrie. Mais Leibnitz, qui l'était autant que

(1) Disc. prélim. de l'*Encyclop.*, p 41.

Newton, et qui avait plus de génie, aurait vraisemblablement produit une œuvre supérieure aux *Principes mathématiques*, si ses réflexions se fussent tournées de ce côté.

Pourquoi est-ce en Italie que nous retrouvons le premier interprète de Descartes? Sprengel, je crois, nous l'apprend. « Après le long règne de la barbarie, ce pays fut le premier où l'on vit renaître les sciences et la liberté de penser. Il fut aussi le berceau de l'histoire naturelle : ce fut également là que les sciences commencèrent à être cultivées d'après les lois sévères des mathématiques.. Galilée, auquel elles sont toutes redevables, les peignit à ses compatriotes sous des couleurs trop attrayantes pour qu'ils ne s'y consacrassent pas bientôt avec tout l'enthousiasme propre à leur nation. L'exemple de cet homme extraordinaire, la multitude de ses disciples, l'éclat de ses grandes découvertes dans la physique, la mécanique, l'astronomie, l'architecture et plusieurs autres sciences encore, et enfin, la couronne des martyrs qu'il ceignit pour avoir fait connaître une importante vérité physique, toutes ces circonstances engagèrent les Italiens à se livrer avec ardeur à l'étude de la physique. Vers le milieu du dix-septième siècle, il se forma dans la ville de Florence une société des disciples de Galilée, qui cherchaient à développer sa philosophie,

à cultiver la physique expérimentale, et à en faire l'application à la nature entière. Cette société, favorisée par Léopold, prince de Toscane, fut organisée régulièrement en 1657 sous le nom d'académie *del cimento*. Il est vrai qu'elle ne fleurit pas au delà de dix années, et que l'histoire ne nomme que neuf de ses membres; mais ces noms sont le meilleur panégyrique qu'on puisse faire de l'académie : Benoît Castelli, Jean-Alphonse Borelli, François Rédi, Paul et Candide del Buono, Vincent Viviani, le comte Laurent Magalotti, le comte Charles Renaldini et Antoine Uliva; tels sont les respectables noms dont cette société se glorifie. C'est dans son sein que se forma le fondateur de l'école iatromathématique, Jean-Alphonse Borelli; c'est là qu'il apprit à unir les mathématiques et la physique expérimentale avec l'art de guérir (1). »

Nous ne saurions admettre que Borelli ait été formé dans l'académie *del cimento*, ni dans la société qui l'a précédée; l'homme supérieur n'est formé qu'en lui-même. La retraite et l'indépendance, voilà son élément. C'est dans les efforts de sa pensée solitaire qu'il germe, qu'il fructifie, et l'influence de ses contemporains ne le favorise qu'autant qu'il s'isole d'eux par la méditation. Cependant il peut recevoir des académies

(1) *Hist. de la médecine*, t. V, p. 133, trad. de M. Jourdan.

l'émulation et l'appui, ainsi que les documents qu'il ne lui est pas donné de créer. Nous comprenons donc que la société des disciples de Galilée, que l'ardeur qu'il leur communiqua pour l'étude de la nature physique, les exemples, et peut-être les vues qu'il leur laissait, aient provoqué Borelli, et qu'on leur doive occasionnellement la *Théorie des planètes médicéennes*, le *Traité du mouvement des animaux*, celui *du Choc* et celui de *la Gravité* (1). Au même titre, il est permis de rapporter l'*Essai sur le mouvement de la terre* de Hooke, et les *Principes* de Newton, au *collége philosophique* fondé vers 1645, en Angleterre, pour vaquer, d'après les conseils et les exhortations de Bacon, à la culture des sciences naturelles, collége qui, en 1660, devint la *Société royale* de Londres; on peut encore les rapporter aux travaux et à l'entraînement de Boyle. En France l'académie des Sciences fut seulement établie en 1666. Elle avait été aussi précédée de quelques réunions de savants, mais qui ne firent rien dans cette direction. D'ailleurs les compatriotes de Descartes, qui cultivaient la physique, furent, ou des ennemis déclarés, toujours empressés à le contredire, ou des partisans esclaves, s'attachant à la lettre de ses livres, au lieu

(1) *Theoricæ planetarum mediceorum; — de motu animatium; — de vi percutionis; — de gravitate.*

d'en saisir l'esprit pour s'en vivifier. Or, la haine pointilleuse et l'admiration aveugle s'écoulent ordinairement stériles.

Bailly ne parle point des vues de Borelli. Delambre, d'après une lettre du 4 mai 1665, observe « qu'il fut un des premiers à soupçonner que les comètes décrivaient autour du soleil des orbites elliptiques ou paraboliques (1). » Mais quant à son ouvrage des satellites de Jupiter, ou planètes médicéennes, il affirme qu'il « n'est composé que d'une suite de réflexions que devait faire, et que ferait nécessairement tout astronome qui voudrait travailler à la théorie des satellites...; que ce n'était pas trop la peine de l'écrire; que l'on n'y apprend rien, et que l'on n'y trouve que des avertissements dont l'on n'a aucun besoin (2). » En voici la substance présentée par M. Biot : « Borelli explique très-bien comment les planètes peuvent être retenues et suspendues dans le vide, autour du soleil, de même que les satellites autour de leur planète, par l'action de la gravitation continuellement et exactement balancée par la force centrifuge née du mouvement de circulation, sans qu'il soit désormais besoin de recourir aux cieux solides d'Aristote ou aux tourbillons de Descartes, pour empêcher ces corps de s'échapper. Borelli

(1) *Hist. de l'astron. moderne*, t. II, p. 334.

(2) *Ibid.*, p. 333.

va même jusqu'à vouloir déduire, de cette combinaison de forces, le mouvement en ellipse et les inégalités des satellites de Jupiter, qu'il considère comme en partie produites par l'action secondaire du soleil; et, quoiqu'il lui fût impossible d'établir alors ces déductions d'une manière rigoureuse, puisqu'il n'avait ni la loi de la force à diverses distances, ni les théorèmes sur les forces centrales donnés six ans après par Huyghens, il y a encore du mérite à avoir deviné, peut-être indiqué le premier, la possibilité de le faire. Aussi Newton lui attribue-t-il, dans sa lettre à Halley (1), l'honneur de cette première idée sur l'extension du principe de la pesanteur, et sur son application aux mouvements planétaires; et Huyghens lui rend la même justice dans son *Cosmothéoros* (2), où il cite ces *aperçus* heureux immédiatement avant de parler des *démonstrations* de Newton (3). »

On voit combien Delambre a raison de dédaigner cette production, qui n'est autre chose que la seconde époque des progrès de l'esprit humain dans la connaissance mécanique du système du monde. Au troisième volume, publié après sa mort par M. Mathieu, il cherche à s'excuser d'un pareil jugement, qu'on lui avait sans doute reproché, et il

(1) *Biog. univ.*, t. XXXI, art. Newton, p. 161.
(2) Liv. II, p. 141. La Haye, 1698.
(3) *Biog. univ.*, t. XXXI, art. Newton, p. 152.

allègue « qu'il ne parlait que des améliorations que Borelli était chargé de faire et qu'il n'avait pas faites aux satellites (1), » et il lui rend une espèce de justice.

On ne sait comment M. Biot se croit fondé à écrire que Borelli n'avait point la loi de l'attraction à diverses distances, puisque dans la colonne précédente, il avoue que Boulliaud la supposait inverse du carré. Il s'exprime même peu exactement, en disant que Boulliaud établissait cette supposition sur *de simples considérations métaphysiques*, car on a vu qu'il lui donnait pour base les principes géométriques de la loi de la lumière. Il est vrai qu'il fallait encore la vérifier et l'appliquer, par la théorie aussi géométrique des forces centrales, et M. Biot a raison de dire qu'elle manquait à Borelli. Plus occupé à élucider les découvertes des anciens qu'à en faire de nouvelles, il n'était pas capable de la créer. Elle fut le lot de Newton, qui ne voulait point s'en contenter, peut-être parce que Hooke la réduisait à trop peu de chose. « J'ai appris d'une personne présente à vos séances, écrit-il à Halley, que M. Hooke y fait grand bruit, prétendant que je tiens tout de lui, et demandant que la société lui fasse rendre justice sur ce point. Cette conduite envers moi est aussi étrange que non

(1) P. 10.

méritée; de sorte qu'elle m'oblige, pour établir le point de droit, à vous dire de plus qu'il a publié en son nom l'hypothèse même de Borelli : et cet acte, de se l'être appropriée et de l'avoir complétée comme sienne, est l'unique fondement de ses réclamations... Dans les lettres qu'il m'écrivait, il me disait que l'action de la gravité sur les corps qui tombent était réciproque au carré de leur distance au centre de la terre; que la trajectoire décrite autour du centre, serait une ellipse; que c'était ainsi qu'il fallait considérer les mouvements célestes, et qu'il l'avait fait de cette manière, précisément comme s'il eût tout découvert et calculé minutieusement; et sur cette instruction qu'il me donnait, il me faudrait aujourd'hui confesser par l'impression que je tiens tout de lui, et que je n'ai fait que m'exercer à calculer, démontrer et écrire sur les inventions de ce grand homme. Cependant, après tout, des trois choses qu'il m'a dites, la première est fausse, la seconde l'est aussi, et la troisième est plus qu'il ne savait ou qu'il ne pouvait affirmer (1). » Newton reproche ensuite à Hooke d'avoir emprunté à Borelli le mouvement elliptique produit par l'attraction, et à Boulliaud la loi du carré des distances.

Hooke ne se trompe point; oui, Newton n'a fait

(1) Lettre du 26 juin 1683. *Biog. univ.*, art. Newton, p. 161.

que calculer, démontrer et écrire sur les inventions d'autrui. Mais cet exercice, puisqu'il veut ainsi l'appeler, cet exercice dont Hooke, ni Wren, ni Halley, ni personne dans son pays n'a été capable, est-il peu de chose? N'est-ce pas à la fois la création et l'application la plus belle de la dynamique centrale? Oui, ne lui en déplaise, Newton n'a fait que calculer, démontrer et écrire sur les découvertes des Copernic, des Képler, des Galilée, des Descartes, des Boulliaud, des Borelli, des Hooke; mais n'est-ce rién que cette assemblée de génies venus de toutes les contrées, qui l'attendent pour mettre l'esprit humain en possession du système de l'univers, et dont les efforts, sans les siens, demeureraient impuissants?

On aurait beau savoir avec Copernic que le soleil est au centre principal des mouvements; avec Képler, que les planètes décrivent des ellipses autour du soleil, et les satellites autour de leurs planètes; que les temps mis à parcourir chaque partie de l'orbite, se proportionnent aux aires comprises entre les rayons vecteurs, les carrés des temps employés à fournir l'orbite entière, aux cubes des moyennes distances, et que ces mouvements ont pour cause l'attraction; avec Descartes, qu'ils résultent de deux forces dirigées, l'une suivant le rayon vecteur, l'autre suivant la tangente; avec Borelli et Hooke, que la force centripète, produite

par l'attraction, et la force centrifuge par l'impulsion, suffisent sans tourbillons, pour maintenir et mouvoir dans l'espace les corps célestes; avec Boulliaud, que l'intensité de l'attraction est réciproque au carré de la distance; avec Galilée, que dans le mouvement uniformément accéléré, les espaces sont en raison des carrés des temps; enfin avec Descartes encore, que l'astronomie spéculative est un problème de mécanique : tant que ce problème n'est point résolu, la théorie des mouvements planétaires reste à former, et toutes ces vérités sans usage, quelque certaines d'ailleurs, quelque grandes qu'elles soient. Or, qui l'a résolu? qui a prouvé que ces vérités sont une conséquence du principe des forces centrales? qui a calculé les phénomènes et fondé l'astronomie mathématique? Newton, voilà ta part, pourquoi ne pas t'en contenter? Il semble qu'elle te fût spécialement destinée, et que tu la portasses comme en dépôt dans le principe de tes *fluxions*, qui s'engendrent du mouvement varié. Cesse d'argumenter contre Hooke de ce qu'il a cru que l'attraction suivait la même loi dans l'intérieur de la terre qu'au dehors; une semblable polémique, où de la fausseté de quelques détails on conclut à la fausseté de l'ensemble, t'anéantirait, toi qui déclares que l'action mutuelle des astres tend à bouleverser les cieux. Si tu as prouvé contre Hooke que l'attraction au dedans du globe

est proportionnelle à la distance au centre, Lagrange et Laplace prouvent contre toi que les perturbations se balancent, et que « les éléments du système planétaire sont ordonnés de manière qu'il doit jouir de la plus grande stabilité, si des causes étrangères ne viennent point le troubler... qu'il semble que la nature ait tout disposé dans le ciel pour en assurer la durée par des vues semblables à celle qu'elle nous paraît suivre sur la terre pour la conservation des individus et la perpétuité des espèces (1). » « Pour déterminer les lois d'une attraction donnée, dit Gerdil, il ne faut qu'être géomètre, et Newton l'était au suprême degré (2). » Voilà son fait, il peut lui suffire, et il faut bien qu'il le fasse.

Voilà en même temps le résultat des tourbillons. Mais ces tourbillons, Descartes ne les aurait point conçus, s'il ne s'était mis à la place de Dieu, afin d'expliquer la création, qu'il édifie avec eux. Cette tentative de tout pénétrer, qui l'a si souvent égaré, lui fait donc faire, selon l'expression de M. de Pontécoulant, *un pas immense dans l'astronomie physique* (3). Nous allons plus loin, et c'est ici l'objet principal de ce chapitre, elle est pour lui et pour son école, la source de leurs découvertes,

(1) *Exposé du système du monde*, t. II, 4ᵉ édition, p. 444 et 445.

(2) *Dissert. sur l'attraction*, p. 18.

(3) *Théorie analytique du syst. du monde*, introd., p. 7.

surtout de ces lois générales de la nature, et de ces méthodes générales des mathématiques, qui sont le propre de la science moderne. Bien plus, l'erreur fondamentale où elle les a presque tous jetés, de nier l'activité des corps, et quelques-uns l'activité des esprits, les sert merveilleusement, pour arriver aux lois générales des êtres matériels et des êtres pensants.

Quand on ne se paie point de mots, comme les scolastiques, qu'on veut des raisons solides, évidentes, il faut, pour tout pénétrer, avoir des idées claires et distinctes de tout. Or, quoique nous ayons une telle idée de l'activité considérée en soi, nous ne l'avons point de la manière dont l'activité forme, dans les corps, les qualités qui leur viennent d'elle, comme la cohésion, la répulsion, l'attraction, la vie végétative, la vie animale, et cette diversité de propriétés qu'offrent les individus des trois règnes.

Au contraire, quoi de plus net que l'idée de l'étendue, de ses parties, de leur grosseur et de leur figure? quoi aussi de plus net que l'idée du mouvement, qui consiste dans le changement de place des parties de l'étendue? Réduits à ces deux éléments constitutifs, les corps, qu'ils soient bruts ou organisés, n'enferment rien d'obscur ni de confus en leur nature, ni à plus forte raison dans leurs rapports, qui sont seulement des rapports de grandeur, de figure, de disposition et de mouvement.

Ce que chacun a de particulier n'est qu'une modification de ces quatre choses communes à tous; et même les trois premières naissent de l'autre, car, ôtez le mouvement, l'étendue, bien que divisible, ne sera qu'une masse uniforme. Mais enfin, qu'on veuille tout ramener au mouvement, ou que de plus, on considère la grosseur, la figure et l'arrangement, on ne rencontre que des notions évidentes et lumineuses.

Autrement et sans une pareille élimination de l'activité, était-il possible d'extirper ces forces animales, qui, par leurs émanations, entraînaient, comme les fardeaux avec des leviers, les planètes autour du soleil et les satellites autour de leurs planètes? Était-il possible d'extirper ces restes des intelligences, qui, d'après les anciens, mouvaient les astres, et de s'élever à la loi générale physique des révolutions célestes? Était-il possible de démêler la loi générale de la pesanteur, alors que les uns, et c'était l'école, supposaient la gravité essentielle à la pierre qui descend, et la légèreté à la flamme qui monte, les autres, tous les corps pesants, mais leur gravité variable avec leur volume et non point avec leur distance au centre de la terre?

Un petit nombre croyait qu'ils ne le sont point d'eux-mêmes, et que la force qui fait tomber ceux qu'on nomme pesants, réside au centre de la terre, ou bien dans toute sa masse, qui les

attire comme l'aimant attire le fer (1); et Copernic affirmait que la gravité est un certain appétit naturel (2), des parties de la terre, par lequel elles s'unissent, ce qui lui donne la forme sphérique, qu'il en est de même pour le soleil, la lune et les autres grands corps répandus dans l'espace. Quelquefois Képler semblait parler comme Newton (3).

« Toute substance corporelle, en tant que corporelle, est propre à rester en repos en tout lieu où elle serait solitaire, et hors de la sphère de vertu d'un autre corps, *extra orbem virtutis*.

« La gravité est une affection corporelle, réciproque entre deux corps de même espèce, qui les porte à se réunir, ainsi qu'on l'observe dans l'aimant; en sorte que la terre attire une pierre beaucoup plus que la pierre n'attire la terre.

« Les graves, surtout si nous plaçons la terre au centre du monde, ne sont pas portés vers le centre

(1) *Descartes*, t. VII, p. 303.

(2) « Appetentiam quandam naturalem. » *De revolutionibus orbium cœlestium*, lib. I, cap. 9.

(3) « Omnis substantia corporea, quatenus corporea, apta nata est quiescere omni loco, in quo solitaria ponitur, extra orbem virtutis cognati corporis.

« Gravitas est affectio corporea, mutua inter cognata corpora ad unitionem seu conjunctionem (quo rerum ordine est et facultas magnetica), ut multo magis terra trahat lapidem, quam lapis petit terram.

« Gravia (si maxime terram in centro mundi collocemus) non feruntur ad

du monde, comme centre du monde, mais comme au centre d'un corps rond et de même nature, c'est-à-dire de la terre. Ainsi, quelque part que nous placions la terre, ou que nous la transportions, elle jouira toujours de la même faculté *animale;* partout les graves se porteront sur elle.

« Si la terre n'était pas ronde, les graves ne se dirigeraient pas droit vers le centre, mais ils se dirigeraient vers des points divers.

« Si deux pierres étaient placées en un lieu du monde, voisines l'une de l'autre, et hors de la sphère de vertu d'un troisième corps de même nature, ces deux pierres, comme deux corps magnétiques, se réuniraient au milieu de l'intervalle qui les sépare, l'une s'approchant vers l'autre en proportion de la masse de cette autre.

« Si la lune et la terre n'étaient pas retenues par une force *animale* ou autre force équipollente, cha-

centrum mundi, ut ad centrum mundi, sed ut ad centrum rotundi cognati corporis, telluris scilicet. Itaque ubicunque collocetur seu quocunque transportetur tellus facultate sua animali, semper ad illam feruntur gravia.

« Si terra non esset rotunda, gravia non undiquaque ferrentur recta ad medium terræ punctum, sed ferrentur ad puncta diversa a lateribus diversis.

« Si duo lapides in aliquo loco mundi collocarentur propinqui invicem, extra orbem virtutis tertii cognati corporis; illi lapides ad similitudinem duorum magneticorum corporum coirent loco intermedio, quilibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta est alterius moles in comparatione.

« Si luna et terra non retinerentur vi animali, aut alia aliqua æquipol-

cune dans son propre circuit, la terre monterait vers la lune de $\frac{1}{54}$ de l'intervalle, la lune descendrait vers la terre des 53 parties restantes; et là elles se réuniraient, en les supposant toutes deux de même densité.

Si la terre cessait *d'attirer* ses eaux, toute la mer s'élèverait et se réunirait à la lune. La sphère de force tractoire de la lune s'étend jusqu'à la terre et entraîne les eaux vers la zone torride; en sorte qu'elles viennent à la rencontre de la lune, au point qui a la lune à son zénith. L'effet est peu sensible dans les mers fermées; il l'est beaucoup plus dans les mers d'une grande étendue, où le mouvement alternatif des eaux a plus de liberté. Il arrive de là, que les rivages des zones latérales restent à découvert; la même chose a lieu dans les golfes qui communiquent avec l'Océan; quand les eaux de

lenti, quælibet in suo circuitu; terra ascenderet ad lunam quinquagesima-quarta parte intervalli, luna descenderet ad terram quinquaginta tribus circiter partibus intervalli: ibique jungerentur: posito tamen, quod substantia utriusque sit unius et ejusdem densitatis.

« Si terra cessaret attrahere ad se aquas suas; aquæ marinæ omnes elevarentur, et in corpus lunæ influerent.

« Orbis virtutis tractoriæ, quæ est in luna, porrigitur usque ad terras, et prolectat aquas sub Zonam Torridam, quippe in occursum suum quacunque in verticem loci incidit, insensibiliter in maribus inclusis, sensibiliter ibi ubi sunt latissimi alvei Oceani, aquisque spàciosa reciprocationis libertas. Quo facto nudantur littora zonarum et climatum lateralium, et si qua etiam sub torrida sinus efficiunt reductiores Oceani propinqui. Itaque aquis in latiori alveo Oceani assurgentibus, fieri potest, ut in an-

l'Océan s'élèvent, il est possible que dans des golfes étroits, pourvu qu'ils ne soient pas trop étroitement fermés, les eaux paraissent fuir en présence de la lune, elles s'abaissent à cause de la quantité d'eau qui en a été soustraite.

« La lune passe rapidement au zénith; les eaux ne peuvent la suivre aussi vite. Le flux se fait dans la zone torride vers l'occident, jusqu'à ce qu'il frappe contre le rivage opposé; là, il est courbé; la réunion des eaux se dissipe, quand la lune s'éloigne, parce qu'elles se trouvent délaissées par la force qui les mettait en mouvement; et la vitesse que les eaux gagnent, fait qu'elles sautent sur leurs rives et qu'elles les couvrent; cette vitesse, acquise en l'absence de la lune, en fait naître une autre, jusqu'à ce que la lune de retour, reprenne les rênes. Ainsi les rivages, également ouverts, sont remplis au même moment; ceux qui sont enfoncés

gustioribus ejus sinubus, modo non nimis arcte conclusis, aquæ præsente luna etiam aufugere ab ea videantur: quippe subsidunt, foris subtracta copia aquarum.

« Celeriter vero luna verticem transvolante, cum aquæ tam celeriter sequi non possint, fluxus quidem fit Oceani sub Torrida in occidentem, quoad impingit ad contraria littora, curvaturque ab iis; dissolvitur vero discessu lunæ concilium aquarum seu exercitus qui est in itinere versus Torridam, quippe desertus a tractu, qui illum exciverat; impetuque capto, ut in vasis aquaticis, remeat et assultat ad littora sua, eaque operit : gignitque impetus iste per absentiam lunæ, impetum alium; donec luna rediens, frena impetus hujus recipiat, moderetur que, et una cum suo motu circumagat. Ita littora æqualiter patentia iisdem horis implentur omnia; re-

sont remplis plus tard et d'une manière variée, suivant les circonstances locales.

C'est là, pour le dire en passant, ce qui accumule les syrtes et les amas de sable; des îles naissent ou sont rongées; la terre molle et friable de l'Inde paraît avoir été rompue et creusée par le cours des eaux, aidé encore par un mouvement général de la terre; elle était une et continue depuis la Chersonèse d'or, vers l'orient et le midi; l'Océan, qui était derrière, entre la Chine et l'Amérique, s'est fait un passage; et les côtes des Moluques et des autres îles qui s'étendent dans la haute mer, nous déguisent un peu la vérité de ce fait, parce que le niveau des mers est baissé par cette invasion.

ductoria vero tardius; nonnulla diversis modis ob diversos Oceani aditus.

« Hinc, ut obiter excurram, accumulantur syrtes, arenarum cumuli: nascuntur aut eraduntur in verticosis anfractibus (ut pro sinu Mexicano) insulæ innumerabiles; videturque Indiarum mollis beata et friabilis terra hoc fluxu et eluvie æterna tandem esse perrupta atque perfossa, adjuvante terræ motu aliquo universali; cum olim a Chersonneso aurea versus orientem et meridiem continua fuisse perhibeatur : jamque effuso Oceano, qui a tergo erat inter Sinas et Americam, littora illa Moluccarum aliarumque vicinarum insularum in altum exporrecta, quippe subsidente maris superficie, fidem hujus rei opprimunt.

« Quin et Taprobane ex eo submersa videtur (ut quidem constat ex relatu Calecutientium, aliqua etiam ibi locorum submersa esse olim) Oceano Sinensi per effractas portas in Indicum infuso, ut hodie nihil de Taprobane extet, præter vertices montium, qui speciem exhibent insularum innumerabilium sub nomine *Maldivarum*. Nam ibi loci sitam fuisse olim Taprobanen, ex adverso scilicet ostiorum Indi et promontorii Corii, versus

« Ces détails étaient étrangers à mon sujet; j'ai voulu les exposer de suite, pour appuyer mon assertion de la force tractoire de la lune.

« Il suit de là que si la force de la lune s'étend jusqu'à la terre, à plus forte raison celle de la terre doit s'étendre jusqu'à la lune et beaucoup plus loin; et que rien de ce qui est analogue à la nature de la terre, ne peut échapper à cette force tractoire.

« Rien n'est léger absolument s'il est matériel; il ne peut être léger que comparativement, parce qu'il est plus rare, soit de sa nature, soit que la chaleur l'ait dilaté. Je n'appelle pas rare ce qui est poreux ou creux, mais, en général, ce qui, sous

meridiem, facile est ex cosmographis, et Diodoro Siculo probare; cum etiam in historia ecclesiastica quidam perhibeatur fuisse communis episcopus Arabiæ et Taprobanæ, utique vicinæ, non vero quingentis milliaribus germanicis (imo vero per anfractus illi ætati usitatos, amplius mille) in orientem remotæ. Quæ vero hodie Taprobane putatur Sumatra insula, eam existimo olim fuisse Chersonnesum-auream, isthmo Indiæ conjunctam ad urbem Malaccam. Nam Chersonnesus, quam hodie credimus aurea, non multo magis Chersonnesus dici posse videtur, quam Italia.

« Quæ quamvis erant alius loci, sic uno contextu explicare volui, ut majorem æstui marino et per hunc virtuti lunæ tractoriæ fidem facerem.

« Sequitur enim, si virtus tractoria lunæ porrigitur in terras usque, multo magis virtutem tractoriam telluris porrigi in lunam et longe altius, ac proinde nihil eorum quod ex terrena materia quomodocunque constat, inque altum subvehitur, complexum hunc fortissimum virtutis tractoriæ unquam effugere.

« Leve vero nihil est absolute, quod corporea materia constat, sed comparate levius est, quod rarius est sive natura sua, sive ex accidente calore. Rarum vero dico non illud tantum, quod porosum est et in multas cavitates

un volume donné, renferme moins de matière.

« Le mouvement suit la définition de la légèreté. Il ne faut pas s'imaginer que les corps légers montent et ne sont point attirés : ils sont moins attirés que les graves, et les graves les expulsent; mais quand cet effet a lieu, ils s'arrêtent à la place qu'ils occupent, et y sont retenus par la terre. Mais, quoique la vertu tractoire de la terre s'étende fort loin, cependant, si une pierre était lancée à une distance comparable au diamètre de la terre, il est vrai que la terre se mouvant, la pierre ne la suivrait pas si exactement, et que sa force de résistance se combinerait avec la force tractoire de la terre, et qu'ainsi elle se dégagerait en partie de la force tractoire de la terre; ainsi que nous voyons dans les projectiles qui s'écartent du lieu où ils ont été lancés, sans que le mouvement de la terre

dehiscit, sed in genere, quod sub eadem loci amplitudine, quam occupat gravius aliquod, minorem quantitatem materiæ corporeæ concludit.

« Levium definitionem sequitur et motus. Non enim est existimandum, illa fugere ad superficiem usque mundi, dum feruntur sursum, aut non attrahi a terra : minus enim attrahuntur quam gravia, et sic expelluntur a gravibus, quo facto quiescunt, retinenturque a terra loco suo.

Etsi vero virtus tractoria terræ, ut dictum, porrigitur longissime sursum; tamen si lapis aliquis tanto intervallo abesset, quod fieret ad diametrum telluris sensibile : verum est, terra mota, lapidem talem non plane secuturum, sed suas resistendi vires permixturum cum viribus terræ tractoriis, atque ita se explicaturum nonnihil a raptu illo telluris : non secus atque motus violentus projectilia nonnihil a raptu telluris explicat, ut vel præcurrant, projecta versus orientem, vel destituantur, si in occiden-

puisse empêcher ce mouvement, quand il est dans toute sa force.

« Mais parce qu'aucun projectile ne peut être lancé à la cent millième partie du diamètre de la terre, il s'ensuit que la fumée et les nuages ne peuvent résister au mouvement général ; ainsi, ce qui sera projeté perpendiculairement retombera au même lieu, nonobstant le mouvement de la terre, qui entraîne avec elle tous les corps qui sont dans l'atmosphère, comme si ces corps la touchaient.

« Ces vérités bien comprises, et soigneusement examinées, on verra s'évanouir cette absurdité et cette impossibilité imaginaire qu'on objectait au mouvement de la terre. »

tem projiciantur : atque ita locum suum, a quo projecta sunt, vi compulsa deserant : neque raptus terræ hanc violentiam in solidum impedire possit, quamdiu violentus motus in suo vigore est.

« Sed quia nullum projectile centies millesimam diametri terræ partem a superficie terræ separatur, ipsæque adeo nubes, atque fumi, quæ minimum terrestris materiæ obtinent, non millesima semidiametri parte evolant in altum : nihil igitur potest nubium, fumorum, et eorum, quæ perpendiculariter in altum projiciuntur resistentia, et naturalis ad quietem inclinatio, nihil, inquam, potest ad impediendum hunc sui raptum ; utpote ad quem hæc resistentia in nulla proportione est. Itaque quod perpendiculariter sursum est projectum, recidet in locum suum, nihil impeditum motu telluris, ut quæ subduci non potest, sed una rapit in aere volantia, vi magnetica sibi non minus concatenata, quam si corpora illa contingeret.

« Hisce propositionibus mente comprehensis et diligenter trutinatis, non tantum evanescit absurditas et falso imaginata impossibilitas physica motus terræ : sed etiam patebit, quid ad objecta physica, quomodocunque informata, sit respondendum. » *Stella Martis*, introduc.

« Voilà, s'écrie Delambre, à qui nous emprun-« tons cette traduction libre, voilà qui était neuf, « vraiment beau, et qui n'avait besoin que de quel-« ques développements et de quelques explica-« tions. Voilà les fondements de la physique mo-« derne, céleste et terrestre (1). »

Sans doute, on y reconnaît la puissance du génie devinateur, qui, dans les temps modernes, n'a point de rival, et qui, dans l'antiquité, ne rencontre que Pythagore.

Cependant que tirer de ces anticipations étonnantes, qui ne mettent sur la voie d'aucun calcul important, qui respirent les forces animales, qui circonscrivent l'attraction entre les corps analogues de nature, qui par là supposent que la matière n'est pas la même dans tous, et qui étendent la gravité de la terre seulement beaucoup plus loin que la lune? Comment dès lors être conduit à voir dans cette gravité un cas particulier d'une pesanteur universelle? Si, comme Delambre le dit, les vues de Képler n'ont besoin que de quelques développements et de quelques explications, ces développements et ces explications ont besoin d'une révolution complète dans les idées.

N'est-ce pas par la manière dont Descartes conçoit la matière, qu'ont été découvertes les lois géné-

(1) *Hist. de l'Astron. moderne*, t. I, p. 391.

rales de la réfraction simple et de la réfraction double? Snellius, en tâtonnant, j'imagine, a trouvé la loi de la réfraction simple, et sans trop bien la comprendre, *nec tamen, quod invenerat, satis intelligeret,* dit Huyghens (1). Il est douteux qu'on fût ainsi parvenu empiriquement à la loi de la réfraction double. En vain Képler tente de démontrer celle de la réfraction simple. Il s'avise néanmoins d'employer la décomposition du mouvement; mais faute d'une explication de la lumière qui la ramène aux principes de la dynamique, cette heureuse idée ne lui réussit point. Ajoutons pour être vrai, qu'il ignorait la loi et la cherchait en même temps que la preuve. En fait d'hypothèses, car l'attraction n'en est pas une, en fait d'hypothèses, que comparer aux ondes dont Descartes est le créateur? Quelle autre a ainsi rendu raison des expériences et les a quelquefois devancées? Ne semble-t-elle pas le secret de la nature, dans les phénomènes du son, de la lumière, du calorique, peut-être de la gravitation, déjà en partie de l'électricité, du magnétisme, et être destinée à montrer la plus merveilleuse unité de moyens, au milieu de la plus merveilleuse variété d'effets?

La loi du mouvement primitif en ligne droite est si simple, se présente si naturellement, que, si

(1) *Diopt.*, p. 2.

l'histoire ne l'attestait, on ne pourrait croire qu'elle ait été ignorée jusqu'à Képler. Du moins cette perçante intelligence la manifestera avec une évidence frappante. Eh bien, lisez le second chapitre de son *Étoile de Mars*, et vous trouverez précisément le contraire. Il en va chercher une raison embrouillée dans les muscles de notre corps. C'est que pour entendre et produire clairement cette loi, il fallait la voir présidant à la formation du monde. Il en est ainsi de la loi d'inertie, de celle que la même quantité de mouvement se conserve dans le choc des corps. Au dire de Montucla, « Galilée a été en possession de ces deux premières lois fondamentales, *parce qu'elles sont la base sous-entendue de ses démonstrations* sur le mouvement accéléré (1). » C'est le raisonnement de Delambre s'évertuant à persuader que Képler connaissait la force centrifuge comme Descartes, attendu qu'elle est comprise dans le mouvement circulaire Il convenait ailleurs que Kepler ne songea jamais à le décomposer, et il ajoutait « que les choses les plus faciles sont assez souvent celles auxquelles on songe le moins (2). » Ces paroles et celles de Montucla prouvent combien des hommes, du reste fort doctes, sont ignorants de la marche de l'esprit humain dans les découvertes.

(1) *Hist. des math.*, t. II, p. 191.
(2) *Hist. de l'astron.*, t. I, p. 460.

On doit attribuer à la même idée que Descartes se faisait de la matière, la recherche des lois générales de l'organisme, comme la nutrition, la circulation, les sécrétions, les appareils des sens, le jeu des muscles. Quoique cette recherche se fonde sur les dissections, l'explication mécanique marque les rapports communs, et souvent dévoile une seule fonction là où l'on s'imaginait en voir plusieurs. Pour le montrer en détail, il faudrait transcrire *l'Homme* de Descartes presque en entier, et examiner les ouvrages d'anatomie et de physiologie, qui l'ont précédé immédiatement et ceux qui l'ont suivi. Parmi les derniers on distinguerait d'abord, selon l'ordre des temps, le traité du *Mouvement des animaux*, de Borelli, que nous avons vu le premier appliquer à l'attraction, la décomposition cartésienne des forces dans le mouvement curviligne, traité, dit Sprengel, « où le mouvement musculaire est expliqué d'une manière tout à fait nouvelle et avec une clarté étonnante d'après les lois de la statique : on y trouve à cette occasion des documents si précieux sur le mécanisme des différentes espèces de mouvement ; le vol des oiseaux, le nager des poissons, le ramper des vers, etc., que cette seule raison suffit pour lui acquérir des droits éternels à la reconnaissance de la postérité (1). » Viendraient ensuite les produc-

(1) *Hist. de la médec.*, t. V, p. 139.

tions de Stahl, d'Hoffmann, de Haller. On peut dire, par exemple, que si Harvey découvre, ou plutôt démontre la circulation du sang, c'est Descartes qui la propage et en répand la conviction, beaucoup moins par l'examen particulier, très-remarquable d'ailleurs, qu'il fait de son cours, que par l'idée qu'il donne de l'organisme, où cette circulation est manifestement nécessaire.

On sent l'énorme différence entre ces explications mécaniques *a priori* et celles de Leucippe, de Démocrite, d'Épicure, qui n'aboutissent qu'à des résultats vagues ou insignifiants, et avec lesquelles Gassendi cependant ne rougit pas de les confondre, comme si elles en étaient presque la simple reproduction (1). Huyghens, malgré son penchant à déprécier Descartes, tout en puisant chez lui et y prenant racine, est plus juste. « Il n'a pas seulement, dit-il, donné du dégoût pour l'ancienne philosophie, il a osé substituer des causes qu'on peut comprendre de tout ce qu'il y a dans la nature. Car Démocrite, Épicure et plusieurs autres des philosophes anciens, quoiqu'ils fussent persuadés que tout se doit expliquer par la figure et le mouvement du corps et par le fluide, n'expliquaient aucun phénomène, en sorte qu'on restait peu satisfait; comme il paraît par les chimères touchant la vision, où ils voulaient qu'il se détache conti-

(1) *Abrégé de la phil. de Gassendi*, par Bernier, t. IV, p. 396.

nuellement des pellicules très-déliées des corps, lesquelles vont frapper nos yeux. Ils retenaient la pesanteur pour une qualité interne des corps. Ils soutenaient que le soleil n'avait effectivement qu'un pied ou deux de diamètre, et qu'il se refaisait la nuit pour reparaître le lendemain. Enfin ils ne pénétraient rien de ce qu'on désirait de savoir (1). »

C'est que l'*a priori* des explicateurs matérialistes manque de fondement, au lieu que celui de Descartes repose sur les idées générales, principalement sur celles qui constituent l'entendement divin, d'où il part et où il puise sa force et sa fécondité. Avec les atomes errant à l'aventure au sein du vide, où prendre la notion d'ordre, de loi et d'unité? Chez Descartes elle éclate dans les idées générales, ou perfections infinies de l'esprit souverain, qui a créé l'étendue, qui lui a imprimé le mouvement, et qui le lui conserve. Nous disons idées, quoique Descartes ne parle que de volonté, vu qu'il faut ainsi interpréter sa pensée, afin qu'elle soit vraie, puisque Dieu ne saurait vouloir aveuglément et qu'il consulte ses idées. Pourquoi un corps reste-t-il de lui-même en repos, s'il est en repos, ou en mouvement, s'il est en mouvement? parce que Dieu, étant et agissant d'une manière immuable, le conserve dans l'état où il se trouve, jusqu'à

(1) Jugement sur Descartes. *Frag. phil. de M. Cousin.* t. II, p. 159.

ce qu'une cause seconde ou la rencontre d'un autre corps l'en écarte. Or, remarquons-le, cette loi et les autres déduites du même principe, subsistent encore, lorsque sortant de l'erreur de Descartes, on reconnaît aux corps une activité naturelle; car dans chacun d'eux, l'effet de cette activité physique, qui ne saurait se modifier d'elle-même, comme l'activité spirituelle, dépend toujours des autres corps.

Que de cris à l'occasion de quelques erreurs dans les lois de la communication du mouvement et de l'idée qui en est le principe! Ces erreurs que Wren, Wallis, Huyghens, ont chacun de leur côté si aisément corrigées, sont tout, tandis que les lois, qu'ils n'auraient point trouvées, et sans lesquelles ils n'auraient pas eu d'erreurs à redresser, ne sont rien. Si ces erreurs viennent en partie de l'idée qu'il y a toujours la même quantité de mouvement dans le monde, les lois en viennent complétement et ne peuvent venir que de là. Otez ce point fixe, et montrez-moi par où Descartes arrivera à concevoir que le mouvement doit passer d'un corps à l'autre, selon certaines proportions constantes. On trouve la conception hardie. Mais est-elle moins lumineuse? Parce que le mouvement a été créé avec un tout qui ne diminue ni n'augmente, on le voit forcé de se retrouver dans ses innombrables distributions qui dépendent de la grandeur, de la

figure et de la direction des parties de l'étendue, de ne se perdre dans aucune, et de révéler ainsi lui-même ses lois. On doit penser que le mouvement ne périt jamais dans le choc, que lorsqu'il paraît le faire, il se transforme. La troisième loi de Newton, que la réaction est toujours égale et contraire à l'action, n'a point d'autre base.

Êtes-vous curieux de retrouver dans l'antiquité ce puissant *a priori* mécanique? Adressez-vous, non à Leucippe, Démocrite et Epicure, mais à Pythagore et à Platon, qui lui doivent plusieurs des vérités fondamentales de l'astronomie et de la physique. On a soutenu qu'ils les avaient prises dans l'Égypte et dans l'Orient. En ce cas, d'où vient qu'ils n'y auraient pas pris les connaissances géométriques dont elles sont inséparables, et qu'on voit Thalès créer les plus simples, les communiquer aux prêtres égyptiens, être transporté de joie en remarquant que les angles inscrits dans la demi-circonférence sont droits, et, dans son enthousiasme, immoler un bœuf à Jupiter (1)?

Pour arriver à la loi générale de l'union de l'âme et du corps, il fallait passer à la fois par l'inertie de l'une et de l'autre, seul moyen efficace de détruire l'opinion des spiritualistes, que l'âme communiquait de la force au corps, et l'opinion des

(1) *Laërce*, liv. I.

matérialistes que le corps en communiquait à l'âme, et de comprendre que l'âme se borne à exciter la force du corps, et le corps, celle de l'âme. Descartes, tout en laissant quelque activité à l'âme, niait qu'elle en donnât au corps; il la croyait seulement capable de changer la direction du mouvement que celui-ci recevait continuellement de Dieu. Cependant il concluait cette impuissance, moins peut-être de la nature de l'âme, que du principe établi par lui, que la même quantité de mouvement se conserve dans le monde. Malebranche, qui supposait l'âme entièrement passive, enseigne qu'elle ne peut rien sur le corps, non plus que le corps sur elle, et que Dieu, à l'occasion des pensées de l'âme, produit les mouvements dans le corps, et à l'occasion des mouvements du corps, les pensées dans l'âme. Voilà donc l'ancienne erreur de la communication des forces détruite. Il ne s'agit que de parvenir à la doctrine de l'excitation. Leibnitz rend l'activité à l'âme et au corps, mais il les sépare l'un de l'autre, et ne rencontre qu'une partie de la vérité. Le reste peut-être est l'ouvrage de Wolff, qui énonce la loi générale de cette union sous le nom d'harmonie de l'âme et du corps, mais qui l'explique assez obscurément. Elle entraîne une loi générale analogue parmi les corps.

Malebranche prétend que Dieu fait tout dans l'âme, parce qu'il la juge passive; qu'on la recon-

naisse active, et il suivra, non que c'est elle, à son tour, qui fait tout, car elle n'est point cause première, mais qu'elle concourt en tout avec Dieu, et que si elle voit tout en lui, selon Malebranche, elle voit tout en lui et tout en elle, selon la vérité. Telle est la conséquence que tire Leibnitz; elle donne la loi générale de l'union de l'âme avec Dieu, loi qui est le fond de la doctrine platonicienne des idées. Leibnitz est loin cependant de l'avoir clairement exposée, plus loin encore d'en avoir saisi les grandes applications dans leur ensemble. C'est pour l'ignorer que les fabricateurs de systèmes religieux et sociaux, qui depuis cinquante ans ont paru en Europe, sont tombés dans tant d'erreurs et quelquefois d'extravagances.

Aux lois générales dont nous avons parlé jusqu'ici et qui appartiennent à l'ordre physique et à l'ordre moral de la nature, Malebranche joint les lois générales de l'ordre surnaturel de la grâce. Elles président à la réparation de l'homme déchu, et règlent l'action intérieure et immédiate de Jésus-Christ sur lui pour le purifier et le fortifier, et l'action extérieure et médiate qu'il exerce dans le même but, au moyen du sacerdoce. Il est évident que Malebranche ne devait point les admettre d'après son principe que Dieu fait tout en nous, principe qui abolit la différence du naturel et du surnaturel, et que c'est une heureuse inconsé-

quence qui le porte à compléter le système des lois générales qui gouvernent la terre et le ciel, le temps et l'éternité. Il aime à montrer que de leur accomplissement vient toute la perfection, toute la beauté par laquelle la sagesse divine s'étale dans la création, et que l'ordre universel résulte de la plus admirable combinaison de l'ordre physique avec l'ordre moral de la nature, et de l'un et de l'autre avec l'ordre surnaturel de la grâce.

A la place *d'ordre physique*, Leibnitz met : *règne des causes efficientes ;* à la place *d'ordre moral : règne des causes finales ;* à la place *d'ordre de la grâce : règne de la grâce*, et à la place de *causes occasionnelles* et de *combinaisons : harmonie préétablie ;* en sorte qu'au-dessus de l'harmonie préétablie entre l'âme et le corps, s'élève l'harmonie préétablie entre le règne naturel des causes efficientes et le règne naturel des causes finales ; et au-dessus de celle-ci, l'harmonie préétablie entre le règne naturel des causes efficientes et des causes finales et le règne de la grâce, triple harmonie dans ce triple règne, dont l'idée, suivant Leibnitz, exalte mieux que nulle autre la sagesse du Créateur (1). Que Malebranche avouât l'activité

(1) Si Leibnitz ne parle point du règne des causes finales ou de l'ordre moral dans l'harmonie préétablie entre le règne de la nature et celui de la grâce, si par règne de la natu e il n'entend que l'ordre physique (*Op.*, t. II, p. 27, art. 15 ; p. 31, art. 90, 91, 92), c'est une inconséquence.

des créatures, Leibnitz et lui, l'influence effective qu'elles exercent les unes sur les autres, particulièrement l'âme sur le corps et le corps sur l'âme; qu'ils se garantissent de l'optimisme, et leurs théories seraient aussi pleines de vérité que de grandeur; seulement Malebranche aurait le mérite de la priorité, et il faudrait rapporter à Descartes celui de les avoir lancés tous deux, et l'un par l'autre, dans ces contemplations ineffables. Cependant il leur a manqué de les étendre à la société, où la combinaison de ces trois ordres, l'harmonie de ces trois règnes, est bien plus sensible qu'ailleurs pour qui sait l'y voir, et de démêler la loi générale par laquelle marchent les choses humaines.

Continuons de voir les effets de l'*a priori* et des lois générales. En même temps que Descartes, Fermat découvre l'application de l'algèbre à la géométrie, mais si informe que, pour exister réellement, elle demanderait un second inventeur. Les équations de la ligne droite, du cercle, de l'ellipse, de la parabole, de l'hyperbole qu'il donne, les expressions des points d'intersection du cercle et de la parabole, de la parabole et de l'hyperbole, qu'il indique, ne sont que des résultats bruts, sans liaison, sans discussion propre à guider celui qui désirerait aller plus loin, enfin sans aucun procédé indépendant de ces cas particuliers. Descartes, au

contraire, nous montre ces équations renfermées dans l'équation générale du second degré à deux variables, laquelle les donne selon la valeur et les signes de ses coefficients; il explique comment la nature des courbes que nous appelons aujourd'hui algébrique, peut toujours s'exprimer en équation; il produit la méthode dans sa perfection, et par plusieurs applications, il fait voir qu'il la manie avec toute la supériorité du plus grand maître.

Fermat touche aussi au calcul différentiel, et ce ne sont encore que des résultats bruts. Il détermine les *maxima* et les *minima* pour les points de tangence, pour le rapport des sinus de l'angle d'incidence et de l'angle de réfraction dans la lumière. Rien non plus ici hors de ces cas particuliers. La théorié et l'algorithme ou symbole appartiennent à Leibnitz.

On pourrait dire avec la même raison que Fermat a fait ces deux découvertes, et qu'il ne les a pas faites. Il les a faites, puisqu'elles se trouvent dans les questions qu'il traite; il ne les a pas faites, puisqu'on n'y aperçoit aucune marche générale. Est-ce faute de génie mathématique? Jamais homme peut-être n'en eut autant; mais le génie mathématique par lui-même ne saurait s'élever au-dessus de l'empirisme. Supposez à Fermat le génie métaphysique, qui est celui des principes, il sera à la fois le Descartes et le Leibnitz des mathématiques;

il sera plus, car il a de plus qu'eux la science des nombres premiers, dans laquelle probablement il n'a point encore trouvé d'égal.

Newton tente d'aller en avant dans le calcul différentiel. L'invention préparatoire existe; il ne reste qu'à l'ériger en méthode : il semble qu'il devrait réussir. Aussi peu métaphysicien que Fermat, il échoue, et n'en présente qu'un simulacre empirique auquel, en se traînant sur Barrow, il mêle l'élément étranger du mouvement, qui altère et rétrécit la conception originelle. L'espèce de calcul généralisé qu'on aperçoit est tourmenté et il n'éclaire point.

Voici le premier exemple du traité des *Fluxions*.

Soit	x^3	$-ax^2$	$+axy$	$-y^3$	$-y^3$	$+axy$	$-ax^3$ $+x^3$
multipliez par	$\frac{3\dot{x}}{x}$;	$\frac{2\dot{x}}{x}$;	$\frac{\dot{x}}{x}$;	0	$\frac{3\dot{y}}{y}$;	$\frac{\dot{y}}{y}$;	0
Vous aurez :	$3\dot{x}x^2$	$-2ax\dot{x}$	$+a\dot{x}y$		$-3\dot{y}y^2$	$+a\dot{y}x$.	

La somme des produits est $3\dot{x}x^2 - 2ax\dot{x} + a\dot{x}y - 3\dot{y}y^2 + a\dot{y}x$.
Égalant à zéro, on a $\dot{x} : \dot{y} :: 3y^2 - ax : 3x^2 - 2ax + ay$.

Pour remonter des fluxions aux fluentes, il divise. Or, pourquoi ces multiplications et ces divisions? voit-on qu'elles aient trait aux rapports qu'il faut trouver? On ne sait où l'auteur est allé chercher des opérations si détournées, et si peu naturelles.

Que dire de ces points pour désigner les *fluxions* ou différentielles? Peut-on imaginer rien de plus arbitraire et de plus insignifiant? Les gens simples qui ignorent l'écriture, ne marquent pas autrement leurs souvenirs. Au chapitre des mathématiques nous avons développé avec quel bonheur le symbole *d* est adapté à ces quantités, avec quelle exactitude, il exprime leur nature et la marche de l'opération.

Cependant avec Leibnitz périt en Europe le dernier soutien de la métaphysique. A Bacon, Gassendi, Hobbes, Locke, qui en sont les fléaux, succède Condillac, le plus funeste de tous par la suite qui règne dans ses idées, par la clarté populaire de son style, et par cette suffisance dédaigneuse qui permet d'afficher dans l'ignorance, une glorieuse supériorité de lumières, en repoussant avec mépris ce qui exigerait, pour être entendu, de longs et infatigables efforts.

Eh bien! la méthode différentielle a cessé d'être comprise, on en dénature les principes, on en rejette le symbole. Et qui se rend coupable de cette dégradation? celui précisément qui vient de révéler un secret admirable de cette méthode, l'auteur du *Calcul des Variations*. Il veut en écarter « l'espèce de métaphysique qu'on est obligé d'y employer, et qui est, sinon contraire, *du moins étrangère* à l'esprit de l'analyse qui ne doit avoir

d'autre *métaphysique* que celle qui consiste dans les premiers principes et dans les premières opérations fondamentales du calcul (1). » Ceci est net et n'a pas besoin de commentaire. Par l'espèce de métaphysique dont Lagrange croit pouvoir se passer et qu'il juge étrangère à l'esprit de l'analyse, il entend l'idée de l'infini. En effet, suivant la doctrine sensualiste de Condillac, cette idée, n'ayant aucune réalité, ne peut qu'obscurcir les notions où elle se mêlerait, et c'est un progrès de la bannir de partout où l'on aspire à la clarté. Mais dans l'immuable vérité des choses, cette idée, la plus réelle de toutes, forme l'essence du calcul différentiel, que pour cela on appelle quelquefois calcul de l'infini ou infinitésimal; et comme il est rarement donné au génie de se jouer du principe connu et proclamé d'une science, Lagrange qui, dans la *Théorie des fonctions analytiques* et dans les *Leçons sur le calcul des fonctions*, s'efforce de répudier la méthode différentielle, l'emploie cependant dans la *Mécanique analytique* et ailleurs, et par son exemple il en confirme la nécessité et l'excellence. A qui sont dues, dans l'antiquité, les découvertes mathématiques fécondes, qu'à Pythagore, Platon et leurs disciples?

Selon M. Biot, la métaphysique de l'esprit de

(1) *Leçons sur le calcul des fonctions*, nouv. édit., 1806, p. 2.

Descartes lui fut singulièrement utile dans l'invention de la géométrie analytique et dans celle des exposants substitués aux lettres *q* ou *c*, qu'on mettait au haut de la quantité pour indiquer le carré ou le cube, substitution dont il fait sentir avec force l'extrême importance. Néanmoins il s'étonne que Descartes « attachât plus de prix aux spéculations métaphysiques qu'aux méthodes géométriques dont il était l'inventeur; il assure que la postérité a renversé ce jugement, et qu'elle a vu dans les travaux géométriques de Descartes la plus belle preuve de son génie (1). » Pourquoi, entre ses œuvres, Descartes n'aurait-il pas préféré celles qui étaient le principe de toutes les autres? Quant au jugement renversé par la postérité, cela est vrai de la postérité de Bacon, de Locke et de Condillac; mais cette postérité n'est pas tout à fait celle de l'esprit humain, et elle revendiquerait inutilement M. Biot, lorsqu'il obéit à ses inspirations naturelles.

Ce bonheur lui arrive aussi lorsqu'il fait ressortir l'immense avantage de la méthode différentielle de Leibnitz sur la méthode fluxionnelle de Newton, sous le rapport de l'algorithme et sous celui de la considération des infiniment petits ou de l'infini, et qu'il montre Leibnitz se préparant dès l'âge de vingt ans à cette découverte, par ses

(1) *Biog. univ.*, art. Desc., t. XI, p. 147 et 148.

recherches dans l'art combinatoire, c'est-à-dire, par ses spéculations dans le genre des cabalistes. M. Biot a dû remarquer encore l'influence de la métaphysique en lui touchant la force vive. Telle que Huyghens l'avait trouvée dans la solution du problème des centres d'oscillation, elle n'était regardée, et Lagrange en fait la remarque (1), que comme un simple théorème de mécanique. C'est Leibnitz qui dévoile en elle une loi générale de la nature. Quoique dans la *Courte démonstration d'une erreur mémorable de Descartes* sur la conservation de la même quantité de mouvement, il se serve, comme Huyghens, des espaces proportionnels aux carrés des vitesses, de Galilée, il est clair que cette loi est à ses yeux la conséquence de l'activité essentielle qu'il attribue aux corps, d'après laquelle il distingue la force d'avec le mouvement, la puissance d'agir d'avec l'action. Or, la puissance d'agir est la différentielle de la fonction dont le mouvement ou la vitesse est l'intégrale.

M. Biot, après Montucla (2) et d'autres écrivains, se confond d'étonnement « de ce que Descartes ne sentit jamais le mérite de Galilée; et cela seul prouverait, ajoute-t-il, qu'admirable dans la géométrie, il n'a pas connu la véritable méthode qui

(1) *Mécan. analyt.*, édit. 1re, p. 183.
(2) *Hist. des math.*, t. II, p. 199.

peut seule avancer la physique (1). » Examinons ces reproches. Mais d'abord il faut voir comment Descartes parle de Galilée. « Je trouve en général, dit-il, qu'il philosophe beaucoup mieux que le vulgaire, en ce qu'il quitte le plus qu'il peut les erreurs de l'école, et tâche à examiner les matières physiques par des raisons mathématiques. En cela je m'accorde entièrement avec lui, et je tiens qu'il n'y a point d'autre moyen pour trouver la vérité. Mais il me semble qu'il manque beaucoup, en ce qu'il ne fait que des digressions, et ne s'arrête point à expliquer suffisamment aucunes matières; ce qui montre qu'il ne les a point toutes examinées par ordre, et que, sans avoir considéré les premières causes de la nature, il a seulement cherché les raisons de quelques effets particuliers, et ainsi qu'il a bâti sans fondement. Or, d'autant que sa façon de philosopher est plus proche de la vraie, d'autant peut-on plus aisément connaître ses fautes, ainsi qu'on peut mieux dire quand s'égarent ceux qui suivent quelquefois le droit chemin, que quand s'égarent ceux qui n'y entrent jamais (2). » Aux yeux de ceux qui connaissent un peu Galilée, il n'est pas trop mal apprécié dans ce jugement général. Il est certain qu'il *tâche d'exa-*

(1) *Biog. univ.*, art. Desc., t. XI, p. 146.
(2) *Œuv. de Desc.*, t. VII, p. 134.

miner les matières physiques par des raisons mathématiques, mais que, *n'ayant point considéré les premières causes de la nature*, c'est-à-dire, selon Descartes, son mécanisme entier, et s'étant borné à chercher les raisons de quelques effets particuliers, c'est-à-dire quelque portion de ce mécanisme, *il a bâti sans fondement*, ce que Descartes montre par des exemples.

La découverte capitale de Galilée dans ces matières, celle dont les autres ne sont que des conséquences, c'est la loi du mouvement uniformément accéléré. Cette loi, qui est l'âme de la dynamique et sert à déterminer la loi du mouvement varié, bien qu'il n'en soit qu'un cas particulier, cette loi si importante aujourd'hui que la science du mouvement est formée, n'avait alors de prix que par rapport à la chute des graves, avec laquelle elle s'identifiait dans l'esprit de Galilée et de Descartes. Or, à cet égard elle est fausse, ayant été établie sur l'hypothèse que la pesanteur est constante, non pas seulement, comme le suppose Montucla (1), à de très-petites distances de la terre, mais à toutes, puisque Galilée calcule, d'après cette loi, le temps qu'un globe de fer mettrait pour venir de la lune au centre de la terre (2). Voilà pourquoi Des-

(1) *Hist. des math*, t. II, p. 192.
(2) *Dialogus de systemate mundi*, 1641, p. 164.

cartes la désapprouve. « Galilée, dit-il, suppose que la vitesse des poids qui descendent s'augmente toujours également, ce que j'ai autrefois cru comme lui; mais je crois maintenant savoir par démonstration qu'il n'est pas vrai (1). » L'entendez-vous? il a cru autrefois comme lui; mais maintenant il lui est démontré que ce n'est point vrai. Effectivement, d'après les tourbillons comme d'après la nature, la pesanteur varie. Ainsi Descartes avait trouvé la loi du mouvement uniformément accéléré (2), pendant qu'il était dans l'erreur de Galilée; mais parce qu'il a reconnu cette erreur, il condamne la loi. Qui blâmerons-nous? personne.

Sans l'hypothèse que la gravité est constante, la loi ne serait point démêlée. Il faut supprimer la croyance à la variation qui complique trop la question, tout comme il a fallu que Descartes supprimât l'activité dans l'univers, pour démêler le mé-

(1) *OEuv.*, t. VII, p. 441.

(2) Cette découverte de Galilée ayant été le prétexte de tant de déclamations contre Descartes, comme s'il ne l'eût pas aussi faite de son côté, nous allons citer en entier le passage qui établit ses droits. « Le sieur *Beecman*, écrit-il à Mersenne, vint ici samedi soir, qui me prêta le livre de Galilée, et il l'a remporté ce matin, en sorte que je ne l'ai eu entre les mains que trente heures. Je n'ai pas laissé de le feuilleter tout entier, et je trouve qu'il philosophe assez bien du mouvement, non pas toutefois que j'approuve que fort peu de ce qu'il en dit; mais, autant que j'en ai pu voir, il manque plus en ce où il suit les opinions déjà reçues, qu'en ce où il s'en éloigne... Je n'ai pas laissé d'y remarquer par-ci, par-là quelques-unes de mes pen-

canisme qu'elle dérobait à notre faible intelligence. Dans la solution de ces solennels problèmes, l'esprit humain fait à son insu, ce qu'il fait sciemment pour des questions ordinaires de mathématiques, dans lesquelles il omet une ou plusieurs circonstances afin de simplifier, puis il les introduit dans les formules trouvées, qu'il modifie en conséquence.

Dès qu'il était presque immanquable que, pour obtenir la loi, on se tromperait, n'imputons point à Galilée son erreur, réjouissons-nous plutôt qu'il l'ait commise; mais pourrions-nous reprocher à Descartes de l'avoir aperçue? Regrettons seulement qu'il ne l'ait point séparée du fait de la chute des graves. Pour cela il aurait fallu qu'il en vît l'usage ailleurs, ou plutôt qu'il créât la dynamique rationnelle.

Maintenant y a-t-il donc lieu de se tant étonner que Descartes dise, en parlant de Galilée, qu'il « ne

sées, comme entre autres, deux que je crois vous avoir écrites, à savoir que les espaces que parcourent les corps pesants qui descendent, sont l'un à l'autre comme les carrés des temps qu'ils emploient à descendre... ce n'est jamais entièrement vrai, comme il pense le démontrer. La seconde est, que les tours et retours d'une même corde se font tous à peu près en pareil temps, encore qu'ils puissent être beaucoup plus grands les uns que les autres. » T. VI, p. 248.

Cette lettre est du 14 août 1634, par conséquent quatre ans avant la publication de l'ouvrage de Galilée, qui ne parut qu'en 1638. Mais on sait qu'il courait un manuscrit, et ce n'est qu'un manuscrit que Descartes a pu feuilleter. On voit qu'il avait aussi aperçu l'isochronisme des oscillations du pendule.

voit rien en ses livres qui lui fasse envie, ni presque rien qu'il voulût avouer pour sien (1). » Ce langage prouve-t-il bien qu'il n'a pas connu la vraie méthode, qui seule peut avancer la physique ? M. Biot ne le pense pas toujours; car, suivant lui, « Descartes inventa cette méthode d'examen et de doute, qui est devenue depuis le principe de toutes nos connaissances positives (2), » parmi lesquelles M. Biot place sans doute la physique ; et plus loin : « Descartes ramène avec beaucoup de sagacité la cause des couleurs à un autre phénomène plus simple, celui de la décomposition de la lumière par le prisme, et il montre le rapport intime de ces deux dispersions. Voilà la véritable physique mathématique, celle qui ramène les faits à d'autres faits par le calcul, indépendamment de toute hypothèse, et qui les rattache ainsi les uns aux autres par des nœuds indissolubles. Quel dommage qu'un si grand génie n'ait pas senti, par ses succès mêmes, les avantages d'une pareille méthode, et que dans tout le reste de ses recherches, il se soit presque toujours abandonné à des hypothèses incohérentes et invraisemblables qui doivent surtout frapper d'étonnement ceux qui sont le plus portés à l'admirer (3)! » De l'aveu de M. Biot, Descartes connut donc la *vé-*

(1) T. VII, p. 443.
(2) *Biog. univ.*, t. XI, p. 145.
(3) *Ibid.*, p. 149.

ritable méthode, qui seule peut avancer la physique, et l'on doit s'étonner qu'un critique aussi pénétrant ne comprenne pas que l'idée admirable de ramener la cause des couleurs à la décomposition de la lumière par le prisme, idée qu'il admire surtout, parce qu'il la croit exempte d'hypothèse, soit justement chez Descartes le fruit de son hypothèse sur la lumière. Pour songer que la lumière se décompose de la même façon dans le prisme et dans l'arc-en-ciel, d'abord il faut savoir qu'elle est décomposable, ensuite l'avoir décomposée, et enfin savoir encore que cette décomposition est celle du mouvement ordinaire des corps : trois choses qui se rencontrent dans la manière dont Descartes suppose que la lumière se produit, et qu'il n'aurait pas imaginées sans cette supposition.

Avant M. Biot, Montucla avait aussi gémi sur le penchant incurable de Descartes aux hypothèses. « Nous ne doutons, dit-il, en aucune manière qu'il n'eût parfaitement réussi à démêler les vraies lois de la communication du mouvement, s'il n'eût été préoccupé de l'idée de les faire cadrer avec son système général. » Fort bien ; mais pour démêler ces véritables lois, il fallait comprendre qu'il y avait des lois : l'aurait-il fait sans son système ? « On ne peut trop regretter, poursuit Montucla, qu'il ait embrassé un plan aussi vaste. S'il se fût adonné

uniquement à perfectionner les diverses branches de la physique, il n'en est aucune dans laquelle il n'eût porté une lumière éclatante, car l'unique source de ses erreurs est l'esprit systématique, auquel il se livra avec trop de confiance, et sans consulter assez l'expérience (1). » Quel dommage, s'écriait plus haut M. Biot, que Descartes n'ait pas senti, par ses succès mêmes, les avantages de la méthode expérimentale! C'est comme si l'un et l'autre disaient : Combien il est déplorable que Descartes ait consumé son temps à créer des systèmes, au lieu de se livrer à des recherches expérimentales dont il n'aurait jamais eu l'idée sans ses systèmes, lesquels, du reste, ont provoqué les recherches de ses successeurs et élevé l'esprit humain aux conceptions des grandes lois de la nature et des grands procédés dans les mathématiques et dans toutes les sciences! Pour nous, nous trouvons que Descartes a trop fait d'expériences; que les dissections anatomiques, par exemple, lui ont dévoré un temps précieux, et même la vie, car c'est probablement dans l'idée de soumettre au scalpel une ménagerie entière, qu'il s'est déterminé à aller en Suède. Sur la fin de son *Discours sur la Méthode* (2), il fait appel aux expérimentateurs,

(1) *Hist. des Math.*, t. II, p. 213, 455.
(2) *Œuv.*, t. I, p. 194.

mais il montre en même temps la difficulté d'obtenir de bonnes expériences (1).

Laplace éprouve cette répugnance pour les conceptions *a priori*. « Les philosophes de l'antiquité, selon lui, se plaçant à la source de tout, imaginèrent des causes générales pour tout expliquer. Leur méthode, qui n'avait enfanté que de vains systèmes, n'eut pas plus de succès entre les mains de Descartes. Leibnitz, Malebranche et d'autres philosophes l'employèrent avec aussi peu d'avantages (2). » Que conclure, sinon que l'auteur, très-capable de penser par lui-même, se laisse aller à répéter les vieilles et ineptes déclamations de Voltaire dans ses prétendus *Éléments de la philosophie newtonienne*. Du reste, Laplace, comme s'il ne portait aucune attention à ses paroles, attribue, dans le même ouvrage, la vraie idée du système du monde à Pythagore, qui, certes, ne la devait pas à l'expérience, et dit que c'est à ses analogies mystérieuses sur les nombres, que Képler fut redevable d'une de ses plus belles lois. Il ajoute : « Impatient de connaître la cause des phénomènes, le savant, doué d'une imagination vive, l'entrevoit souvent avant que les observations aient pu l'y conduire. Sans doute il est plus sûr de remonter des phénomènes aux causes, mais l'histoire

(1) *Ibid.*, p. 205.

(2) *Expos. du syst. du monde*, t. II, p. 407.

des sciences nous montre que cette marche lente et pénible n'a pas toujours été celle des inventeurs (1). » Ainsi l'auteur avoue que l'histoire est contraire à ses préjugés.

Malgré soi, on est tenté de sourire, lorsqu'à la fin du livre des *Principes*, on entend Newton s'écrier d'un ton magistralement dédaigneux pour Descartes : Moi, je ne fais pas d'hypothèses, *non fingo hypotheses*. Et le moyen qu'il en fît dans ce problème mathématique auquel les efforts de ses prédécesseurs ont ramené le système du monde, et que le dernier venu d'entre eux le sollicite à résoudre, pendant qu'il n'y songe pas (2)? Hooke, persuadé que les mouvements planétaires résultent d'une force agissant en raison inverse du carré de la distance, pense que le mouvement des projectiles autour de la terre doit être elliptique, puisque celui des planètes l'est, d'après les observations; il désire que Newton l'examine par le calcul. Newton trouve qu'en effet la trajectoire est une section conique, et il ne reste que l'application aux phénomènes célestes. Vraiment, il serait curieux qu'il fît là des hypothèses! Mais s'il ne lui est point possible d'en mettre dans le calcul, il en forge en dehors, et elles sont étranges. Je me trompe : il

(1) *Ibid.*, liv. V, ch. IV.
(2) *Vie de Newt. Opusc.*, t. I, p. 25.

n'en fait point, il les pille, un lambeau à droite, un lambeau à gauche, et les rattache entre elles, ou à des vérités démontrées, de la plus bizarre façon.

Il prend à Épicure le vide et les atomes, qu'il associe à l'existence de Dieu, faisant du vide ou de l'espace son sensorium. « Tout l'artifice de l'univers ne peut être que l'effet de la sagesse et de l'intelligence d'un agent puissant et toujours vivant, qui, présent partout, est plus capable de mouvoir les corps dans son *sensorium* uniforme et infini, *omnia in infinito uniformi suo sensorio movere*, et par ce moyen de former et reformer les parties de l'univers, que nous ne le sommes par notre volonté de mettre en mouvement les parties de notre corps (1). » Il fallait à Leibnitz tout son flegme allemand, pour combattre sérieusement une pareille imagination. A part ce sensorium si risible, ce cerveau de Dieu, où Dieu loge et remue les corps, le vide est ici une absurdité gratuite. Il se conçoit chez Épicure, Démocrite et Leucippe. Otez Dieu, et si vous ne pouvez consentir avec Gorgias qu'il n'y ait rien, ou avec Protagoras qu'il n'y ait que des apparences, alors un espace, un vide éternel, infini, est ce qui vous repose le mieux la pensée, dont, quoi qu'on fasse, on ne saurait entièrement extir-

(1) *Optique*, t. II, p. 578; trad. de Coste, 1720, Amsterdam. — Trad. lat. de Clarke, 1740, p. 328, quest. 31.

per la notion d'éternel, d'infini, d'inengendré. Admettez-vous Dieu, vous trouverez en lui l'éternel, l'infini, l'incréé véritables. Mais où mettre l'espace vide? Selon Clarke parlant pour Newton, « l'espace n'est pas une substance, un être éternel, infini, mais une propriété, ou une suite de l'existence d'un être infini et éternel. L'espace infini est l'immensité; mais l'immensité n'est pas Dieu; donc l'espace infini n'est pas Dieu (1). » N'étant ni Dieu, ni un être, une substance qui n'est pas Dieu, qu'est-il donc? Si vous distinguiez avec Malebranche deux espaces ou étendues, l'une intelligible, l'autre matérielle, si vous nous disiez avec lui, que l'étendue intelligible est éternelle, immense, nécessaire, que c'est l'immensité de l'être divin, en tant que représentatif d'une matière, c'est-à-dire, en tant qu'il est l'idée intelligible d'une infinité de mondes possibles; et que l'espace ou l'étendue matérielle est créée, contingente, qu'elle a des bornes, que c'est d'elle que le monde est formé (2), on vous comprendrait. Mais que deviendrait votre espace, qui n'est rien de semblable?

Newton croit les atomes nécessaires, afin de rendre la nature des êtres corporels, stable, et d'empêcher qu'elle ne s'altère. Par exemple, « l'eau

(1) *Op. Leib.*, t. II, p. 125, art. 3.

(2) *Médit.* IX, art. 9 et 10. — *Ent. mét.*, VIII, 8.

et la terre, composées de vieilles particules usées et de fragments de ces particules, ne seraient pas à présent de la même nature et contexture que l'eau et la terre qui auraient été composées au commencement de particules entières (1). » C'est effectivement dans le but de prévenir la corruption et l'anéantissement des choses que les molécules infrangibles furent imaginées, et Descartes n'y avait point assez pourvu par la supposition que la figure, la grosseur et le mouvement des particules élémentaires, se trouvent dans une dépendance telle qu'ils doivent rester dans le même état. Mais où découvrir les atomes pour arrêter la dissolution? Qui m'assure que les parties des corps, c'est-à-dire de l'étendue, divisibles jusqu'à un degré, cessent tout d'un coup de l'être; qu'il n'y a plus composition dans les corps, et que la nature finit à nos pieds? Le contraire n'est-il pas certain? Pourquoi recourir à cette absurdité pour corriger Descartes? Pourquoi, à l'exemple de Leibnitz, ne pas sortir du pur mécanisme, en attribuant l'activité aux corps? Alors divisez-les, subdivisez-les autant que vous voudrez, la forme et les propriétés essentielles subsisteront dans chaque partie, en vertu de l'énergie qui s'y trouvera toujours pour les retenir. Cette division, qui ne pourrait s'effectuer dans les

(1) *Optique*, t. II, p. 574, quest. 31.

corps organisés sans les détruire, y sera cependant, parce que chacun en renfermera d'autres plus petits à l'infini.

D'après Newton, la lumière ne consiste point dans une simple pression, mais dans un mouvement actuel (1). Soit. Huyghens, qui modifie un peu Descartes, la présente en effet comme le résultat d'un mouvement; et voilà le système des ondes. Pour Newton, ce progrès est trop fort. Il prend chez Épicure l'émission, dont Euler a fait une si éclatante justice (2); il prend en même temps à Descartes sa matière subtile, à laquelle il donne le nom d'éther, et peu d'accord avec soi, il enseigne, tantôt que la vision est produite par les vibrations que les émanations excitent dans ce fluide (3), tantôt par les émanations mêmes (4).

Il emploie le même éther à expliquer l'attraction; mais, ne lui attribuant sous ce rapport que la fonction de pousser les planètes vers le soleil, et les satellites vers leurs planètes, il faut de plus une force d'impulsion primitive, comme si Dieu, ainsi qu'un joueur de boules, avait des deux mains lancé les corps célestes dans l'espace. Que devient l'admirable unité des tourbillons, dans lesquels, de l'im-

(1) *Ibid.*, p. 512, quest. 28.

(2) *Lettres à une princesse d'Allemagne, sur différentes questions de physique et de philosophie*, lett. 17 et suiv.

(3) *Opt.*, p. 499, quest. 23.

(4) *Ibid.*, p. 485, quest. 12.

pulsion communiquée à l'origine par le Créateur, naît le mouvement curviligne, et de ce mouvement la force centrifuge et la force centripète?

Ce qui précède suffit pour prouver que Newton n'est pas aussi ennemi des hypothèses qu'il veut le laisser croire, qu'il en débite d'étranges, et combien pourtant il a raison de dire qu'il n'en fait pas. Avec ce dédain affecté pour les hypothèses, il imagine se placer au-dessus de tout ce qu'il y a d'éminent dans le monde, *créer le plus bel ouvrage qui soit sorti de la main d'un homme*, comme parle Bailly (1), et paraître *le plus grand génie de son temps et de tous les siècles*, comme l'appelle M. Biot (2); lorsqu'au contraire le haut génie, créateur, ou rénovateur des connaissances, a toujours éclaté par la féconde audace des hypothèses. Le propre du génie, c'est de découvrir, et il ne se découvre rien d'essentiel dans la nature, qui ne soit le fruit de l'hypothèse, ni dans aucune science, qui ne soit le fruit du génie hypothétique. L'hypothèse, j'entends celle qui porte dans son sein de puissantes vérités, l'hypothèse n'est que l'élancement du génie vers les principes. Qui a décomposé la lumière? On dit, ou plutôt on préconise que c'est Newton, car c'est une acclamation, une

(1) *Hist. de l'ast. mod.*, t. III, p. 141. — Laplace s'est fait l'écho de Bailly, *Syst. du monde*, liv. V, ch. v.

(2) *Biog. univ.*, art. Leibnitz, t. XXIII, p. 626.

hymne, comme s'il avait déployé une sagacité surhumaine. Est-ce lui qui, par une explication de la lumière, faisant consister la vision dans une sensation pure, a détruit l'erreur antique et invétérée des couleurs vraies et des couleurs fausses, et rendu manifeste que les couleurs du prisme ne diffèrent point des couleurs de l'arc-en-ciel, ni de celles d'aucun autre objet? Descartes ne s'arrête point, il est vrai, à calculer la déviation de chaque rayon, à les soumettre au prisme, pour savoir s'ils continuent de produire la même sensation de couleur, à les réunir par une lentille et à les combiner de diverses manières; mais il cherche par quels mouvements ou, comme on dirait aujourd'hui, par quelles vibrations des molécules, l'un cause le phénomène du violet, l'autre celui du rouge, un troisième celui du bleu. Voilà la partie spéculative de la décomposition, celle qui exige l'intelligence haute et inventrice. L'autre est empirique. On doit croire que Newton fut au moins conduit par la réflexion à traiter celle-ci. Eh bien! selon M. Biot, c'est en faisant, par amusement et par hasard, des expériences sur la réfraction de la lumière à travers le prisme (1). Son *optique* offre, si l'on veut, un rare travail, mais auquel, après tout, s'applique la remarque de Lagrange (2) sur Galilée, relative-

(1) *Biog. univ.*, art. Newton, t. XXXI, p. 137.

(2) *Mécan. analyt.*, part. II, sect. I.

ment à la découverte des satellites de Jupiter, des phases de Vénus, des taches du soleil ; il ne fallait que des instruments, de l'assiduité et de la dextérité. « J'ai, dit Fresnel, pour les travaux de Newton et de M. de Laplace, l'admiration la plus vive et la plus sincère : mais je n'admire pas également tout ce qu'ils ont fait, et je ne pense point, par exemple, comme beaucoup de personnes, que l'*Optique* de Newton soit un de ses plus beaux titres de gloire : elle renferme plusieurs graves erreurs, et les vérités qu'elle contient étaient bien moins difficiles à trouver que l'explication mécanique des mouvements célestes (1). » D'ailleurs Newton, comme Galilée, avait une aptitude et un goût naturel et précoce pour la mécanique (2). Nous avons vu le développement de l'analyse transcendante avorter entre ses mains, sa tâche dans le système du monde se réduire au calcul. Quoiqu'il se croie un géant, parce qu'il prétend ne pas faire d'hypothèses, on voit qu'il est d'une taille assez ordinaire, parmi les hommes supérieurs. Que ceux donc qui, terrassés devant la réputation de *ce plus grand génie de son temps et de tous les siècles*, seraient tentés de renoncer à l'usage de la pensée, reprennent courage, il n'a rien qui passe les forces de la nature.

(1) Fresnel, *Acad. des Sciences*, t. VII, p. 50. 1827.
(2) *Biog. univ.*, art. Newton, t. XXXI, p. 128.

Lorsqu'il essaie pour la première fois, sans doute en 1666, de vérifier la loi de l'attraction, il trouve faux pour la lune, c'est-à-dire $\frac{1}{6}$ de trop, parce qu'il emploie une valeur inexacte du méridien; et quoiqu'il rencontre vrai pour les planètes, il n'en abandonne pas moins, à cause de cette légère discordance, l'idée que la loi du carré réciproque aux distances, est universelle. On a voulu lui en faire un prodigieux mérite, et Montucla le qualifie à ce sujet d'homme incomparable (1). Que l'astronomie et Newton lui-même sont heureux que Képler, par exemple, se soit montré incomparable d'une autre manière. Voyez-le au milieu des tribulations d'une vie errante et misérable, étendu sur ses tables presque un demi-siècle, faisant et refaisant des volumes de calculs. Le rapport du cube des distances au carré des temps périodiques, lui coûte dix-huit ans. A force de supputations et de travaux, il arrive à reconnaître que l'orbe de Mars n'est pas circulaire; il le juge ovale, et il se croit au but. Tout à coup, des légions de chiffres se dressent menaçantes. Déchiré de regret, mais transporté d'espérance, il s'écrie : « Tandis que je triomphe de Mars, que je lui prépare les prisons des tables et les chaînes des équations de l'excentrique, on m'annonce de divers côtés que ma victoire est

(1) *Hist. des math.*, t. II, p. 604.

inutile, que la guerre recommence, que l'ennemi a rompu ses chaînes et brisé les portes de sa prison; et peu s'en faut que dans sa fuite, il n'aille se joindre aux autres rebelles et ne me plonge dans le désespoir. Cependant, averti par sa diligence à s'échapper, je remplace aussitôt mes anciennes troupes battues, par des troupes nouvelles; je me mets à sa poursuite et je le ramène enfin soumis (1). » C'est-à-dire qu'il l'enferme dans un orbe elliptique, qui est un ovale particulier. Quant à l'incomparable Newton, il ne s'occupe de sa loi que par hasard et aux sollicitations de Hooke. Est-ce ainsi que marche le génie inventeur? Guidé et comme porté par les instruments et par les formules, Newton attrape quelques grandes vérités d'expérience, ou de calcul, mais point de celles qui tiennent à la contemplation, et qui anticipent sur le calcul comme sur l'expérience. Il se peint luimême en disant que « si ses recherches ont pro-

(1) « Dum in hunc modum de Martis motibus triumpho, eique ut plane devicto, tabularum carceres, et æquationum eccentri compedes necto, diversis nunciatur locis, futilem victoriam, et bellum tota mole recrudescere. Nam domi quidem hostis, ut captivus, contemptus, rupit omnia æquationum vincula, carceresque tabularum effregit... Jamque parum abfuit, quin hostis fugitivus sese cum rebellibus suis conjungeret, meque in desperationem adigeret : nisi raptim nova rationum physicarum subsidia, fusis et palantibus veteribus, submisissem; et qua sese captivus proripuisset, omni diligentia edoctus, vestigiis nulla mora interposita inhæsissem. » *Stella Martis*, cap. LI, p. 246.

duit quelques résultats, ils ne sont dus qu'au travail et à une pensée patiente (1). » Il cesse de s'occuper de sciences à quarante-cinq ans, c'est-à-dire dans l'âge de la force, et il emploie le reste de sa longue vie aux affaires. Une pareille abstinence serait-elle possible à qui brûlerait du feu du génie? Képler en fut consumé. Il ne lui manqua sans doute que de se porter à la métaphysique pour prévenir Descartes. Seul peut-être entre les modernes, il marche environné de découvertes dont ni le soupçon ni le germe ne se trouvent chez les anciens. « Tycho lui conseille de renoncer à ces vaines recherches pour se livrer au calcul des observations. Quel dommage que Képler ait suivi ce conseil en apparence si sage! » dit Delambre, qui s'avise une fois en sa vie d'ouvrir un œil philosophique (2). Son nom, écrit avec les astres dans l'immensité de l'espace, resplendit de leur éclat à travers les âges, ne pouvant pâlir qu'avec eux, et disparaître qu'avec les lois de l'univers, tandis que l'inexorable justice de la postérité, qui s'ouvre maintenant pour Newton, lui enlèvera force rayons d'une gloire usurpée, pour les attacher au front de Descartes.

(1) *Biog. univ.*, art. Newton, t. XXXI, p. 156.
(2) *Hist. de l'ast. mod.*, t. I, p. 350.

CONCLUSION.

Nous voilà au terme de la carrière. Nous avons exploré la plus grande et la plus féconde rénovation philosophique qui ait encore travaillé l'esprit humain. Comme jamais il ne fut aussi énergiquement rappelé à lui-même, jamais il n'expliqua les choses avec un tel succès.

Le rôle de Descartes apparaît dans toute sa grandeur : on le voit conduisant à la conquête de la vérité, l'élite de son siècle et la plus belle partie de la famille des royales intelligences. Quelle merveilleuse et universelle influence ! En est-elle moins vivante pour être quelquefois niée par ceux même qui la subissent? Seuls parmi les plus grands, Bossuet, Arnauld, Malebranche reconnaissent à Descartes sa valeur, et se sauvent de

l'ingratitude. Tant d'autres qui ne lui doivent pas moins, Leibnitz, Newton, Huyghens, Pascal, Locke, cherchent à le déprécier et à dissimuler une gloire qui les importune. Mais ils ont beau vouloir se dérober à Descartes, ils portent son empreinte, si j'ose me permettre cette comparaison, comme l'univers celle de Dieu.

Depuis Socrate et Platon, l'esprit humain se connaissait dans son fond et connaissait les rapports intérieurs, directs qui sont entre lui et Dieu. Il se voyait constitué par des idées générales, dépendantes immédiatement d'idées générales supérieures, constitutives de Dieu ou de l'esprit incréé; mais ces deux ordres d'idées n'avaient pas encore été aussi bien distingués. Peu s'en faut, il est vrai, qu'ils n'échappent à Descartes. Il ne présente que la fin de la troisième *Méditation* et deux passages des *Réponses aux objections*, qui soient favorables à cette distinction. Partout ailleurs il ne s'agit que des idées générales qui sont en nous, erreur que suivent Arnauld et Régis. Quelquefois ces idées ne sont dans l'entendement qu'une simple faculté de les percevoir, erreur qui mène à l'erreur plus grande de les tirer des sens, suivie par Locke. Concentrant l'activité de l'âme dans la volonté, réduisant les corps à l'inertie, supposant que Dieu opère directement en eux tous leurs mouvements, et dans l'âme tout ce qui ne vient pas de l'activité de

la volonté, Descartes va d'un autre côté à établir que Dieu fait tout dans les créatures, erreur que suivent et que complètent Malebranche et Spinosa. Contre cette triple erreur, Leibnitz défend la vérité, qu'il montre plus nettement qu'on eût encore fait. Bossuet la proclame sans se mêler à la polémique. Ainsi, sous ce rapport, la théorie des idées, qui est renouvelée dans l'école cartésienne, en sort pure d'erreur et dans un nouveau jour. Quant à la différence entre les idées de perfection et les idées de grandeur, à leur fondement respectif, à la constitution de la substance, Malebranche seul a quelques vues; mais il ne considère que Dieu. Les autres confondent et dénaturent tout. Cette théorie qui était encore à faire, je l'ai faite.

Descartes assigne les degrés de certitude que comporte l'existence des corps; mais il s'appuie faussement sur l'idée de véracité divine et sur l'idée d'étendue. L'idée de véracité divine induit Malebranche à s'appuyer, non moins faussement, sur la révélation. L'idée d'étendue induit Régis à se persuader, non moins faussement, que la certitude de l'existence des corps est absolument rigoureuse. Leibnitz et surtout Locke enseignent la vérité.

Quoique depuis Socrate et Platon, l'esprit humain se connût dans son fond, il ne s'était point encore distingué du corps avec précision. Il s'attribuait les fonctions sensitives et les fonctions orga-

niques, qui n'appartiennent qu'à celui-ci. Dans l'école cartésienne, il ne lui reconnaît que les fonctions organiques; mais il est mis sur la voie de lui reconnaître les fonctions sensitives, par Leibnitz, qui rend les corps actifs, bien que ce soit d'une activité qui n'affecte point l'ordre sensible ou matériel. Cependant l'influence de l'âme sur le corps et celle du corps sur l'âme, ne sont point saisies. Descartes nie l'influence du corps sur l'âme. Avant lui on avait exagéré celle de l'âme sur le corps : il la réduit à y changer la direction des mouvements volontaires. Malebranche rejette entièrement l'une et l'autre, ainsi que Spinosa. Leibnitz isole l'âme et le corps. Locke paraît croire qu'ils s'influencent mutuellement, mais il ne songe point à déterminer dans quelle mesure. Néanmoins, comme les fonctions propres au corps lui sont en partie avouées, qu'elles se trouvent sur le point de l'être tout à fait, l'influence véritable sera bientôt aperçue. Donc, dans le rapport de l'âme et du corps, l'école cartésienne restitue au corps les fonctions organiques, offre en perspective la restitution prochaine des fonctions sensitives, avec l'influence naturelle de l'âme sur le corps et celle du corps sur l'âme.

En tant que philosophes, Descartes, Régis, Arnauld, ne cherchent aucune cause d'ignorance et de malice dans la chute primitive. Locke n'y voit que la cause de la mort du corps. Spinosa nie cette

chute. Malebranche voit en elle, non-seulement une cause d'ignorance et de malice, mais une nécessité pour la perfection du monde, et même pour sa création, Dieu ne s'étant déterminé à le produire que dans le dessein de l'ennoblir avec l'incarnation du verbe éternel, incarnation amenée par la chute primitive. Bossuet, Fénelon, Leibnitz, Pascal, redressent ces diverses erreurs, et laissent sans reproche l'école cartésienne. Bossuet et Fénelon lui rendent le même service à l'égard de l'optimisme professé par Malebranche et Leibnitz, et qui n'est que la fatalité déguisée; mais par le moyen duquel cependant Malebranche et Leibnitz ont montré la sagesse divine et approfondi ses vues dans la formation et dans le gouvernement de l'univers, dont Descartes semblait l'exclure.

Si Malebranche, qui traite philosophiquement de la grâce, tombe à la fois dans le pélagianisme et dans le jansénisme, Bossuet, Fénelon, Leibnitz le corrigent.

L'erreur de Fénelon sur l'amour de Dieu est dissipée par Bossuet, Malebranche, Leibnitz.

Avant Descartes on employait des âmes pour conduire et pour soutenir le monde physique. Descartes s'élève à l'idée qu'il marche et qu'il se maintient par des lois générales. Ses tourbillons n'ont point de fondements. Mais ils mènent Borelli et Hooke à purger de l'animisme l'attraction képlé-

rienne, à la concevoir comme une propriété générale des corps, et Newton à calculer, par elle, les mouvements célestes. On veut d'abord qu'elle soit entièrement mécanique, c'est-à-dire qu'elle résulte d'une impulsion. Bientôt Roger Côtes la déclare inhérente et essentielle à la matière.

Si Newton croit que le système astromique du monde a besoin d'une réparation surnaturelle périodique, Leibnitz soutient qu'il porte en lui-même ses conditions de stabilité.

Descartes trouve la loi d'inertie, la loi du mouvement en ligne droite, la loi du mouvement en ligne courbe. Que les lois qu'il expose pour la communication du mouvement, pèchent dans quelque cas; Huyghens, Wren, Wallis, présentent les véritables.

C'est pour raisonner juste sur la nature de la pesanteur, qu'il se laisse enlever par Galilée la loi du mouvement uniformément accéléré.

Huyghens et Newton donnent la théorie des forces centrales; Huyghens celles des développées et du pendule.

Descartes démontre, et probablement découvre la loi de la réfraction simple. Il explique l'arc-en-ciel.

Huyghens découvre la loi de la double réfraction, et perfectionne le système des ondes, création de Descartes.

Roemer surprend et calcule la propagation successive de la lumière.

Newton explique les couleurs.

Lui et Leibnitz inventent le calcul différentiel, suite de l'invention de la géométrie analytique, due à Descartes, qui, sans consulter Viète, crée la théorie générale des équations.

Cependant les principes du calcul différentiel restent un problème, dont le premier je donne la solution.

Résumant ce résumé, on voit que parmi tant et de si grandes vérités que l'école cartésienne a mises au jour, et dont nous ne rappelons que les principales, elle a seulement failli dans les substances, n'ayant pas su en pénétrer la constitution ; dans le rapport de l'âme et du corps, ayant laissé à l'âme les fonctions sensitives, qui appartiennent au corps, et annulé l'influence respective qu'ils exercent l'un sur l'autre ; dans le calcul différentiel, ayant confondu le rapport individuel ou algébrique avec le rapport universel ou transcendant. Quoique graves, ces erreurs disparaissent dans cette immensité de découvertes, comme les taches dans le soleil.

FIN DU CARTÉSIANISME.

THÉORIE

DE

LA SUBSTANCE.

THÉORIE DE LA SUBSTANCE.

L'entreprise formée par notre siècle, de tout soumettre au calcul, blesse le sentiment moral et révolte les âmes généreuses. Elles s'indignent qu'on prétende évaluer l'intelligence, la volonté et les actions de l'homme, les lois et les mœurs de la société, comme on évalue les propriétés d'une courbe, le mouvement d'un corps ou d'un système de corps. C'est à leurs yeux le règne de la fatalité et le triomphe du matérialisme.

Cette prétention cependant fut toujours plus ou moins celle des grands philosophes, athlètes naturels du spiritualisme, et celle de la plupart de ses autres défenseurs.

Selon Pythagore, qui le premier éleva la pensée

au-dessus des sensations et des corps, rien qui ne soit fondé avec les nombres, et il définit l'âme un nombre qui se meut de lui-même (1). Platon représente Dieu arrangeant l'univers, créant les éléments et l'âme dans des rapports mathématiques (2). L'âme est pour lui une substance intelligente, qui se meut par elle-même, suivant un nombre harmonique (3). Au huitième livre de *la République*, il emploie l'arithmétique et la géométrie à fixer les époques de la grandeur et de la décadence des empires, et au neuvième, à déterminer le rapport du bonheur du roi et du bonheur du tyran. Il trouve que celui du premier est sept cent vingt-neuf fois plus grand. Pour Plotin, l'entendement est un nombre qui se meut en lui-même (4). D'après saint Augustin, ou il n'y a rien de meilleur et de plus puissant que les uombres dans la raison, ou la raison n'est elle-même qu'un nombre (5). Tous les rapports, dit Descartes, qui peuvent exister entre les êtres d'un même genre se réduisent à deux, l'ordre et la mesure (6), qui, pris en général, sont l'objet des mathématiques (7).

(1) Plut., *Opinions des anciens phil.*, liv. IV, ch. II.
(2) Timée.
(3) Plut., *Opin.*, liv. IV, ch. II.
(4) *En.* 6, liv. VI, ch. IX.
(5) *De l'ordre*, liv. II, art. 48.
(6) Œuv., t. XI, p. 309.
(7) *Ibid.*, p. 223.

Suivant Kircher, le nombre n'est que la raison développée (1). Leibnitz assure que le nombre est comme une certaine figure métaphysique, et l'arithmétique comme une certaine statique de tout, qui servent à sonder les secrets des choses (2). Aujourd'hui, parmi les plus ardents apologistes du christianisme, M. de Bonald prend pour base la proportion mathématique que la cause est au moyen, comme le moyen est à l'effet; il enseigne, par exemple, que Dieu est au Verbe, comme le Verbe est à l'univers (3); et de Maistre signale le nombre en chaque chose (4). Laplace et Poisson vont-ils plus loin en appliquant le calcul des probabilités aux sciences morales, et le premier en assurant que les mouvements de la pensée sont assujettis aux lois de la dynamique (5)? Tous donc se trompent-ils, ou tous ont-ils raison? C'est ce que nous allons examiner.

Quand on pénètre l'intime constitution de la pensée, on voit que dans sa parfaite unité, elle enferme deux parties essentiellement différentes, la vie et la quantité. Par la vie, elle a les idées de ce qui suppose l'énergie, l'indivisibilité, ou qui de

(1) *Arithmologie*, part. I, p. 1. *OEdipe égyptien*, part. II, t. II, p. 6.
(2) A la suite des *Nouv. essais sur l'entend. humain*, p. 535; 1[re] édit.
(3) *Législation primitive*, liv. I, ch. 5.
(4) *Soirées de Saint-Pétersbourg*, t. II, p. 112, 8[e] entretien.
(5) *Essai phil. sur les probabilités*, p. 248; 5[e] édit.

soi ne peut s'évaluer en nombre, comme l'idée elle-même de vie, celle de justice, de vertu, de santé, de beauté. Par la quantité, elle a les idées de ce qui suppose l'inertie, la divisibilité, ou qui peut s'évaluer en nombre, et qui sont celles mêmes de quantité, telles que les idées de longueur, de distance, de succession, de durée. Ces deux genres d'idées, qui les embrassent toutes, Malebranche les appelle fort bien idées de perfection et idées de grandeur (1). Dans les idées de perfection, en effet, il ne s'agit que d'achevé ou d'inachevé, d'accompli ou d'inaccompli, enfin de parfait ou d'imparfait, selon l'énergie originelle du mot parfait, qui veut dire complétement fait, le principe du faire étant la vie, la force. Dans les idées de grandeur il ne s'agit point de perfection, mais de grand et de petit, d'égal et d'inégal. Neuf n'est pas plus parfait que cinq, seulement il est plus grand. Un cercle n'est ni plus ni moins parfait qu'un autre cercle, ni qu'un triangle ou une figure quelconque; mais il est plus grand, plus petit ou égal, abstraction faite de l'incommensurabilité.

Quoique ces deux sortes d'idées soient totalement différentes, elles ne peuvent se produire ni subsister l'une sans l'autre, parce qu'elles sont également essentielles à la pensée, qui s'anéantit si

(1) *Médit. chrét.*, IV et ailleurs.

l'on en retranche une. Otez les idées de perfection, l'idée de l'être, qui est la principale, s'en va, et avec la pensée, dont elle est le fondement, elle emporte toutes les idées et de perfection et de grandeur. Otez les idées de grandeur, les idées d'unité et de nombre s'en vont; avec elles l'idée de l'être, soit contingent, soit nécessaire, car nul être n'est concevable sans l'idée d'un et sans l'idée de trois (1); donc, les idées d'unité et de nombre périssant, l'idée de l'être et la pensée sont anéanties.

Veut-on découvrir encore plus à fond la raison de cette dépendance entre les idées de perfection et les idées de grandeur? Qu'on descende jusqu'à l'élément vie et l'élément quantité, dont elles découlent, et on verra de même ceux-ci inséparables, quoique entièrement distincts. Que la vie disparaisse, et la quantité est incapable de subsister; car l'existence demande quelque activité ou force qui retienne les parties de la quantité et les empêche de se dissoudre successivement, de se séparer à l'infini et de s'annihiler. Que la quantité disparaisse, et la vie n'a point de règle, et s'évanouit dans une invincible indétermination. Elle ne peut se déterminer comme pluralité, puisque de soi elle est indivisible. Elle ne peut se déterminer comme unité, car l'unité implique à la fois union et me-

(1) Voir, pour les développements, la *Théorie de l'infini*.

sure; or, si la vie est le principe de toute union, elle ne l'est point de la mesure, qui ne vient que de la quantité. Ni un, ni plusieurs, qu'est-elle? Donc la vie lie la quantité, et la quantité détermine la vie. La quantité pure, la vie pure, ne se rencontrent nulle part, n'ont de fondement en quoi que ce soit, ne sont qu'une illusion. Point de substance qui ne résulte de leur indispensable union, mais elles varient de nature avec les différents genres d'êtres, spirituelles dans les substances pensantes, physiques dans les autres. Comme on ne spiritualise point la matière, en lui accordant une activité et des forces physiques, on ne matérialise pas davantage l'esprit, en lui attribuant une quantité ou étendue intelligible.

Comment voudrait-on que l'âme, sans la vie, pût avoir avoir les idées de perfection, et sans la quantité, les idées de grandeur? Les idées, considérées en soi, indépendamment de leur perception, que sont-elles, sinon la propriété dont jouit l'âme, d'être la représentation de toutes choses, qui, en dernière analyse, se ramènent aux choses de perfection et aux choses de grandeur? Comment les représenterait-elle, si elle ne renfermait ou, pour mieux dire, si elle n'était rien qui y répondît? Comment verrait-elle en elle-même ce qui est hors d'elle, si elle ne portait point en soi quelque chose d'analogue à ce qui est hors de soi? Ce quelque

chose, qui est l'ensemble des rapports de perfection et des rapports de grandeur, ou la vie et la quantité, voilà ce qui fait la pensée en tant que substance ; ce qui la fait en tant qu'acte ou opération, c'est la perception, la vue qu'elle a, en se repliant sur soi, de ces rapports qui la constituent et forment sa nature.

C'est pourquoi la constitution de la substance a été jusqu'ici méconnue ; on l'a toujours placée exclusivement dans la force, ou dans la quantité. C'est ce qu'on nomme d'un côté, le vitalisme et quelquefois le dynamisme, de l'autre, le mécanisme, qui partagent la philosophie dès son origine. « Nous trouvons, dit Ritter, que les principaux points de vue de la nature, la dynamique et la mécanique, sont déjà fort distincts dans les premiers temps de l'école ionienne, et qu'ils s'avancent toujours parallèlement sans se confondre. Dans l'un marchent Thalès, Anaximène, Diogène d'Apollonie, Héraclite ; dans l'autre Anaximandre, Anaxagore, Archelaüs. L'explication dynamique part de l'idée d'une force vivante, qui varie dans les propriétés et les formes de ses développements. Tout ce qui arrive dans la nature paraît donc explicable, suivant cette méthode, par un changement de force. Au contraire, l'explication mécanique n'admet aucune naissance proprement dite, aucun changement de propriétés ni

de formes, mais prétend tout expliquer par des rapports dans l'espace. Elle suppose par conséquent la matière permanente, changeant de lieu par un mouvement qui survient en elle naturellement, ou qui lui est imprimé du dehors. De là, lorsque ce mode d'explication se produit librement, l'opinion que toute naissance apparente des propriétés et des formes dans la nature devrait s'expliquer par différentes combinaisons que revêtiraient les parties de la matière, douée de propriétés ou de formes primitivement différentes (1). » En écrivant l'histoire de l'école d'Ionie, Ritter montre avec détail comment les choses y sont ainsi considérées tour à tour. L'école d'Italie est pour le mécanisme, mais pour un mécanisme d'un ordre supérieur, parce qu'elle s'attache à la quantité immatérielle, dont il paraîtrait qu'elle se fait une singulière idée, la composant d'unités ou substances indivisibles, actives; en sorte que pour le fond, cette école n'admettrait que la force, et ne serait mathématique que par inconséquence. Celle d'Élée présente la séparation complète des deux doctrines et le terme où elles devaient aboutir en se développant, je veux dire leur commune destruction.

La force et la quantité n'ont pas encore été pro-

(1) *Hist. de la phil.*, t. I, p. 172, trad. de M. Tissot.

fondément sondées. Xénophane, Parménide, Mélisse, Zénon, plongent et s'ensevelissent dans l'une, Leucippe et Démocrite dans l'autre. Mais c'est pour n'y trouver que le néant; car que peuvent être de plus l'unité des premiers et l'atome des seconds? Demandez à ceux-là ce qu'est leur unité, ils vous diront aussitôt tout ce qu'elle n'est pas, la réduiront à l'absence de toute propriété saisissable à l'esprit, et il en résultera qu'elle n'est rien de ce qui est quelque chose. Et qu'est-ce que cet atome par lequel les autres prétendent arrêter la division de la matière? Si la matière consiste dans la quantité seule, qui retiendra ses parties et les contraindra à l'union? Il n'y aurait que la force. Or, la force est exclue..Donc l'atome est une chimère, et la matière, qui alors est toute quantité, obéissant à son essentielle divisibilité, qui la poursuit dans ses moindres parties, se dévore elle-même. Ainsi s'attaquent et se déracinent mutuellement les deux sectes d'Élée, et par leur propre ruine, elles dénoncent l'impossibilité que la quantité et la force subsistent isolées. Platon admet la force et la quantité, mais sans les placer et les fondre l'une dans l'autre. Chez lui la force meut la quantité et ne l'anime point; la quantité est l'instrument de la force et ne la détermine point. Aussi quoiqu'il reconnaisse les nombres et les figures géométri-

ques dans l'entendement divin (1), il ne paraît pas avoir remarqué qu'il y a dans la substance de Dieu une quantité spirituelle, qui est le fondement de ces nombres et de ces figures. Sans nier la quantité, Aristote et les stoïciens cherchent la raison des choses dans la force. Épicure revient à Leucippe et Démocrite. Plotin, saint Augustin, l'école d'Alexandrie, suivent Platon. Descartes et les siens accordent davantage à la quantité, en ne voulant que mécanisme dans les fonctions nutritives. Leibnitz renouvelle la doctrine pythagoricienne, qu'il rend plus explicite. Tout ce qui frappe les sens dans les créatures, se passe mécaniquement, mais n'est qu'apparence; ce qu'il y a de réel et qui ne tombe que sous l'intelligence, est force pure. Ainsi il nie l'étendue matérielle, ce qui n'est pas étonnant, puisqu'il nie l'étendue même. Pour être conséquent jusqu'au bout, il devait rejeter la multitude des forces dont il fait les substances diverses, et ne reconnaître qu'une substance unique, à l'exemple des éléates métaphysiciens. Comment, avec la seule force essentiellement indivisible, peut-il admettre la multitude des choses? Que dis-je? il ne peut pas admettre davantage l'unité ou une chose quelconque. Le vrai interprète de Leib-

(1) *Œuv.*, t. II, p. 453; trad. de M. Cousin.

nitz, c'est Fichte attaquant toute substance, et se précipitant dans l'idéalisme ou le néant absolu.

On voit par là que la dépendance de la force et de la quantité n'a pas encore été comprise, même par ceux qui les confessent et les emploient toutes les deux, puisqu'ils supposent que chacune est substance. Malebranche a failli la saisir, par l'étendue intelligible qu'il met en Dieu. Quoiqu'il dise que c'est l'opinion de saint Augustin et qu'il se défende d'enseigner rien de nouveau, il est clair qu'il y a une différence entre parler seulement, comme saint Augustin, et avant lui Platon, des nombres et des figures éternels qui sont dans la pensée de Dieu, et parler de l'étendue ou quantité, qui est partie intégrante de son être. Dans le premier cas, on s'arrête aux idées de ces nombres et de ces figures et à la pensée qui les contient, au lieu que, dans le second, on va à leur fondement et l'on s'occupe du principe de cette pensée; dans le premier cas, il s'agit de Dieu en tant qu'intelligent, dans le second, de Dieu en tant que substance.

Mais Malebranche laisse échapper la vérité qu'il touche; il semble même ne pas chercher uniquement dans l'étendue la source des idées de grandeur. « Entre les idées intelligibles que renferme le Verbe, il y a, dit-il, des rapports de grandeur et des rapports de perfection. Les rapports de grandeur sont entre les idées des êtres de même na-

ture, comme entre l'idée d'une toise et l'idée d'un pied; et les idées des nombres mesurent ou expriment exactement ces rapports, s'ils ne sont incommensurables. Les rapports de perfection sont entre les idées des êtres ou des manières d'être de nature différente, comme entre le corps et l'esprit, entre la douleur et le plaisir. Mais on ne peut mesurer exactement ces rapports; il suffit seulement que l'on comprenne, par exemple, que l'esprit est plus parfait ou plus noble que le corps, sans savoir exactement de combien(1). »

Oui, ce qui caractérise les idées de grandeur et les idées de perfection, c'est que les objets des premières se mesurent avec des nombres, et que les objets des secondes ne le font pas. Mais si, par idées ou rapports de grandeur, on entend ceux qui sont entre les idées des êtres de même nature, ces rapports se trouveront aussi bien entre l'idée d'un esprit et l'idée d'un esprit, ou entre l'idée d'un plaisir et l'idée d'un plaisir, qu'entre l'idée d'une toise et l'idée d'un pied; d'où il suit que ces rapports ne reposeraient pas sur la quantité seule.

Cependant avec son étendue intelligible, Malebranche résout le premier la grande question de l'espace. Les atomistes enseignaient que l'espace est indépendant des corps; les autres philosophes,

(1) *Médit. chret.*, IV, art. 7.

en général, soutenaient qu'il se confond avec eux, qu'il n'est que leur ensemble. Eh bien! ils avaient tous raison, en ce sens qu'il y a un espace absolu, qui est cette étendue intelligible, et un espace relatif, qui est l'étendue matérielle ou l'univers corporel. Cette solution toutefois n'est pas remarquée. Pourquoi? d'abord, sans doute, parce que Malebranche ne l'offre qu'en passant, pour se laver du reproche de placer dans la nature divine l'étendue corporelle, comme Spinosa ; ensuite parce qu'il ne parle d'étendue spirituelle en Dieu qu'afin d'y montrer les corps représentés, et de pouvoir dire, d'après son système, que c'est là seulement que nous les voyons, car il ne songe point à considérer cette étendue comme nécessaire à la constitution de la substance de Dieu; enfin, parce qu'il ne suppose pas à l'âme une constitution semblable, où entrent et une étendue intelligible et une force spirituelle créées, image de l'étendue intelligible et de la force spirituelle incréées. Il est vrai que, dans ce dernier cas, c'eût été ruiner son opinion que nous ne voyons les choses qu'en Dieu, et établir que nous les voyons aussi en nous-mêmes. Par l'étendue intelligible qui fait partie de notre être, nous concevons l'étendue intelligible qui fait partie de l'être divin, c'est-à-dire cet espace absolu, sujet de si longues contestations.

Quelques années après le livre de Malebranche,

et comme s'il n'avait point paru, les deux partis se combattirent plus violemment que jamais.

Pour Leucippe, Démocrite, Épicure, qui niaient Dieu, l'espace absolu était peu embarrassant; il leur était permis de dire que c'est un être nécessaire, existant par lui même. Mais les théistes seraient tombés dans l'absurdité d'avoir deux êtres nécessaires, indépendants. C'est pourquoi ils voulaient ordinairement que l'espace soit relatif. On se tromperait, si l'on croyait voir l'espace absolu dans la matière de Platon. Peut-être serait-il facile de prouver qu'elle n'est que la possibilité de la création, établie contre les éléates métaphysiciens. Admettons cependant qu'elle ait quelque chose de réel, n'est-il pas évident qu'elle sera épuisée dans l'univers unique et parfait de Platon et s'y fondra complétement?

Newton, pour concilier l'existence de l'espace absolu avec l'existence de Dieu, dit que « Dieu n'est pas l'espace, mais qu'en existant partout il le constitue, de même qu'en durant toujours il constitue la durée (1) ; » et il appelle l'espace le *sensorium* de Dieu (2). Leibnitz l'accuse de matérialisme; Clarke est chargé de le défendre, et il soutient que par *sensorium*, Newton n'a prétendu faire qu'une com-

(1) *Op. Leib.*, t. II, p. 136.
(2) *Ibid.*, p. 112.

paraison (1). Déjà une pareille comparaison serait assez singulière. Mais il est faux que ce soit une comparaison, ni dans l'écrit original, ni dans la traduction latine donnée par Clarke lui-même, il n'y en a pas la moindre trace. Quant au reste, que Dieu n'est pas l'espace, mais qu'il le constitue en existant partout, de même qu'en existant toujours il constitue la durée, Clarke y adhère. « L'espace et la durée sont, dit-il, des suites nécessaires de l'existence de Dieu, sans lesquelles il ne serait point éternel et présent partout. L'immensité ou l'espace est une propriété de l'être immense, comme la durée ou l'éternité est une propriété de l'être éternel (2). » Leibnitz répond : « Si l'espace est l'immensité de Dieu, et la durée son éternité, il faudra donc dire que ce qui est dans l'espace, est dans l'immensité de Dieu et par conséquent dans son essence, et que ce qui est dans le temps est dans l'éternité de Dieu. Si l'espace et la durée sont commensurés avec les corps, l'immensité et l'éternité de Dieu le seront pareillement (3). »

A ces conséquences révoltantes il n'est aucune réplique plausible. Clarke se borne à citer les paroles de saint Paul que *nous avons la vie, le mouvement*

(1) *Ibid.*, p. 111.
(2) *Ibid.*, p. 125, 136 et 177.
(3) *Ibid.*, p. 150, 151.

et l'être en Dieu (1), lesquelles signifient simplement que nous et tous les êtres sommes enveloppés de toutes parts par l'opération conservatrice de Dieu A son tour, il somme Leibnitz de reconnaître un espace absolu, indépendant de l'étendue matérielle, ou d'avouer que l'étendue matérielle est infinie comme Dieu (2). Mais, au lieu de s'appuyer sur l'idée même que nous avons d'une étendue infinie, où il puiserait une force invincible, il demande si l'univers a ou n'a pas de bornes. S'il est borné, ce qui existe au delà prouve l'espace ; s'il est sans bornes, il n'y a point d'espace et la matière qui le remplace est infinie (3). Comme s'il était nécessaire que l'univers fût un infini égal à celui de Dieu, ou qu'il laissât hors de lui un vide, c'est-à-dire, l'espace !

Cette méprise et les difficultés par lesquelles se pressent les deux adversaires, tombent devant la notion que nous donnons de la substance. L'espace absolu que veulent Newton et Clarke étant l'étendue intelligible, increéée, qui entre dans l'être divin, ce n'est point dans cet espace que se meuvent les corps ; il est à l'infini au-dessus d'eux, il n'a aucune mesure commune avec eux, et on ne saurait dire qu'ils sont avec lui dans l'essence de Dieu.

(1) *Ibid.*, p. 175, 176.
(2) *Ibid* , p. 177.
(3) *Ibid.*

Ils se meuvent dans l'étendue matérielle créée, qui forme l'espace relatif. Quoique cet espace soit infiniment plus petit que l'autre, il ne laisse point de vide hors de lui, à moins que par vide on n'entende le néant. C'est l'étendue de la création matérielle, qui est à elle-même son espace, son lieu. Si l'espace intelligible la déborde de toutes parts, c'est dans un ordre supérieur et tout différent. Ainsi on pourrait rejeter l'espace absolu, sans être nullement obligé de supposer l'univers absolu, puisqu'ils sont étrangers l'un à l'autre.

De là l'impossibilité soutenue par Leibnitz, que l'univers éprouve un mouvement qui le déplace. Un tel déplacement serait une création nouvelle. Ce changement de place, possible dans l'hypothèse du vide, ne peut cependant être opéré par l'univers lui-même, puisque dans un système de corps qui ne sont soumis qu'à leurs actions mutuelles, le commun centre de gravité demeure en repos. Il est juste de dire que lorsque Newton et Clarke parlent de la translation de l'univers, ils l'attribuent directement à Dieu.

Outre l'espace relatif, il paraîtrait, par deux endroits de ses *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, que Leibnitz admettait un espace absolu. « L'idée de l'absolu, dit-il, par rapport à l'espace, n'est autre que celle de l'immensité de Dieu (1)...

(1) P. 116.

Par rapport à l'espace, il faut attribuer à Dieu l'immensité, qui donne des parties et de l'ordre à ses opérations immédiates (1). » Comment entend-il cet espace? Est-ce un espace dans lequel se meuvent les corps? On pourrait le croire, puisqu'il donne des parties et de l'ordre aux opérations immédiates de Dieu, dont il forme l'immensité. Alors pourquoi attaquer si vivement Newton? Les objections dont il l'accable ne retombent-elles pas sur lui-même? Cet espace est-il en Dieu sans aucun rapport à la région des corps? Il serait encore permis de le croire, puisqu'il dit que sa vérité et sa réalité sont fondées en Dieu, comme toutes les vérités éternelles (2). Que ce soit le premier ou le second, comme Leibnitz réduit la substance à la force, il reste toujours à savoir sur quoi il le fonde. Chez lui, évidemment toute sorte d'espace est impossible.

Mais qu'on prenne l'espace absolu pour un vide infini dans lequel se meuvent les corps, ou pour l'étendue spirituelle infinie qui est en Dieu, il ne forme point l'immensité divine. Malebranche l'a fort bien aperçu. « Quoi! s'écrie-t-il, vous confondez l'immensité divine avec l'étendue intelligible? Ne voyez-vous pas qu'il y a entre ces deux choses une différence infinie? L'immensité de Dieu,

(1) *Ibid.*, p. 112.
(2) *Ibid.*, p. 107.

c'est sa substance même répandue partout, et partout tout entière, remplissant tous les lieux sans extension locale... L'étendue intelligible n'est que la substance divine, en tant que représentative des corps (1). » Effectivement, Dieu n'est pas immense, parce qu'il est l'infini absolu de l'étendue, car il ne serait immense que par un côté, mais il est immense parce qu'il est aussi l'infini absolu de la puissance, l'infini absolu de la sagesse, l'infini absolu de la justice, l'infini absolu de la bonté, enfin l'infini absolu de toutes les perfections possibles. Réduire son immensité à l'étendue, c'est l'y réduire lui-même. Alors l'étendue perd l'unité substantielle dont elle jouit avec le concours de la force, elle s'anéantit ou dégénère en étendue matérielle, et Dieu n'est plus que la masse de l'univers.

Quant aux atomes, Newton établit, comme Leucippe, Démocrite et Épicure, que sans eux il n'y a rien de constant dans la nature des choses, et Clarke que la matière n'existe point. Mais le raisonnement de celui-ci est fautif. « S'il n'y a point, dit-il, de parties parfaitement solides dans la matière, il n'y a point de matière dans l'univers : car plus on divise et subdivise un corps, pour arriver enfin à des parties parfaitement solides et sans

(1) *Entret. métaph.*, VIII, 8.

pores, plus la proportion que les pores ont à la matière solide de ce corps, plus, dis-je, cette proportion augmente. Si donc, en poussant la division et la subdivision à l'infini, il est impossible d'arriver à des parties parfaitement solides et sans pores, il s'ensuivra que les corps sont uniquement composés de pores, le rapport de ceux-ci aux parties solides, augmentant sans cesse, et par conséquent qu'il n'y a point de matière du tout. Et le raisonnement sera le même, par rapport à la matière dont les espèces particulières des corps sont composées, soit que l'on suppose que les pores sont vides, ou qu'ils sont remplis d'une matière étrangère (1). » Ceci prouve que la matière n'est rien par rapport au vide, auquel l'auteur la compare, et non pas qu'elle n'est rien en elle-même. De ce qu'une bande formée dans l'intérieur d'un angle par une parallèle à l'un de ses côtés, est nulle par rapport à l'espace que l'angle comprend, s'ensuit-il qu'elle soit nulle réellement? Quoique l'argument de Clarke offre quelque ressemblance avec celui de Zénon d'Élée, gardons-nous de les confondre. Zénon attaque la matière réduite à l'étendue, non en la comparant au vide par la divisibilité, mais en soutenant que la divisibilité la dissout actuellement dans ses plus minimes

(1) *Op. Leib.*, t. II, p. 142.

parties. Leibnitz soutient que la matière est divisée et même organisée à l'infini, que vouloir arrêter quelque part la division, c'est choquer la raison et ne point connaître la grandeur et la majesté de l'auteur des choses (1). Mais puisque, à ses yeux, la substance, qu'il appelle monade, n'est que force, il doit dire d'où vient cette division et cet organisme, d'où vient qu'il y a plusieurs substances. Dès que la pensée n'est que force, où a-t-il trouvé les idées de division, d'organisme, de nombre, qui dérivent de la quantité? Est-il possible qu'elle ait des idées d'ailleurs que d'elle-même, que de sa nature? Si donc Leibnitz marchait conséquent, il tomberait, je le répète, dans l'un absolu des éléates métaphysiciens, vrai néant déguisé.

Par l'influence de Newton, l'atomisme a prévalu dans les sciences physiques et on le juge indispensable pour produire la régularité des formes dans la cristallisation, et la permanence des éléments dans les combinaisons chimiques. Cependant M. Cournot doute de cette nécessité. « Les phénomènes de la cristallisation, dit-il, peuvent tout aussi bien se concevoir et s'expliquer, en admettant que les forces moléculaires n'agissent pas avec la même intensité dans toutes les directions autour du centre d'où elles émanent, sans qu'il

(1) *Ibid.*, p. 133.

soit besoin de rien spécifier sur la forme des dernières molécules ou des atomes. On peut même dire que cette explication s'accorde mieux avec l'état actuel de nos connaissances physiques, et qu'elle est philosophiquement plus probable, par cela même qu'elle ne résout pas la question de l'existence des atomes ou de l'essence de la matière. Il faut se méfier, en physique, de toute hypothèse qui emporte la solution d'une question métaphysique. Les lois de la chimie dont le système forme ce qu'on appelle maintenant la théorie atomistique, sont d'un plus grand poids que les phénomènes de la cristallisation en faveur de l'hypothèse métaphysique des atomes, mais on n'en peut rien conclure sur la figure des atomes ou des dernières molécules (1). » Cette remarque très-fondée demande peut-être quelque explication. La cristallisation, en effet, s'explique fort bien et mieux par la différence d'intensité dans les forces suivant les directions. Mais d'où provient cette variation des forces? Ce n'est pas de leur nature, qui est la même. Il faut donc que ce soit de la figure. On sait qu'elle modifie l'attraction cosmique, la résistance dans certains corps, la dilatation dans certains autres; qu'elle cause la polarité de la lumière, enfin une multitude de phénomènes. Eh

(1) Trad. de la *Mécanique de Kater*, p. 20, note.

bien! elle produira la différence d'intensité que M. Cournot suppose déterminer la structure des substances cristallines. Ainsi cette structure ou figure dépend des degrés dans les forces attractives, et les degrés dans les forces attractives, dépendent de la figure des molécules élémentaires ou constitutives des substances. Ce qui revient à la coexistence de la force et de l'étendue et à leur influence mutuelle.

Quant à la persistance des molécules dans les combinaisons de la chimie, elle résulte de l'énergie des forces qui entrent dans la composition de ces molécules, et n'exige point les atomes au sens métaphysique. De même que l'attraction des astres ne peut rien contre l'attraction des molécules des corps, celle-ci ne peut rien non plus contre l'attraction des parties des molécules, ni celle-ci contre l'attraction des parties de ces parties, ainsi de suite. Dans la nature, il faut concevoir, non pas un ordre, mais une infinité d'ordres d'infiniment petits, et réciproquement une infinité d'ordres d'infiniment grands.

Par l'influence de Leibnitz, c'est la dynamique qui, en philosophie, a prévalu chez les Allemands, et qui aujourd'hui semble prévaloir chez nous. Wolf, Kant, Fichte, Schelling, Hegel, Biran, ne parlent que de force. C'est la monade leibnitzienne scrutée, tourmentée de mille façons.

La discussion ne pouvait manquer d'embrasser l'attraction, à laquelle Newton donnait une haute importance, en fondant sur elle le calcul des mouvements célestes. Il avait d'abord laissé en doute si elle est une propriété essentielle à la matière, ou si elle résulte d'une impulsion, c'est-à-dire d'un pur mécanisme (1). Seulement il avait remarqué qu'elle n'agit point selon l'étendue des surfaces des corps, comme les causes mécaniques, mais selon la quantité de matière (2). Leibnitz, d'après sa doctrine, que tout s'opère mécaniquement dans les phénomènes, quoiqu'il n'y ait que des forces dans la nature, affirme que l'attraction ne peut être que mécanique; que rester là-dessus en suspens, c'est ressusciter les qualités occultes des scolastiques; que si, pour les éviter, on n'assigne aucune cause naturelle ou seconde, on tombe dans le miracle perpétuel (3).

Clarke défend l'indécision de Newton. Il déclare que « le moyen par lequel deux corps s'attirent peut être invisible, intangible et différent du mécanisme (4); par exemple, l'action immédiate de Dieu (5). Leibnitz, suivant lui, a tort d'accuser

(1) *Op. Leib.*, t. III, p. 659.
(2) *Livre des Principes*, scol. général.
(3) *Op. Leib.*, t. II, p. 133, 167.
(4) *Ibid.*, p. 141, art. 45.
(5) *Ibid.*, p. 192.

l'attraction de miracle et de qualité occulte, puisqu'il s'agit d'un fait qu'on constate, quelle qu'en soit la cause. Au surplus, ajoute-t-il, si M. Leibnitz ou quelque autre philosophe peut expliquer les phénomènes de l'attraction par les lois du mécanisme, bien loin d'être contredit, tous les savants l'en remercieront (1). » La question étant précisément si les corps s'attirent ou se poussent, répondre que c'est un fait qu'on établit, abstraction faite de la cause, c'est ne rien dire, puisque de la nature de la cause dépend celle du fait.

En 1717, deux ans après que la dispute eut cessé par la mort de Leibnitz, Newton, dans l'avertissement de la deuxième édition de son *Optique*, dit, « que pour faire voir qu'il ne regarde point la pesanteur comme une propriété essentielle des corps, il a ajouté une question en particulier sur ce qui lui semble la produire. » Par conséquent il se range à l'opinion de son adversaire. Cette cause est un fluide ou éther partout répandu et dont la densité croît en raison inverse du carré de la distance aux corps célestes. Ces corps étant poussés dans les lieux où il est plus rare, on conçoit que par ce fluide les planètes tendent vers le soleil, et les satellites vers leur planète; mais par quoi les planètes tendront-elles vers leurs satellites, les

(1) *Ibid.*, p. 193.

planètes et les satellites les uns vers les autres? Par quoi le soleil tendra-t-il vers tous? On conçoit que par ce fluide, qui pénètre les astres, les parties qui les composent tendent les unes vers les autres de la surface au centre. Mais par quoi tendront-elles les unes vers les autres du centre à la surface? A l'intérieur comme au dehors la gravitation sera réciproque au carré des distances; les perturbations resteront incompréhensibles; la troisième loi fondamentale du mouvement, posée par Newton lui-même, que la réaction égale l'action, sera renversée. Ces trois conséquences, au moins les deux dernières, se rencontreraient dans toute tentative d'expliquer mécaniquement l'attraction, c'est-à-dire de la dénaturer pour en faire une impulsion. Les perturbations qu'on désespéra si longtemps de lui assujettir, sont l'invincible preuve de sa réalité. Elles impliquent que chaque astre, dans toutes les positions possibles, obéisse aux sollicitations de tous les autres, ce que nous défions de comprendre, si les astres ne se tirent mutuellement. Cette propriété est occulte, je l'avoue, comme le sont toutes celles qui tiennent à l'activité des corps, telle que la nutrition, par exemple, c'est-à-dire qu'on ne se rend pas un compte net de leur action. Mais s'en rend-on plus nettement compte en les attribuant à l'étendue seule? Alors elles sont, non pas obscures, mais absurdes. Pour

échapper à l'absurdité, veut-on les attribuer à l'action divine? c'est un miracle perpétuel, et Dieu fait matière.

De Maistre repousse l'attraction, parce qu'il ne juge pas, d'un côté, qu'elle ait une cause mécanique, de l'autre, que la matière soit active (1). Sur le premier point, il est clair, d'après ce qui précède, que nous partageons son avis; nous le partageons aussi sur le second, si par matière il entend simplement l'étendue; mais nous nions qu'il y ait de la matière prise en ce sens, ou que l'étendue existe seule dans la nature. Partout elle est inséparablement unie à la force. Essayez de l'isoler, aussitôt les métaphysiciens d'Elée vous l'anéantissent. Que croiriez-vous que de Maistre substitue à l'attraction? Écoutez : « Newton nous ramène à Pythagore. Incessamment il sera démontré que les corps célestes sont mus précisément comme le corps humain par des intelligences qui leur sont unies, sans qu'on sache comment (2). » M. de Bonald incline aussi aux intelligences, parce qu'il suppose de même la matière passive (3). Comme de Maistre proclame

(1) *Soir. de Saint-Pétersb.*, t. I, p. 302, 304, 312, 323, 338; t. II, p. 289, 317, 324, 325.

(2) *Ibid.*, p. 287.

(3) *Recherches phil.*, t. II, p. 120.

avec raison que nul phénomène ne saurait s'expliquer mécaniquement, il faudra aussi des intelligences pour voiturer le fer vers l'aimant et pour élever l'eau dans les tubes capillaires. Avec ces intelligences les perturbations sont encore moins concevables, s'il est possible, qu'avec l'impulsion de Leibnitz et de Newton. Comment les corps célestes exerceraient-ils quelque influence les uns sur les autres? Évidemment chacun doit se mouvoir dans une indépendance aussi complète que s'il était seul. C'est là pourtant le moindre défaut de cette hypothèse. Elle refoule l'astronomie et la physique dans l'enfance, alors que l'esprit humain, n'ayant encore saisi la raison naturelle de rien, rapportait chaque phénomène à des génies dont il peuplait l'univers; et puisque maintenant il s'est élevé à l'idée des lois générales, c'est bannir ces lois de la création et dégrader le Créateur, le supposant incapable de douer les êtres de telles propriétés et de les assujettir les uns aux autres, de telle sorte qu'ils aillent avec le seul secours de son action conservatrice. Être arrivé à concevoir les astres soutenus et transportés dans l'espace par la combinaison de deux forces calculables et calculées, n'est-ce pas, pour employer une expression familière à l'auteur, un véritable tour de force de l'esprit humain? Newton, c'est-à-dire l'attraction, loin de nous ramener à Pythagore ou

aux intelligences, nous pousse invinciblement à l'activité des corps.

Les mécanistes et les dynamistes se combattirent aussi ardemment dans le règne organique. A la tête des premiers est Borelli, à la tête des seconds Stahl. L'analyse de leur polémique nous conduirait trop loin; mais il en résulterait qu'ils sont également impuissants à expliquer les fonctions des plantes, surtout celles des animaux, et en particulier du corps humain. Ceux qui, de nos jours, assignent pour cause à toute maladie une altération organique, n'ont fait que donner un tour nouveau au mécanisme. Le dynamisme, sous sa face actuelle, c'est le principe vital dont l'action régulière ou troublée constitue la santé ou la maladie.

De cet aperçu il résulte que l'idée qu'eut Malebranche d'introduire l'étendue intelligible dans la nature de l'Être divin, et la conséquence qu'il en tira relativement à l'espace, n'ont exercé aucune influence, et que la notion de la substance et les questions qui en dépendent, ne sont pas plus avancées aujourd'hui qu'alors.

Quoique les philosophes n'aient pu encore parvenir à cette notion, leurs vingt-quatre siècles d'efforts ne sont point inutiles et servent à la vérifier. Comme ils ne l'ont jamais cherchée que dans la notion de force ou dans la notion d'étendue,

que par leurs attaques mutuelles, ils ont montré qu'elle ne se trouve ni dans l'une ni dans l'autre, il s'ensuit qu'ils établissent indirectement qu'elle est dans toutes les deux. Cette expérience confirme la spéculation.

Si donc toute substance est composée de force ou de vie, et d'étendue ou de quantité; si toutes les idées se réduisent à des idées de perfection, fondées sur la force spirituelle qui fait partie des substances des êtres pensants, et à des idées de grandeur, fondées sur la quantité spirituelle ou intelligible, qui fait aussi partie des substances des êtres pensants et les constitue avec la force spirituelle; si les idées de grandeur et les idées de perfection, si la quantité et la force n'existent point les unes sans les autres; si les idées de grandeur et la quantité sont plus saillantes et plus aisées à saisir que les idées de perfection et la force, faut-il s'étonner de cette constante disposition de l'esprit humain à tout rapporter aux idées de grandeur et à ne voir partout qu'étendue et mécanisme?

Nous pouvons maintenant déterminer en quoi il se trompe, et rendre sensible la cause de son erreur. Considère-t-on les êtres? Dans chacun il y a de l'étendue, et en tant qu'étendue, il répond aux idées de grandeur, idées pures, s'il s'agit d'étendue spirituelle, comme dans Dieu et dans les autres êtres

pensants; idées mixtes, s'il s'agit d'étendue matérielle, comme dans les animaux, les végétaux, les corps inorganiques, solides, fluides, gazeux. C'est en Dieu et en nous que nous contemplons les vérités mathématiques, dont nous faisons une application aux choses physiques.

Mais dans chaque être il y a aussi de la force, et en tant que force, il ne répond aux idées de grandeur que si la force, avec ses effets, est dans un rapport rigoureux avec l'étendue, ce qui n'a lieu que dans le règne inorganique, tandis que dans les règnes végétal, animal, pensant, la force prédomine. Aussi le règne inorganique présente-t-il seul un mécanisme calculable.

Considère-t-on les actes de la pensée? Dans chacun il y a des idées de grandeur; mais il y a aussi des idées de perfection; et il faut distinguer ceux où les idées de grandeur n'entrent qu'afin d'aider les idées de perfection à se produire, de ceux où elles entrent afin de se produire elles-mêmes. Dans le premier cas, n'étant point l'objet de la pensée, qui n'envisage que les idées de perfection et la force qui leur répond, elles demeurent étrangères aux sciences qui en résultent, comme la métaphysique, la théologie, la morale, la politique, la médecine, la zoologie, la botanique, enfin toutes celles où la force est considérée, et où elle ne se trouve pas dans un rapport rigoureux avec l'étendue. Dans

ces sciences, incessamment on mesure, on compte, on parle de grand, de petit, de moyen, de plus, de moins, d'égal, d'un, de plusieurs. Pour cela s'occupe-t-on d'arithmétique et de géométrie? Il est clair qu'on parle ainsi selon les idées de perfection et nullement selon les idées de grandeur, quoique sans celles-ci, il fût impossible de le faire; elles servent d'intermédiaires, voilà tout. La vérité, la piété, la justice, la vertu, la santé, la couleur, la saveur, souffrent-elles qu'on dise d'elles réellement qu'elles sont quatre fois plus grandes ou plus petites, comme on le dit d'une distance, d'un temps? peuvent-elles se diviser chacune en portions, de sorte qu'on prenne une de ces portions pour terme de comparaison à chacune tout entière? Quelle absurdité de le supposer!

Dans le second cas, au contraire, les idées de grandeur étant l'objet même de la pensée, qui les considère avec l'étendue et la force qui se trouve dans un rapport rigoureux avec l'étendue, les idées de perfection qu'elle ne considère plus, demeurent étrangères aux sciences qui en résultent, lesquelles se réduisent exclusivement aux mathématiques pures et mixtes. Ici, à leur tour, les idées de perfection deviennent simplement auxiliaires, comme l'étaient tout à l'heure à leur égard les idées de grandeur. A chaque instant on dit: C'est, ce n'est point; on parle de bon, de mauvais, de juste, de non juste,

de cause, d'effet, de force. S'agit-il de substances qui existent ou qui n'existent pas, d'êtres qui agissent, qui produisent, de bon, de mauvais, moral ou physique, de juste ou d'injuste? Manifestement cela est dit selon les idées de grandeur, et non point selon les idées de perfection, quoique sans celles-ci, il fût impossible de le concevoir et de le dire.

Pour ne pas faire cette distinction, il arrive qu'on traite les idées de perfection à la manière des idées de grandeur, et qu'on dénature, qu'on renverse les sciences qui en dépendent, qu'on les remplace par des fictions ou par des monstruosités. Les idées de grandeur étant plus aisées à comprendre, rarement on les traite à la manière des idées de perfection, et les mathématiques n'éprouvent presque jamais des autres sciences l'altération dont elles les frappent.

On ne fait point cette distinction, parce qu'on ignore d'où viennent ces deux genres d'idées. Pythagore absorbe toutes les sciences dans les mathématiques. Or, d'où dérive-t-il les idées de grandeur? Vraisemblablement de la vie ou force, qui est le principe des idées de perfection. Dire avec lui que l'âme est un nombre qui se meut de soi-même, avec Platon qu'elle est une substance intelligente qui se meut d'elle-même dans une harmonie numérique, que Dieu a fondé l'univers sur

des lois géométriques, ce qui n'est vrai que du règne inorganique, c'est supposer que les actes de l'âme, les fonctions des animaux et des végétaux, tombent sous le calcul, et confondre les idées de perfection avec les idées de grandeur. N'est-ce pas les confondre encore que prétendre, comme Platon, marquer arithmétiquement les révolutions des sociétés et le bonheur des humains? On croirait qu'il les distingue, puisqu'il donne aux unes le nom d'idées, et qu'il appelle les autres des êtres mathématiques. Mais en quoi consiste la différence? on n'en sait rien d'après ses écrits. Suivant Aristote, c'est que les êtres mathématiques ont des pareils, tandis que les idées sont uniques (1). « Par exemple, ajoute M. Cousin, il y a bien des *cercles* et bien des *triangles;* mais il n'y a qu'une « seule idée de *cercle* et de *triangle* (2). » Si telle est la différence établie par Platon, elle n'existe qu'en paroles, l'idée du cercle et celle du triangle n'étant pas moins des idées de grandeur que les idées des cercles et les idées des triangles. Aristote lui attribue encore des nombres idéaux, différents des nombres mathématiques. Mais qu'entendait-il? on ne le voit pas clairement. Dans notre théorie, on pourrait appeler nombres idéaux les idées de

(1) *Métaph.*, liv. I, ch. VI.
(2) *Ibid.*, trad., note.

grandeur, en tant qu'elles servent à manifester les idées de perfection. Cet homme a deux fois plus de connaissances que cet autre, voilà un nombre idéal; il est deux fois plus grand que cet enfant, voilà un nombre mathématique.

Plotin, pour qui l'entendement est un nombre qui se meut en lui-même (1); saint Augustin, pour qui la raison est peut-être le nombre lui-même (2); Kircher, pour qui le nombre est la raison développée (3); Leibnitz, pour qui le nombre est la clef des choses (4); eux tous qui réduisent ainsi la pensée aux idées de grandeur, d'où dérivent-ils ces idées? Selon Plotin, le nombre procède de l'unité par l'être (5). Il ne dit point d'où vient l'unité. Saint Augustin est aussi peu explicite. Kircher, après avoir déclaré que le nombre est la raison développée, ajoute: « De ce calçul ou compte de l'esprit qui combine, naît le nombre, et, comme il émane de cette unité primitive et modèle, il est inné dans l'entendement humain; tout ce qu'il fait, c'est par cette unité qu'il le fait, jusqu'à ce qu'il se résolve en elle. » Kircher tire donc le nombre de la faculté qu'a l'esprit de calculer ou de

(1) *En.* 6, liv. VI, ch. IX.

(2) *De l'ordre*, liv. II, art. 48.

(3) *Arithmologie*, part. I, p. 1. *OEdip. égypt.*, t. II, part. II, p. 6.

(4) A la suite des *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, p. 535; édit. 1re.

(5) *En.* 6, liv. VI, ch. IX.

raisonner, et ne songe pas à se demander sur quoi se fonde cette faculté, ni si elle est tout l'esprit. Leibnitz place l'origine du nombre dans l'union de plusieurs êtres pris au hasard, Dieu, l'ange, l'homme, le mouvement, qui, ensemble, sont quatre (1), lorsqu'au contraire l'idée d'une telle pluralité n'est possible que par l'idée préexistante de nombre, dont elle est l'application. « Les scolastiques, dit-il, ont cru faussement que le nombre ne peut naître que de la division du continu, et qu'il n'est pas applicable aux choses incorporelles. » Par choses incorporelles, *incorporea*, il entend sans doute ses monades, c'est-à-dire les forces et leurs qualités, qu'il veut, contre leur nature, envisager numériquement. Malebranche, qui, mieux que personne, a distingué les deux espèces d'idées, ne l'avons-nous pas vu se confondre touchant leur source respective?

Partant de la définition du mot *mathématique*, qui signifie doctrine en général, science par excellence, M. de Bonald déclare que « sous cette acception étendue, la science mathématique peut embrasser les sciences morales comme les sciences physiques. Ou le langage humain, poursuit-il, n'est qu'un vain mot, ou l'identité des expressions désigne la similitude des pensées et l'unité

(1) *Op.*, t. II, p. 344; t. III, p. 4.

des vérités. Car si la pensée ne nous est connue que par la parole, comment les mêmes paroles exprimeraient-elles des pensées différentes (1)? » Est-ce là identifier rondement toute connaissance avec les mathématiques? Mais aussi que l'auteur s'inquiète peu du principe des vérités de grandeur! Il bâtira une religion, une morale, une politique, une philosophie, sur ces proportions : la cause est au moyen, comme le moyen est à l'effet; le pouvoir est au ministre, comme le ministre est au sujet; le père est à la mère, comme la mère est à l'enfant. D'où il suit, qu'il le veuille ou non, que le carré du moyen égale le produit de la cause et de l'effet, le carré du ministre le produit du pouvoir et du sujet, le carré de la mère le produit du père et de l'enfant. Le ridicule le dispute à l'absurde. Ce n'est point ici le lieu de montrer que cet écrivain, qui n'a cessé de crier contre l'incrédulité malheureusement trop réelle du siècle, n'a su lui opposer qu'un système de déisme, de panthéisme, de matérialisme; ce qui n'empêche pas qu'il ne soit l'oracle des séminaires, comme Aristote celui des universités au Moyen-Age. « L'intelligence, dit de Maistre, ne se prouve à l'intelligence que par le nombre. Toutes les autres considérations ne peuvent se rapporter qu'à certaines

(1) *Législation primitive*, liv. I, ch. v, art. 5 et 6.

propriétés ou qualités du sujet intelligent, ce qui n'a rien de commun avec la question primitive de l'existence... Le nombre est la barrière évidente entre la brute et nous; dans l'ordre immatériel, comme dans l'ordre physique, l'usage du feu nous distingue d'elle d'une manière tranchante et ineffaçable. Dieu nous a donné le nombre, et c'est par le nombre qu'il se prouve à nous, comme c'est par le nombre que l'homme se prouve à son semblable. Otez le nombre, vous ôtez les arts, les sciences, la parole, et par conséquent l'intelligence. Ramenez-le : avec lui reparaissent ses deux filles célestes, l'harmonie et la beauté; le *cri* devient *chant*, le bruit reçoit le *rhythme*, le saut est *danse*, la force s'appelle *dynamique*, et les traces sont des *figures*. Une preuve sensible de cette vérité, c'est que dans les langues (du moins dans celles que je sais, et je crois qu'il en est de même de celles que j'ignore) les mêmes mots expriment le nombre et la pensée. On dit, par exemple, que la *raison* d'un grand homme a découvert la *raison* d'une telle progression; on dit *raison sage* et *raison inverse*, *mécomptes* dans la politique et *mécomptes* dans les calculs; ce mot de *calcul* même qui se présente à moi, reçoit la double signification, et l'on dit : *Je me suis trompé dans tous mes calculs*, quoiqu'il ne s'agisse point du tout de calculs. Enfin nous disons également : *Il compte ses écus*,

et *il compte aller vous voir;* ce que l'habitude seule nous empêche de trouver extraordinaire. Les mots relatifs aux poids, à la mesure, à l'équilibre, ramènent à tout moment dans le discours le *nombre* comme synonyme de la pensée ou de ses procédés; et ce mot de *pensée* même ne vient-il pas d'un mot latin qui a rapport au nombre?... Regardez bien: le nombre est écrit sur toutes les parties de l'univers, et surtout sur le corps humain. *Deux* est frappant dans l'équilibre merveilleux des deux sexes qu'aucune science n'a pu déranger; il se montre dans nos yeux, dans nos oreilles, etc. *Trente-deux* est écrit dans notre bouche; et *vingt*, divisé par *quatre*, porte son invariable *quotient* à l'extrémité de nos quatre membres. Le nombre se déploie dans le règne végétal avec une richesse qui étourdit par son invariable constance dans les variétés infinies. Souvenez-vous, monsieur le sénateur, de ce que vous me dites un jour, d'après vos amples recueils sur le nombre *trois* en particulier: Il est écrit dans les astres, sur la terre; dans l'intelligence de l'homme, dans son corps; dans la vérité, dans la fable, dans l'Évangile, dans le Talmud, dans les Védas, dans toutes les cérémonies religieuses, antiques ou modernes, légitimes ou illégitimes, aspersions, ablutions, invocations, exorcismes, charmes, sortiléges, magie noire ou blanche; dans les mystères de

la cabale, de la théurgie, de l'alchimie, de toutes les sociétés secrètes ; dans la théologie, dans la géométrie, dans la politique, dans la grammaire, dans une infinité de formules oratoires ou poétiques qui échappent à l'attention *inavertie*, en un mot, dans tout ce qui existe (1). » Ces aperçus révèlent la présence partout des rapports de grandeur, mais ils n'établissent point que l'intelligence ne se *prouve* à l'intelligence que par le nombre, ou qu'il n'y a que ces rapports-là dans les choses. Ils n'établissent point non plus que *le nombre est la barrière évidente entre la brute et nous*, car le nombre existe dans l'organisation et dans l'instinct de la brute. Serait-ce parce qu'elle ne compte pas comme nous? Mais cela prouve seulement que l'intelligence lui manque, et pour soutenir que c'est le nombre, il faut avoir démontré que par lui-même il constitue l'intelligence. Donc, affirmer que le nombre prouve seul l'intelligence, c'est tout réduire à la quantité et aux idées de grandeur, que de Maistre ne paraît pas avoir beaucoup étudiées en elles-mêmes, ni dans leur origine. Dans la même ignorance philosophique, Laplace affirme que les vibrations du sensorium, c'est-à-dire, dans son opinion, les actes de la pensée doivent être, comme tous les mouvements, assujettis aux lois de la

(1) *Soirées de Saint-Pétersbourg*, t. II, p. 112, 114, 117.

dynamique (1); que tous les effets de la nature ne sont que les résultats mathématiques d'un petit nombre de lois immuables (2). Et il ne se trompe ni plus ni moins que de Maistre, de Bonald et les autres. Tous traitent les idées de perfection comme les idées de grandeur, ne voient ou ne supposent que celles-ci dans la pensée, que la quantité dans la substance, et se trouvent implicitement d'accord avec les mécanistes absolus, Leucippe, Démocrite, Epicure, Hobbes. Pour eux les mathématiques sont la science universelle, dont les autres découlent comme de simples applications. Malebranche tend à en faire des sciences à part, mais sans pouvoir y réussir, parce que, expliquant mal l'origine des idées de grandeur, il n'en distingue pas nettement les idées de perfection. On peut dire la même chose de Tracy, comme nous le verrons.

Une incommunicable propriété des idées de grandeur, c'est de pouvoir être exactement représentées dans des symboles, chiffres ou lettres; de sorte qu'en opérant sur ces symboles d'après certaines règles très-simples, on parvient à des résultats infailliblement vrais, secours merveilleux pour l'esprit, qui lui doit ses immenses progrès dans les mathématiques. Il est évident que cette propriété

(1) *Essai philosophique sur les probabilités*, p. 248.
(2) *Ibid.*, p. 250.

tient à ce que la quantité est par essence divisible en parties égales. Comme la force n'est point susceptible d'une semblable division, les idées de perfection échappent à la compréhension rigoureuse de tout symbole; rien ne saurait les représenter exactement, et pour les embrasser, il faut les considérer en elles-mêmes. Par exemple, il n'y a rien dans une courbe, qui ne soit dans son équation, et si on veut l'y découvrir, il suffit de la discuter. Mais quelle phrase renferme complétement la pensée qu'elle désigne? Quand j'écris : Dieu est bon, l'idée de Dieu, l'idée de bon, l'idée d'être, le jugement qui les unit, sont-ils véritablement représentés dans ces mots? S'ils l'étaient, tous ceux qui sont capables de s'en rendre compte, les y verraient également, comme tous ceux qui peuvent discuter l'équation d'une courbe, y voient également les propriétés de cette courbe. Qu'un géomètre plus intelligent aperçoive quelque propriété nouvelle, aussitôt qu'il l'a mise en lumière, les autres l'entendent comme lui. En est-il ainsi de la pensée : Dieu est bon? Par cette phrase, n'est-elle pas diversement réveillée dans les divers esprits, même des philosophes de profession? A celui-ci elle paraît plus, à celui-là moins, à un troisième autrement, et quelquefois l'opposé. La phrase donc permet mille nuances et plusieurs sens, tandis que l'équation ne tolère qu'un sens uniforme. Sans doute les

partisans de la vraie doctrine tombent d'accord sur l'essentiel, mais parce qu'il est indépendant des nuancès et n'exclut que les sens réellement faux, c'est-à-dire qui détruisent ou qui altèrent la chose.

Pourtant c'est sur l'hypothèse imaginaire que les idées de perfection s'expriment exactement dans les mots, que repose la logique. A quoi s'applique t-elle, en effet? à la proposition. Qu'est-ce que la proposition? La pensée mise sous les yeux par les mots, selon la signification même de l'expression *proponere*, placer devant. Considérant quatre espèces de propositions, les universelles et les particulières, tour à tour affirmatives et négatives, divisant chacune en deux parties, le sujet et l'attribut, qui deviennent successivement le petit terme, le grand terme, le moyen terme, la logique compose ce qu'elle nomme quatre figures et dix-neuf modes, qui, suivant elle, peuvent enfermer toutes les idées avec leurs relations, et qu'il suffit de savoir manier, pour atteindre immanquablement la vérité, au moins dans le raisonnement. Or, je le demande, cela ne revient-il pas aux formules que l'algèbre fournit pour déterminer les valeurs des inconnus dans les équations? Voilà pourquoi les logiciens conséquents, tels que Hobbes et Condillac, proclament que raisonner n'est que calculer. « Certainement, dit Condillac, calculer c'est

raisonner, et raisonner c'est calculer : si ce sont là deux noms, ce ne sont pas deux opérations... Personne n'est plus convaincu de cette vérité que mon expérience me confirme tous les jours... que les raisonnements d'un métaphysicien sont des opérations mécaniques, comme les calculs d'un mathématicien... Je sens que lorsque je raisonne, les mots sont pour moi ce que sont les chiffres ou les lettres pour un mathématicien qui calcule; et que je suis assujetti à suivre mécaniquement des règles pour parler et pour raisonner, comme pour résoudre une équation. Quant aux métaphysiciens qui croient raisonner autrement, je leur accorderais volontiers que leurs opérations ne sont pas mécaniques; mais il faudra qu'ils conviennent avec moi qu'ils raisonnent sans règles (1). » Hobbes donne à sa logique le titre de *calcul* et la fait consister dans l'addition et la soustraction.

« Si calculer est raisonner, remarque Tracy, raisonner n'est pas calculer... L'idée *calcul* renferme l'idée raisonnement dans sa compréhension; mais l'idée *raisonnement* ne renferme pas toute l'idée calcul dans la sienne. Un calcul n'est pas seulement un raisonnement; c'est un raisonnement sur des idées de quantités, et suscepti-

(1) *Langue des calculs*, t. I, ch. XVI, sur la fin.

ble, par cette circonstance, d'être fait avec des signes particuliers; en un mot, c'est un raisonnement ayant des caractères qui lui sont propres. Voilà pourquoi on peut dire, un calcul est un raisonnement, et on ne peut pas dire, un raisonnement est un calcul. Le raisonnement est le genre; le calcul n'est que l'espèce. C'est pour cela que vous pouvez transformer tout calcul en un raisonnement; mais que vous ne pouvez pas transformer tout raisonnement en un calcul. C'est pour cela aussi que tout ce qui est vrai du raisonnement en général, est vrai du calcul; mais que tout ce qui est vrai du calcul, ne l'est pas du raisonnement. On peut donc, et on doit voir dans un calcul, des syllogismes ou des sorites, suivant que l'on reconnaît l'une ou l'autre de ces formules pour la forme essentielle du raisonnement; mais on n'est point autorisé à voir des additions et des soustractions dans un raisonnement, car effectivement il n'y en a pas; ou du moins, s'il y en a, c'est comme il y a du noir sur du blanc, quand ce raisonnement est écrit; mais ce n'est là qu'une circonstance accessoire de ce raisonnement; ce n'est pas le but qu'on se propose en le faisant, ni la qualité qui constitue essentiellement un raisonnement (1). L'algèbre, dit-il ailleurs, n'est applicable qu'aux

(1) *Logique.*, p. 371, édit. 1re.

seuls rapports de quantité; c'est une très-grande erreur de croire qu'on peut la transporter dans d'autres matières. Ce n'est pas moins s'abuser que d'imaginer qu'en perfectionnant les autres langues, il est possible de leur donner toutes les propriétés de la langue algébrique... Enfin, c'est une idée encore plus fausse de vouloir, par des formes syllogistiques, produire le même effet qu'avec des formules algébriques, c'est confondre toutes les notions. L'un ne répond point à l'autre. Il n'y a rien dans le calcul qui soit analogue aux prétendus principes logiques (1). » Mais aussi qu'est pour Tracy la logique? « Un pur néant, une idée radicalement fausse, une vraie chimère (2), » et il le démontre victorieusement dans son ouvrage appelé *Logique*.

Si dans plusieurs applications, il a bien distingué les idées de perfection et les idées de grandeur, il n'a point su les démêler dans leur essence. « L'idée de quantité, selon lui, est l'élément le plus universel de toutes nos idées, celui que l'on ne peut séparer d'aucune d'elles sans l'anéantir, celui qui leur demeure le plus invinciblement uni après les abstractions les plus multipliées, et la seule perception qui puisse exister complétement

(1) *Idéologie*, p. 370, note; édit. 2e.
(2) *Ibid.*, p. 372.

dans notre esprit, sans le mélange d'aucune autre (1). » Aux yeux donc de l'auteur comme de ses devanciers, tout dépend des idées de quantité, puisqu'elles surpassent tout en généralité.

Platon, Plotin, Augustin, Descartes, inclinent comme les autres, à réduire la pensée aux idées de grandeur. D'où vient cependant qu'ils ne songent point à la logique, et qu'elle est inventée par Aristote, retravaillée par Hobbes, Condillac, Kant, Hégel; que les uns étudient la pensée en elle-même, comme si elle ne consistait que dans les idées de perfection, que rien ne peut représenter, et que les autres l'étudient dans les mots, comme si elle ne consistait que dans les idées de grandeur, qui s'expriment rigoureusement par des signes? Cela vient de ce que les premiers sont les créateurs ou les rénovateurs de la philosophie, et que les seconds en sont les destructeurs. La philosophie est le retour de la pensée à soi, aux idées qui la constituent; et lorsque quelqu'un l'y a rappelée, c'est-à-dire lorsqu'il s'est rappelé à lui-même et qu'il contemple les idées dans son fond, qu'il les voit d'autant plus claires, plus nettes, les embrasse d'autant mieux, qu'il leur est plus intimement uni, comment vouloir qu'il se sépare d'elles, qu'il sorte de soi, pour aller les considérer dans les mots,

(1) *Logique*, p. 489; édit. 1re.

qui en sont à peine de vaines et fugitives ombres! La logique est impossible au philosophe. Leibnitz ne s'en fait en passant une malheureuse distraction, que pour opposer Aristote à Descartes, et se parer du titre de savant universel. Si la logique règne, soyez assuré que la philosophie n'existe plus, et réciproquement. Elles s'excluent comme la mort et la vie. Aristote, dont la pensée n'agit que hors d'elle-même, qui la décrit comme il décrit un animal, un végétal, car ses livres de l'âme ne sont qu'un traité d'histoire naturelle, sa métaphysique qu'un recueil d'abstractions creuses, de classifications arbitraires et de misérables subtilités; Aristote extermine la philosophie, et enfante la logique. Tuée par Plotin et saint Augustin, qui ressuscitent la philosophie, la logique se ranime bientôt, domine le Moyen-Age, s'ébat dans ces vastes et profondes ténèbres, jusqu'à Descartes, qui l'anéantit en communiquant à son ennemie la plus puissante fécondité. Après avoir dignement vengé l'esprit humain d'une dégradation et d'une stérilité de mille ans, la philosophie périt encore. La logique reparaît, et depuis Wolf pèse sur l'Allemagne. Avec Condillac, qui ne voit dans les sciences que des langues bien faites, elle s'empare de la France et redevient, sous une autre forme, l'art de Lulle. Tracy l'attaque par inconséquence; adepte du sensualisme, les idées générales ne sont pour lui que des

mots ; les raisonnements ne peuvent être que des combinaisons de mots, et les sciences que des formules.

Remarquons encore comme une contradiction apparente que, quoique les idées de grandeur soient complétement représentées par des symboles, les mathématiques doivent leurs principaux progrès aux hommes qui considèrent la pensée en elle-même. Voyez-les, après avoir reçu leurs commencements véritables de Pythagore, qui prélude à la philosophie, voyez-les grandir en Platon, poussées par son école aussi loin qu'elles peuvent aller chez les anciens, et chez les modernes, jetées par Descartes et Leibnitz dans leurs rapides et indéfinis perfectionnements. C'est que pour les découvertes capitales, aucun symbole ne supplée la contemplation des idées, dans lesquelles seules se trouve la raison de tout, même des symboles. Et de quelles têtes ont jailli la géométrie analytique et le calcul différentiel, ces deux grandes puissances de la science ? Au lieu de livrer exclusivement ses idées de quantité au travail des formules, ne serait-il pas plus satisfaisant, et souvent même plus utile pour l'esprit humain, de les considérer intérieurement et de suivre, à cette lumière, leurs innombrables combinaisons ? On se plaît à voir un mathématicien protester sans cesse depuis quarante ans contre le penchant du siècle à y renoncer sans néces-

sité, et M. Poinsot montrer, par de neuves et belles théories, que nous ne sommes pas autant à la merci des calculs qu'on le suppose.

A l'erreur que les idées de perfection s'expriment par des signes avec la même précision que les idées de grandeur, tient encore la supposition d'une langue universelle, qui, dans chaque espèce de connaissance, servirait à rendre et à démontrer la pensée, comme les symboles dans les mathématiques. « On pourrait, dit Descartes, faire une invention tant pour composer les mots primitifs de cette langue que pour leurs caractères; en sorte qu'elle pourrait être enseignée en fort peu de temps, et ce par le moyen de l'ordre, c'est-à-dire établissant un ordre entre toutes les pensées qui peuvent entrer en l'esprit humain, de même qu'il y en a un *naturellement établi entre les nombres*; et comme on peut apprendre en un jour à nombrer tous les nombres jusqu'à l'infini, et à les écrire en une langue inconnue, qui sont toutefois une infinité de mots différents, qu'on pût faire le même de tous les autres mots nécessaires pour exprimer toutes les autres choses qui tombent en l'esprit des hommes... cette langue *aiderait au jugement*, lui *représentant si distinctement toutes choses*, qu'il lui serait presque *impossible* de *se tromper*... et par le moyen de laquelle les paysans pourraient mieux juger de la vérité des choses

que ne font maintenant les philosophes (1). » Ainsi Descartes croit cette langue possible, parce qu'il assimile toutes les idées aux nombres.

Écoutons Leibnitz : « Personne ne s'est encore occupé d'une langue ou caractéristique, qui renfermerait à la fois l'art d'inventer et celui de juger, en d'autres termes, dont les signes et les caractères serviraient comme les symboles arithmétiques dans les nombres, et ceux de l'algèbre dans les grandeurs abstraites. Et cependant il semble que Dieu, en accordant au genre humain ces deux sciences, ait voulu nous avertir qu'il y a au fond de notre esprit un secret d'une bien plus haute valeur, et dont ces sciences n'offrent que l'ombre (2). » Leibnitz se trompe. Descartes, on vient de le voir, avait eu déjà l'honneur de cette absurdité; seulement il se bornait à juger la langue universelle possible, au lieu que lui prétend l'avoir trouvée et se tourmente toute sa vie pour la former. Mais il ferait plutôt voltiger dans ses mains le globe du soleil; car il faudrait qu'il changeât l'essence des choses, qu'il fît la perfection grandeur, la vie quantité, ce qui excède la puissance divine. Ce n'est point, comme le dit Biran, parce qu'il se place dans l'entendement divin, et qu'il y cherche les raisons des choses, que Leibnitz n'a-

(1) *Œuv.*, t. VI, p. 66.

(2) A la suite des *Nouv. essais sur l'entend. humain*, p. 535, 1re édit.

perçoit d'autre différence entre la métaphysique et les mathématiques que celle de l'expression ou de la forme des propositions (1); c'est uniquement parce qu'il n'admet qu'un seul genre primitif d'idées dans l'entendement divin, où il s'en trouve deux; et, quoiqu'il fasse consister la substance dans la seule force, il se déclare pour les idées de grandeur, parce qu'encore une fois elles frappent davantage, sont plus saisissables, et que sa force pure lui échappe.

Terminons. Il résulte de cette théorie véritable de la substance, que la prétention de tout soumettre au calcul, dont nous parlions en commençant, n'est pas en soi plus matérialisme que spiritualisme; que le premier philosophe même qui l'ait combattue, Tracy, est un matérialiste, qu'elle n'est matérialisme que si par là on entend l'anéantissement de la substance, qu'elle mutile et détruit; que la constitution de la substance, soit spirituelle, soit matérielle, ne souffre le calcul que dans les rapports de grandeur, et fait des mathématiques une science spéciale qui ne peut d'aucune façon s'appliquer aux autres. Si l'on examinait en détail l'applications du calcul des probabilités aux phénomènes de l'univers, aux événements de la vie et des sociétés, on verrait qu'elle conduit toujours à des résultats faux ou illusoires, et qu'elle est une des

(1) *OEuv.*, t. I. p. 309, 323.

plus grandes extravagances qui soient tombées dans l'esprit humain.

On hausse les épaules de pitié, quand on voit Laplace étourdir le monde de ce qu'il prétend devoir au calcul des probabilités en découvertes astronomiques (1), et s'immoler ainsi lui-même à une pareille théorie, car si les découvertes dont il parle, ont échappé à ses prédécesseurs, si lui seul les a faites, d'abord c'est qu'il est venu le dernier, qu'il a été secondé par l'impulsion qu'ils avaient donnée et par leurs travaux, et qu'il a eu le courage de pousser plus loin les approximations; ensuite c'est qu'en général il avait plus de confiance dans les observations qu'eux, surtout que Lagrange, qui, n'ayant pu expliquer, aussi vite sans doute qu'il le désirait, l'accélération séculaire du mouvement de la lune, en nia l'existence, moyen commode, quoique peu neuf, de sortir d'embarras; enfin, c'est qu'il avait un talent particulier pour les applications, que, sous ce rapport, il surpassait Lagrange, par exemple, autant que Lagrange le surpassait sous le rapport de l'analyse. Quant au calcul des probabilités, il ne lui est pas plus redevable de ces découvertes que d'être né en France plutôt qu'en Chine.

Laplace cherche, avec ce calcul, si c'est par hasard, ou par une cause que les planètes, les satelli-

(1) *Essai phil. sur les probabilités*, p. 105.

tes et le soleil ont leurs mouvements dans le même sens et dans des plans peu inclinés les uns aux autres, et il trouve, tantôt (1) qu'il y a plus de deux cent mille milliards à parier contre un, tantôt (2) qu'il y a seulement plus de quatre mille milliards à parier aussi contre un, que cette disposition ne tient point au hasard. La probabilité, comme on voit, diminue singulièrement dans l'espace de quatre ans. Mais c'est le moindre inconvénient; le géomètre aux probabilités, n'est pas obligé d'être d'accord avec lui-même, ni de savoir précisément ce qu'il dit. Les plus considérables des mouvements dont il s'agit concourant, par leur direction commune, à la stabilité de notre système astronomique (3), et pour lors entrant dans les vues de celui qui l'a créé et qui le conserve, demander si c'est fortuitement qu'ils vont du même côté, revient à demander si c'est fortuitement que les hommes portent la tête sur les deux épaules, au lieu de la traîner aux talons.

Sans le dire ouvertement, Laplace insinue, laisse paraître que d'après le calcul des probabilités, les preuves de la religion chrétienne s'affai-

(1) *Précis de l'hist. de l'Astr.*, p. 145, an. 1821.

(2) *Essai phil. sur les probabilités*, p. 124, an. 1825.

(3) Dans la *Connaissance des temps*, de 1843 et de 1844, M. Leverrier a repris, avec un soin nouveau et une sévérité particulière, l'examen des variations séculaires.

blissent graduellement (1) sous l'action du temps. Or, pour qui entend la nature de l'homme et la marche du monde, il est manifeste, au contraire, que sous l'action du temps, qu'avec le cours des siècles, les preuves de la religion chrétienne se fortifient sans cesse, puisque, faisant successivement descendre dans l'ordre des choses humaines les principes éternels de l'ordre, sa vérité et son évidence éclatent de plus en plus par la vérité et l'évidence des immenses et incessants progrès de la civilisation moderne, qui est celle du genre humain, et qui bientôt l'embrassera sur le globe entier.

Le calcul des probabilités ne peut s'appliquer qu'aux jeux de hasard. Encore, je ne sais si M. Poinsot ne trouverait pas quelque bonne raison pour l'exclure même de là et le reléguer de toutes les manières parmi les conceptions les plus creuses qui puissent dégrader les sciences. M. Cournot l'a bien plutôt sapé qu'affermi par les erreurs qu'il a signalées dans son *Exposition de la Théorie des chances et des probabilités*.

(1) *Essai phil.*, p. 157.

FIN DE LA THÉORIE DE LA SUBSTANCE.

THÉORIE

DE

L'INFINI.

THÉORIE DE L'INFINI.

Dans l'écrit qu'on vient de lire, j'ai prouvé que la substance n'avait point encore été connue, quant aux principes qui la constituent; je prouverai dans celui-ci qu'elle ne l'a pas été davantage, quant à sa manière d'exister, et qu'elle ne pouvait l'être, parce qu'on n'avait pas sondé la nature de l'infini. Entendre comment les choses subsistent, quand on sait par quoi elles sont formées, c'est avoir résolu les deux plus grands problèmes de la métaphysique. La substance étant composée de forces et de quantités inséparablement unies, son mode d'existence dépend à la fois de la nature propre de ces deux éléments et de l'influence mutuelle qu'ils exercent l'un sur l'autre

dans leur intime combinaison. Les philosophes qui ont fait consister la substance dans la seule force, n'ont pu lui assigner d'autre manière d'être que l'unité exclusive de toute pluralité, de tout nombre; ceux qui l'ont fait consister simplement dans la quantité, ont admis pour seul mode d'existence, une pluralité, un nombre exclusif de toute unité. Les premiers n'offrent qu'une unité fausse, puisque l'unité ne saurait venir de la seule force; les seconds n'offrent qu'un faux nombre, puisque le nombre, la pluralité réelle, ne saurait venir de la quantité dépourvue de force et livrée par là à une inévitable dissolution. C'est pourquoi les uns et les autres, quoique partis de points opposés, vont se perdre dans l'abîme commun du néant.

Platon a combattu l'unité exclusive et le nombre exclusif. C'est l'objet de Parménide. Mais il n'a pas plus trouvé leur dépendance véritable et leur nécessaire coexistence, qu'il n'a trouvé celle de la force et de la quantité.

De même que pour lui, la quantité et la force sont deux substances, le nombre et l'unité sont deux propriétés de choses différentes. L'unité appartient aux idées, source de la réalité; le nombre à la privation de la réalité, qu'il appelle matière. Il affirme le nombre contre Xénophane, Parménide, Mélisse, Zénon; mais, à l'exemple de Pythagore, il le suppose inférieur à l'unité. Sans le

nombre, rien, d'après lui, ne serait concevable, ni par conséquent n'existerait; cependant il le croit cause de l'imperfection des êtres créés. Cette opinion domine l'antiquité. Plotin voulant expliquer la Trinité proclamée par le christianisme, introduit l'imperfection en Dieu lui-même. L'*un*, c'est ainsi qu'il nomme la première personne, l'*un* seul est absolument parfait; l'intelligence ou le nombre qui vient immédiatement de l'*un* et forme la seconde personne, ne l'est pas; l'âme, qui forme la troisième personne, étant le nombre qui ne vient de l'*un* que par l'intelligence, est moins parfait que celle-ci.

Mais Plotin qualifie l'un d'infini (1), ἄπειρον, et le premier il fait consister l'infini dans l'unité ou quelque chose de réel. Il est remarquable qu'Eutocius, qui vivait quelque temps après, passe pour l'avoir mis dans les mathématiques, en considérant la circonférence comme un polygone d'une infinité de côtés.

Depuis lors, en général, les philosophes ont vu l'infini en Dieu considéré comme unité, et les mathématiciens dans le nombre, rapportant le nombre, non à la matière privative des anciens, mais à la quantité effective, qui est l'objet des mathématiques.

(1) *Enn.*, III, liv. 7, ch. 4.

Laquelle de ces deux notions de l'infini adopterons-nous? Faut-il le placer dans l'unité avec les philosophes? Mais alors qu'en peut-on dire, sinon qu'il est un? Comment le concevoir? par quoi le saisir? C'est l'unité creuse des Éléates. Faut-il donc le demander au nombre avec les mathématiciens? Le nombre qui, par lui-même, est une collection susceptible de plus ou de moins, peut-il aller avec l'infini, qui ne se conçoit que comme un tout invariable?

Dans la discussion sur l'infini que Leibnitz eut avec Jean Bernoulli, celui-ci soutenait que la série $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$, etc., a un dernier terme, qui est infiniment petit (1). En ce cas, il est certain que la collection de tous les termes, n'admettant ni plus ni moins, offrirait un tout constant. Mais qu'est-ce qu'un terme qui ne saurait diminuer et qui n'est pas zéro? L'atome de Leucippe, une absurdité. Leibnitz rejetait un pareil terme. J'écarte leurs raisons pour et contre, parce qu'ils ne paraissent pas avoir saisi le vrai côté de la question. Fontenelle adopte l'opinion de Bernoulli, et en fait le fondement de sa *Géométrie de l'infini*. Néanmoins celle de Leibnitz a prévalu. Le cardinal Gerdil, entre autres, l'a fortement défendue (2). C'est la véritable,

(1) *Commercium epist.*, t. I, p. 390 et suiv.

(2) *Essai d'une démonstration mathématique contre l'éternité de la matière*, dans le *Recueil de dissert. sur quelques principes de phil. et de*

quoiqu'elle laisse la série $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ etc., indéterminée, partant, incompatible avec l'infini. Mais aussi cette série n'existe point seule; elle n'est qu'un membre d'une égalité dont l'autre est un, c'est-à-dire que l'on a $1=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$, etc. Le second membre est égal au premier, non par la somme de ses termes, car l'addition en est impossible; mais par la loi de génération qui les fait sortir l'un de l'autre : son essence est de pouvoir s'approcher indéfiniment du premier sans jamais l'atteindre. Supposez qu'il l'atteigne, ôtez-lui la possibilité d'en approcher sans fin, vous détruisez également cette série. L'unité du premier membre est le principe de l'ensemble indivisible des termes du second, et l'ensemble indivisible des termes du second épuise complétement l'unité du premier. L'unité est tout entière dans l'ensemble, l'ensemble dans l'unité, sans que l'unité puisse se résoudre dans l'ensemble, ni l'ensemble dans l'unité. Ils existent tels quels, et par leur coexistence nécessaire, ils forment la nature de cette égalité, et nous montrent, dans un cas particulier, celle de l'infini.

D'où l'on voit que l'infini n'est ni unité seulement, comme le croient les métaphysiciens depuis

religion. — *De l'infini absolu considéré dans la grandeur*, dans les *Mélanges de Turin*, t. II, p. 344.

Plotin, ni nombre seulement, comme le croient les mathématiciens depuis Eutocius, ni encore moins négation, comme l'imaginaient Pythagore et Platon; mais qu'il est unité et nombre à la fois, de même que la substance est force et étendue; et, si la substance est constituée par la dépendance essentielle de l'étendue et de la force, elle a sa manière d'exister dans l'essentielle dépendance du nombre et de l'unité. La substance est, voilà son unité; elle ne peut être sans être d'une certaine manière, c'est-à-dire déterminée, voilà son nombre; sa détermination l'embrasse tout entière, répond à tout ce qu'elle est, voilà l'égalité de son nombre et de son unité; le tout pris ensemble, triple et indivisible, voilà en elle l'infini. Toute substance se compose de force et de quantité. Sa quantité étant divisible à l'infini, contient une infinité de parties; chacune de ses parties étant à son tour divisible à l'infini, contient une infinité d'autres parties; chacune des parties de ses parties étant encore divisible à l'infini, contient pareillement une infinité d'autres parties, et cela sans terme.

Si la force d'une substance n'est point divisible, elle a une infinité de degrés jouissant de propriétés différentes et correspondant à l'infinité de parties de la quantité; chaque degré a une infinité d'autres degrés jouissant de propriétés différentes et

correspondant à l'infinité de parties que contient chaque partie de la quantité, ainsi de suite.

Ces infinités d'infinités de degrés et de parties de la force et de la quantité, indissolublement unies, forment des infinités d'infinités d'ordres dans les substances; et ces infinités d'infinités d'ordres dans les substances, sont ce que j'appelle leur manière d'être particulière, leur détermination, leur nombre.

Dans chacune d'elles, il y a un infini principal que l'on peut considérer comme leur unité, et il comprend une infinité d'infinis inférieurs, par lesquels il est nombre, rapport, raison, il est intelligible dans tout ce qu'il est; car c'est là ce que signifie être déterminé, avoir une manière propre d'être.

L'infini, si visible dans la nature des objets, se manifeste plus clairement encore, s'il est possible, dans celle des idées. En chacune il y a quelque chose de général ou d'un, et quelque chose de particulier ou de multiple à l'infini. Par exemple, l'idée du cercle est celle d'une courbe dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qui en est le centre. Augmentez, diminuez sans fin cette distance, qu'on appelle rayon, vous aurez des infinités de cercles dont chacun jouira de la propriété d'avoir tous ses points à égale distance de son centre. Que cette propriété cessât

de leur appartenir, ils ne seraient plus des cercles. Que ces cercles cessassent d'être en nombre infini, c'est-à-dire d'être possibles au delà d'un nombre limité, de mille, par exemple, cette propriété serait anéantie. Ne s'étendant qu'à ces mille cercles, elle serait particulière et non plus générale, et, comme son essence est d'être générale, elle ne serait rien.

Puisque tout ce qui est intelligible l'est par l'infini, que ce qui ne serait point intelligible ou déterminé ne serait rien, il en résulte que l'infini est partout, et le fini nulle part; en d'autres termes, que, contrairement à l'opinion des anciens, avant Plotin et Eutocius, c'est le fini qui est négatif, et l'infini qui est positif. Ne dites pas que je mets un mot à la place d'un autre, qu'ils entendaient par fini ce que j'entends par infini; car ils attachaient l'idée de borné à ce qui est quelque chose d'effectif, et l'idée de sans bornes à ce qui n'est rien. A leurs yeux, un être avait plus ou moins de perfection, selon qu'il était moins ou plus illimité. Dieu, absolument parfait, n'avait aucune matière, et la matière absolument imparfaite n'avait aucune limite. Le reste flottait entre les deux extrêmes participant inégalement de l'un et de l'autre. Ils ne s'apercevaient pas que dans le limité, devait être le sans limites, et qu'avec leur fini, dans tous les sens, ils allaient se perdre dans l'unité de Par-

ménide, ou dans l'atome de Leucippe. Cet état de leur esprit se liait à la notion qu'ils se faisaient du monde, où ils ne voyaient que comme un grand édifice, dont la terre alors connue, c'est-à-dire une partie de l'Europe, de l'Asie et de l'Afrique, était le sol, et le ciel tel qu'il paraît naturellement aux yeux, les murs et la voûte. Ainsi obsédés de bornes, ils ne songeaient qu'au fini, qui les pressait de toutes parts.

C'était l'enfance de la philosophie. Naissantes comme elle, les mathématiques et l'astronomie ne lui offraient aucun secours. Les mathématiques n'avaient point encore révélé l'infini dans les idées de grandeur, ni l'astronomie dans les dimensions de l'univers. En vain, dans les derniers temps, Plotin le conçoit en Dieu et Eutocius dans la géométrie; pour le voir réellement en usage, il faut sortir de l'antiquité. En se lançant au delà de l'Océan, sur des continents opposés aux nôtres, et montrant ainsi la terre ronde et suspendue dans l'espace, Colomb porte le premier coup au prestige des sens. Bientôt, à l'œil armé du télescope et du microscope, l'infiniment grand et l'infiniment petit s'annoncent dans la nature. Descartes ne lui impose aucune borne en grandeur. Képler emploie l'infiniment petit à mesurer les solides (1).

(1) *Stereometria doliorum.*

A peine l'infini commence-t-il de jouer son rôle dans les mathématiques, qu'il s'y développe en divers ordres, montrant dans les lignes une infinité de points, dans les surfaces une infinité de lignes, dans les solides une infinité de surfaces. La *Géométre des Indivisibles* de Cavalieri et Roberval présente l'infini du premier ordre, l'infini du second ordre, l'infini du troisième ordre. Le calcul différentiel, inventé peu de temps après, n'est que le calcul des infinités d'ordres d'infini et de toutes leurs combinaisons possibles. Fontenelle, qui, comme nous l'avons remarqué, se trompe sur la nature de l'infini, en expose fort bien les différents ordres.

Malebranche les porte dans la philosophie. « Tu dois savoir, c'est le Verbe éternel qui parle au disciple dans les *Méditations chrétiennes* (1), tu dois savoir qu'il y a les mêmes rapports entre les infinis qu'entre les finis, et que tous les infinis ne sont pas égaux. Il y a des infinis doubles, triples, centuples, les uns des autres... Lorsque Dieu conçoit une infinité de dizaines et une infinité d'unités, il conçoit un infini dix fois plus grand qu'un autre. Dieu conçoit sans doute que deux corps se peuvent mouvoir durant toute l'éternité. Il sait à présent toutes les lignes que décriront les corps

(1) IV, art. 11.

qu'il a créés, et que tu peux penser devoir être en mouvement des siècles infinis. Si tu supposes donc qu'un de ces corps se meuve une, deux ou trois fois plus vite que quelque autre, la ligne de son mouvement sera une, deux, trois fois plus grande que celle que cet autre corps décrira. Ainsi tu vois clairement que les infinis peuvent avoir entre eux des rapports finis. Ils peuvent même avoir entre eux des rapports infinis, car l'esprit se représente des infinis infiniment plus grands les uns que les autres, comme si un corps se remuait en augmentant son mouvement selon quelque progression durant toute l'éternité, et que l'on comparât ce mouvement avec un autre qui serait uniforme ... Ne sois donc pas surpris de ce que d'un côté je dis que Dieu aime inégalement les perfections inégales que je renferme, et que de l'autre je t'assure que mes diverses perfections, et les différents degrés d'amour selon lesquels Dieu les aime, sont effectivement infinis. »

Malebranche dans d'autres passages (1), Pascal, Leibnitz et Jean Bernoulli aiment à peindre dans les choses les infinis enveloppant sans terme des infinis. L'homme moderne a de tous côtés l'infini en face, comme l'homme ancien le fini, et s'il croit encore au fini, c'est qu'il le confond avec

(1) *Recherche de la vérité*, liv. I, ch. VI.

l'infini particulier, c'est-à-dire l'infini qui n'est pas infini en tous les sens. Une ligne d'un pied enfermant des infinités d'infinis, puisqu'elle est divisible en des infinités d'infinités de parties, est par là infinie, quoiqu'elle ne le soit pas en longueur. L'esprit humain dont chaque idée, chaque sentiment, comprend aussi des infinités d'infinis, est infini de cette manière, et ne l'est pas d'une autre, vu qu'il est à l'infini de l'infini au-dessous de l'esprit incréé. Voilà ce qu'on appelle et ce qu'on peut en effet appeler fini. Mais c'est l'infini qui n'est pas infini en tout point. Découvrez quelque chose qui ne soit infini en aucun point, ce serait là le fini dans la rigueur du mot. Le chercherez-vous dans les choses examinées en elles-mêmes? vous n'y trouvez que la force et la quantité, et partant que l'infini, comme nous l'avons déjà fait voir. Le chercherez-vous dans les idées qui représentent les choses à l'esprit? vous n'y trouverez que des idées de perfection et des idées de grandeur, dès lors encore que l'infini, comme on l'a aussi déjà vu. L'infini est donc la manière d'exister de tout, substances et idées. Que serait le fini absolument fini que vous demandez? Les idées sans rien qui représente la perfection et la grandeur, la force sans degrés, la quantité sans divisibilité, un je ne sais quoi sans propriété, sans fondement en soi-même, et sans raison dans la pensée. Tel est, je le répète, l'unité de Parménide,

l'atome de Leucippe; tel est le dernier terme dans la série descendante $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+$ etc., et dans la série ascendante $1+2+4+8+$, etc., terme qui dans l'un ne serait ni zéro ni non zéro, et dans l'autre ni infini ni non infini. Que dans $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ $+$ etc., il soit zéro, il ne sera pas un terme effectif; qu'il ne soit point zéro, il ne sera point le plus petit possible, ou le dernier, car tout ce qui diffère de zéro, est susceptible de diminuer encore. Que dans $1+2+4+8+$etc., il soit infini, il sera unique, les autres disparaissant devant lui, et il n'y a plus de série; qu'il ne soit pas infini, il ne sera pas le dernier, puisque la série s'étend à l'infini. « L'*omnia*, dit Leibnitz à l'occasion de ces deux séries, l'*omnia* pris comme *numerus maximus*, est une chose contradictoire, comme *numerus minimus*; les deux extrémités *nihil et omnia* sont hors des nombres, *extremitates exclusæ non inclusæ* (1). »

Par les explications qui précèdent nous entendons sans doute clairement que le nombre de l'infini détermine son unité; et il est évident de soi que son unité est la source de son nombre; que le nombre, embrassant tout ce qui est dans l'unité, lui est égal, quoiqu'il ait un autre genre d'existence qu'elle.

Plotin, qui fait l'intelligence inégale à l'un, sup-

(1) *Op.*, t. III, p. 501. Lettre à Dangicourt.

pose que dans l'un ou la puissance, il y a quelque chose qui n'est point déterminé, ce qui est absurde. Encore une fois, rien ne peut-être sans être d'une certaine façon, sans avoir quelque propriété effective; l'absence de toute propriété, de toute façon d'être, c'est le néant. Que dire de cette âme, qui doit unir l'intelligence et la puissance, être leur parfaite égalité, et qui gît inférieure à l'une et à l'autre? Plotin altère donc dans ses trois parties essentielles la substance pensante, et en particulier la substance divine, dont, au reste, il a le mérite d'avoir tenté le premier d'expliquer à fond la triple existence. Sur ses traces, mais soutenu par l'enseignement chrétien, saint Augustin donne l'explication véritable. Si Plotin se trompe, que dirons-nous de l'erreur grossière d'Héraclite, des stoïciens, de Bruno, de Spinosa, de Schelling, qui posent à Dieu pour nombre l'univers? D'où il suit que l'univers, que tout ce que nous voyons, tout ce que nous touchons, est son intelligence, c'est-à-dire qu'il n'en a point, et qu'en lui la puissance agit aveuglément. Le plus conséquent ou le plus franc d'entre eux, Spinosa, s'empresse de le proclamer, en disant «que l'intelligence et la volonté ne sont, par rapport à Dieu, que comme le mouvement et le repos, et, en général, toutes les choses physiques (1).»

(1) *Eth.*, p. 1, prop. 32, cor. 2.

D'où il suit encore que, quoique le monde soit seulement établi le nombre de la substance divine, la substance divine n'est pas plus grande que le monde, car son unité, qu'on semble placer hors du monde, est avec son nombre dans le monde même, puisque chaque substance est tout entière dans son nombre, comme elle est tout entière dans son unité, et que là où est son unité, là est son nombre, c'est-à-dire elle-même.

Sans tomber dans la même erreur, Platon semble croire que le plan ou idée de l'univers remplit entièrement la pensée de Dieu (1). Dans son ignorance de l'infini, il devait naturellement penser qu'il n'y a guère rien de possible au delà des créatures existantes. Mais que l'infini paraisse, l'entendement divin s'agrandira, Malebranche et Leibnitz y verront les idées d'une infinité de mondes infiniment plus amples. Cependant, du milieu de ces infinis, ils ne s'élèvent point à l'infini absolu, devant lequel s'évanouissent tous les autres. Ils prétendent que parmi ces mondes possibles il y en a un qui est le meilleur, et que pour cela Dieu a été obligé de le choisir; par conséquent, il n'en pouvait créer un plus parfait, que le monde existant, comme ils l'avouent eux-mêmes sans peine. Ils accordent néanmoins que le degré de perfection que celui-ci

(1) *Œuv.*, t. XII, p. 120 et 121.

possède, n'est point l'infini absolu, qui n'appartient qu'à Dieu; que c'est seulement un infini relatif, c'est-à-dire un système d'infinités d'infinis, qui sont finis en quelque sens. Ils ne songent pas que tout ce qui est fini en quelque manière, implique toujours des infinités d'infinis au-dessus de soi, et qu'ainsi l'œuvre de Dieu est à l'infini de l'infini au-dessous de ce qu'elle pourrait être. Malebranche donc et Leibnitz, en soutenant que Dieu ne pouvait la faire supérieure, limitent arbitrairement le pouvoir de Dieu, et méconnaissent l'infini en tous sens, qui respire en lui. Aussi renversent-ils la nature de l'infini, qui, dans cette suite infinie de mondes possibles successivement plus parfaits les uns que les autres, repousse un dernier monde contenant l'extrême perfection. Leibnitz n'a su tirer aucun parti des paroles déjà citées : « L'*omnia* pris comme *numerus maximus* est une chose contradictoire, comme *numerus minimus*, les deux extrémités, *nihil et omnia*, sont hors des nombres, *extremitates exclusæ non inclusæ*. » Oui, l'*omnia* pris comme *numerus maximus*, c'est-à-dire dans la question qui nous occupe, pris comme le monde le plus parfait, est une chose contradictoire. D'un côté, il faut qu'il soit infini, puisqu'il est le dernier terme d'une suite ascendante qui va à l'infini. De l'autre il faut qu'il ne soit point infini, puisque, s'il l'était, les autres mondes, qui sont finis, s'annule-

raient à côté de lui, il n'y aurait plus de série, et il serait seul représenté dans l'entendement divin, ce qui est contre l'hypothèse, et contre la vérité. Pour me conformer au langage ordinaire, j'appelle ici finis des mondes qui ne sont pas infinis dans tous les sens; et celui que j'appelle infini n'est point l'infini absolu, mais seulement infini dans plus de sens que les autres.

On le voit, cette infinité de mondes que Malebranche et Leibnitz mettent avec raison dans l'entendement divin, se réduit à un seul, par leur faux principe de l'optimisme, et faisant rétrograder la notion de l'infini jusqu'à Platon, pour eux comme pour lui, la pensée du Créateur n'est pas plus étendue que l'idée du monde créé. Cette conséquence qu'ils n'aperçoivent pas et devant laquelle ils eussent probablement reculé, est tirée par Charles Bonnet, disciple de Leibnitz. « L'ENTENDEMENT DIVIN, dit-il, n'a point vu différents univers aspirer l'existence. LA SAGESSE n'a point choisi entre ces Univers le meilleur. Un, seul Univers était possible : c'était celui dont DIEU a dit *qu'il était bon*. Il était bon, parce qu'il répondait aux PERFECTIONS de la CAUSE. Il était le Plan de la SAGESSE, l'Objet de la PUISSANCE qui n'a point d'autres bornes que la Nature des Choses (1). L'INTELLI-

(1) *Essai de psychologie*, p. 252.

GENCE SANS BORNES a vu le Bien absolu et l'a fait. Il était SA pensée, et cette PENSÉE était cette INTELLIGENCE (1). »

L'auteur soutient aussi que la création est nécessaire : « DIEU a créé parce qu'IL était DIEU. SES PERFECTIONS voulaient des Êtres qui goûtassent l'existence. DIEU a créé ces Êtres. En les créant, IL a satisfait à SOI (2). » Si Dieu a créé parce qu'il était Dieu et que ses perfections voulaient des êtres qui goûtassent l'existence, il s'ensuit qu'il ne pouvait pas plus s'empêcher de créer que d'être Dieu, et d'avoir les perfections de sa nature. C'est aussi ce qui découle du principe que Dieu a dû choisir le meilleur monde ; car s'il est obligé de se déterminer pour ce qui a le plus de prix, il ne saurait se refuser à créer, puisque l'existence d'un seul être, quelque chétif qu'il soit, vaut mieux que le néant, et par la même raison il se trouve forcé à le créer dès l'éternité. « Ici, dit le même auteur, le *possible* n'est pas ce qui l'est *en soi ;* mais le *possible* est ici ce qui l'est relativement à la CAUSE QUI peut l'*actualiser*. Dans ce sens, un seul Univers était possible ; c'était celui qui était en rapport avec les attributs de la CAUSE pris collectivement. Et entre deux Univers parfaitement égaux en

(1) *Ibid.*, p. 166.
(2) *Ibid.*, p. 251.

bonté, comment eût-ELLE choisi? ELLE se connaît ELLE-même, et dans l'Idée qu'ELLE a d'ELLE-même était celle de l'Univers *actuel*, expression de sa PUISSANCE et de sa SAGESSE. Cette idée, infiniment complexe, renfermait de toute éternité dans sa composition, toutes les modifications possibles de la Matière et des Esprits (1). »

L'obligation de choisir le meilleur semble néanmoins tellement inséparable de la sagesse souveraine que le contraire a l'air d'un blasphème, et que pour prendre sur soi de la révoquer en doute, il ne faut rien moins que la vue certaine des erreurs funestes où elle conduit. Mais tout solide qu'est cet argument indirect contre l'optimisme, il satisfait peu l'esprit, qui cependant n'en possède guère d'autres dans plusieurs questions essentielles où les raisons directes échappent, soit à sa faiblesse originelle, soit aux progrès qu'il a faits jusqu'à présent.

Ici l'esprit humain est plus heureux. La connaissance de l'infini lui montre clairement que l'idée de ce plus parfait monde n'existant point, elle ne peut être l'objet de l'intelligence de Dieu, ni nécessiter le choix de sa sagesse. Cela prouve combien il est important d'envisager un sujet sous toutes ses faces, d'aller au fond des choses et de ne

(1) *Essai analyt. sur les facultés de l'âme*, art. 159.

jamais se contenter d'un premier coup d'œil, quelque vaste et perçant qu'il soit.

Rarement une grande erreur traverse son siècle, sans voir s'élever contre elle la vérité qu'elle nie, et qui doit l'abattre. «Représentons-nous, disent Bossuet et Fénelon dans leur réfutation de Malebranche, représentons-nous, selon la belle image de saint Augustin (1), tout l'ouvrage de Dieu comme étant dans une espèce de milieu entre l'Être suprême et le néant, qui sont comme ses deux extrémités. De quelque côté que la créature se tourne, elle aperçoit un espace infini : l'être borné, en tant que borné, est infiniment distant de l'être infini ; en tant qu'être, quoique borné, il est infiniment distant du néant ; la distance infinie qui est entre la créature et le néant, est en elle la marque de la perfection infinie de celui qui l'a fait passer du néant à l'être. Par là tout degré d'être est bon et digne de Dieu : par là, le moindre degré d'être porte en lui le caractère de la perfection infinie du Créateur. Il faut donc se représenter, et en cela l'imagination, bien loin de dérégler l'esprit, ne fait que le soulager, pour rendre ses opérations plus parfaites, il faut donc se représenter toutes les perfections que Dieu peut donner à son ouvrage, comme une suite de degrés d'une hauteur

(1) *Contra epist. Manichæorum quam vocant fundamentum*, cap. XXXIII, n 36 et seq.

et d'une profondeur sans bornes. Ces degrés, d'un côté montent, et, de l'autre descendent toujours à l'infini. Dieu voit tous ces degrés; mais comme ils sont infinis, il n'en voit aucun de déterminé, au-dessus duquel il n'en voie encore d'autres qui sont possibles; il n'en voit même aucun de déterminé qui ne soit fini et qui par conséquent n'en ait encore d'infinis au-dessous de lui (1). »

Bossuet et Fénelon concluent de là que « bien loin que Dieu ne puisse produire que le plus parfait, il ne peut jamais produire le plus parfait, puisqu'il peut toujours ajouter de nouveaux degrés de perfection à toute perfection déterminée (2); que le plus haut degré de perfection, comme le plus bas, étant infiniment éloignés de lui, ils lui sont également inférieurs; qu'il voit les choses les plus inégales, égalées en quelque façon, c'est-à-dire également rien, en les comparant à sa hauteur souveraine (3); que dans cette supériorité infinie, qui lui rend toutes les choses possibles également indifférentes, Dieu trouve la parfaite liberté de créer ou de ne pas créer le monde, de le créer plus tôt ou plus tard, de lui donner tel ou tel degré de perfection (4). Sans doute, disent-ils, que

(1) *OEuv. de Fénelon*, t. III, p. 52, édit. de Versailles.

(2) *Ibid.*, p. 55.

(3) *Ibid.*, p. 60.

(4) *Ibid.*, p. 57, 58.

dans ce choix pleinement libre, où Dieu n'a d'autres raisons de se déterminer que son bon plaisir, sa parfaite sagesse ne l'abandonne jamais. Pour être souverainement indépendant de l'inégalité des objets finis entre eux, il n'en est pas moins sage ; il voit cette inégalité de tous les objets entre eux ; il voit leur égalité par rapport à sa perfection infinie ; il voit leur éloignement infini du néant ; il voit tous les rapports que chacun d'eux peut avoir à sa gloire, et toutes les raisons de le produire ; il voit une raison générale et supérieure à toutes les autres, qui est celle de son indépendance et de l'imperfection de toute créature par rapport à lui ; il y trouve son souverain domaine et sa pleine liberté : il l'exerce pour faire le bien, à telle mesure qu'il lui plaît. N'y a-t-il pas dans toutes les vues de Dieu, qui agit librement, une science et une sagesse infinies (1) ? »

Aussi bien que Leibnitz, Bossuet et Fénelon ont donc compris cette propriété de l'infini considéré en tant que nombre, qu'il n'a point de dernier terme ; de plus ils l'ont employée à résoudre la plus impartante question, et se sont élevés à l'infini absolu, degré suprême des conceptions de l'homme et de la grandeur de Dieu. Mais ils n'ont point aperçu les infinis relatifs, sur lesquels il do-

(1) *Ibid.*, p. 60.

mine, et qui, en s'anéantissant devant lui, semblent l'étaler dans sa majesté souveraine. On dirait que la pensée n'est pas encore capable de les embrasser à la fois. Si elle s'empare des infinis relatifs, ils la remplissent tout entière, et l'infini absolu lui échappe; si elle atteint l'infini absolu, il lui dérobe les infinis relatifs.

L'infini qui ne fait que paraître dans les mathématiques et dans les sciences physiques, l'étourdit, il faut qu'elle se familiarise avec lui, qu'elle s'assure de sa réalité. Or, cette réalité est encore disputée dans les mathématiques, où l'infini ne semble qu'un artifice de calcul, et bientôt elle y est niée, ainsi que dans la philosophie. D'Alembert (1), Locke et Condillac, reculant jusqu'à la première antiquité, ne voient dans l'infini qu'une négation. Lagrange tente d'en bannir même le nom, et d'établir le calcul différentiel sans lui. M. de Bonald applaudit (2).

On ne reconnaît pas non plus dans les parties de la création le genre d'infini qui s'y trouve. Jusqu'à la découverte de l'aberration par Bradley, en 1728, les astronomes croient que les étoiles donnent sensiblement une parallaxe annuelle, et par suite une distance aisément assignable. Mais après

(1) *Encyclop.*, art. Infini.

(2) *Législation primitive*, t. II, p. 185; 3e édit.

cette découverte, leurs longues tentatives, pour en saisir quelqu'une, et leur impuissance absolue, agrandissant pour eux sans fin les intervalles qui séparent les astres, leur ouvrent partout les abîmes de l'infini dans l'univers. « On devrait s'attendre assez naturellement, dit M. Herschel, à ce qu'une base aussi vaste que le diamètre de l'orbe terrestre pût être avantageusement employée pour la triangulation des étoiles; à ce que le déplacement de la terre, d'un point de son orbite au point opposé, produisît une parallaxe annuelle des étoiles, suceptible d'être mesurée, et de conduire par le calcul à la connaissance de leurs distances. Mais quelque raffinement qu'on ait apporté aux observations, les astronomes n'ont pu arriver par cette voie à des conclusions positives et concordantes; de façon qu'il semble démontré que cette parallaxe, même pour les étoiles fixes les plus proches parmi celles qu'on a examinées avec le soin convenable, se trouve mêlée avec les erreurs fortuites inhérentes aux observations, et masquée par elles. Or, le degré de perfection auquel celles-ci ont été portées, ne permet pas de douter que si la parallaxe en question était seulement d'une seconde (ou si le rayon de l'orbe terrestre, vu de la plus proche étoile fixe, soutendait cet angle si petit), elle n'aurait pas manqué d'être universellement reconnue... Étant moins qu'une seconde, la distance

de la plus proche des étoiles est donc plus grande que six trillions, sept cent vingt billions de lieues, 6,720,000,000,000. De combien est-elle plus grande? c'est ce que nous ignorons (1). »

Parlant des amas d'étoiles, il dit que « plusieurs de ces amas doivent contenir au moins dix ou vingt mille étoiles, pressées dans un espace circulaire, dont l'aire n'est que la dixième partie de celle que le disque de la lune recouvre sur le firmament. Peut-être, ajoute-t-il, on nous reprochera d'être épris du gigantesque, si nous songeons à considérer les individus associés dans ses groupes comme des soleils du genre du nôtre, et leurs distances mutuelles comme étant de l'ordre de celles qui séparent notre soleil des plus proches étoiles fixes. Cependant, si l'on réfléchit que la lumière confondue de toutes les étoiles qui composent le groupe, affecte l'œil moins vivement que celle d'une étoile de cinquième ou sixième grandeur, car les plus étendus de ces amas sont à peine visibles à l'œil nu, l'idée qu'on se fera de leur distance, permettra à l'imagination de se familiariser même avec des dimensions aussi énormes (2). » Et plus loin, à l'occasion des nébuleuses : « sous quelque point de vue qu'on les envisage, elles offrent un champ inépuisable de spé-

(1) *Traité d'astronomie*, art. 588, trad. de M. Cournot.
(2) Art. 614 et 615.

culations et de conjectures. On ne saurait douter qu'elles ne soient, pour la plupart, formées par une agglomération d'étoiles, et l'imagination se perd dans cette série interminable qu'elle entrevoit, de systèmes qui se groupent pour former d'autres systèmes, de firmaments qui composent d'autres firmaments (1). » Voilà l'infini physique en grandeur et ses divers ordres. L'infini physique en petitesse et ses ordres divers, que fait deviner le microscope, ne sont pas moins certains. L'un et l'autre consistent dans une telle distance des choses, qu'elles n'ont rien de commun que de faire partie d'un système qui les embrasse toutes, et de ne s'influencer que par rapport à ce système. L'animalcule imperceptible qui vit en nous dans une goutte de sang ou de lymphe, n'est pas moins éloigné de notre corps, que le globe qui nous porte, de l'étoile qui se meut avec le soleil autour du même centre de gravité.

Enfin, cependant, M. Bessel vient, assure M. Arago, d'obtenir la parallaxe de la soixante et unième étoile du Cygne. « Elle est un *tiers de seconde* ou plus exactement 0″,31. La parallaxe 0″,31 correspond à une distance de la Terre, qui surpasse six cent mille fois l'intervalle de la Terre au Soleil, à une distance que la lumière ne franchirait, avec sa

(1) Art. 625.

vitesse de soixante-dix-sept mille lieues par seconde, qu'en dix ans (1). » Il résulte alors d'un calcul fait par M. Herschel (2), que la lumière d'une étoile de seizième grandeur doit mettre plus de trois mille ans pour arriver jusqu'à nous. Or, cette étoile est-elle donc postée sur les limites de l'univers, qui n'a point de limites pour l'imagination? Ainsi, il est des étoiles dont la lumière ne parviendra jamais à la terre! Que dis-je? Il en est dont la lumière ne saurait y parvenir! Mais je ne m'arrêterai point à ces supputations prodigieuses; il faut poursuivre mon sujet.

Par l'impossibilité de se passer de l'infini dans les mathématiques, il y rentre triomphant. Il est vrai que c'est avec l'erreur de Leibnitz, qui, peu d'accord avec lui-même, tout en rejetant l'existence d'un dernier terme ou de l'infiniment petit dans la série $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+$ etc., admettait les infiniment petits dans les différentielles. Suivant Poisson, l'un des promoteurs de ce retour, « on est conduit à l'idée des infiniment petits, lorsqu'on considère les variations successives d'une grandeur soumise à la loi de continuité. Ainsi le temps croît par des degrés moindres qu'aucun intervalle qu'on puisse assigner, quelque petit qu'il soit. Les

(1) *Analyse hist. et critique de la vie et des travaux de sir William Herschel*; *Annuaire du Bureau des longitudes*, p. 385, an 1842.

(2) *Traité d'astr.*, art. 500.

espaces parcourus par les différents points d'un corps, croissent aussi par des infiniment petits; car chaque point ne peut aller d'un point à un autre, sans traverser toutes les positions intermédiaires; et l'on ne saurait assigner aucune distance, aussi petite que l'on voudra, entre deux positions successives. Les infiniment petits ont donc une existence réelle, et ne sont pas seulement un moyen d'investigation imaginé par les géomètres (1). »

Il nous semble que c'est le contraire qu'il faudrait conclure. Si d'un point à un autre, on ne peut assigner aucune distance, aussi petite qu'elle soit, il est clair que ces deux points se touchent, ou qu'ils ne sont séparés par aucune distance, ni dès lors par aucun infiniment petit. Le corps se meut d'une manière continue, sans intervalle de lieu et de temps.

Divisez l'espace parcouru et la durée du mouvement, vous aurez des distances d'une position et d'un instant, à la position et à l'instant suivant; mais ces distances, tant qu'elles existeront, ne seront pas plus petites que toute grandeur donnée, ni par conséquent des infiniment petits ; et si vous cessez de partager l'espace et la durée, tout rentrant dans le continu de l'étendue et du temps, ces distances s'évanouiront et il ne restera rien qui prête réalité aux prétendus infiniment petits.

(1) *Traité de mécanique*, t. I, p. 14 ; 2e édit

Bernoulli argumentait du même cas : « Un corps dont le mouvement décrit une ligne, existe sans doute par le fait en chacun des points que je puis concevoir dans cette ligne ; donc il existe aussi en deux points que je conçois comme infiniment rapprochés, et par conséquent il a réellement parcouru l'intervalle qui les sépare, c'est-à-dire une particule infiniment exiguë (1). » D'après ce que je viens d'expliquer, cette *particule infiniment exiguë* n'est qu'un mot.

Dans son *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal*, où l'on remarque le commencement de l'alliance des mathématiques, et d'une philosophie qui sort des sensations, M. Cournot s'efforce aussi d'établir les infiniment petits. « Quand un corps, dit-il, en se refroidissant, émet sans cesse de la chaleur thermométrique, la perte de température qu'il éprouve dans un intervalle de temps quelconque, si petit qu'on le suppose, est un effet composé, résultant, comme de sa cause, de la loi suivant laquelle le corps émet sans cesse, en chaque existant infiniment petit, une quantité infiniment petite de cha-

(1) « Corpus quod motu suo describit lineam, existit utique actu singulis punctis quæ in illa linea concipere possum ; ergo etiam in duobus quæ ego concipio infinite sibi vicina ; adeoque actu intervallum illud, seu particulam infinite exiguam, emensum est. » *Commercium epist.*, t. I, p. 391.

leur thermométrique. Le rapport entre les variations élémentaires de la chaleur et du temps est la raison du rapport qui s'établit entre les variations de ces mêmes grandeurs, quand elles ont acquis des valeurs finies, le terme *raison* étant pris ici dans son acception philosophique.

« De même les espaces décrits par un corps qui tombe librement, en cédant à l'action de la pesanteur, varient proportionnellement aux carrés des temps écoulés depuis le commencement de la chute, parce que l'accroissement infiniment petit de l'espace parcouru est proportionnel à la vitesse acquise, qui elle-même, par un résultat évident de l'action continuelle et constante de la pesanteur, est proportionnelle au temps écoulé depuis que le corps est en mouvement. De cette relation si simple entre les éléments du temps écoulé, et de l'espace décrit, dérive, comme de sa cause, la loi moins simple qui lie entre elles les variations finies de ces deux grandeurs.

« Sous ce point de vue, on a pu dire avec fondement que les infiniment petits *existent dans la nature* (1). »

C'est une illusion du même genre que celle de Bernoulli et de Poisson. Dans les deux exemples que l'auteur propose, on voit bien que les rapports

(1) T. I, p. 86.

élémentaires ou différentiels du refroidissement et du temps, et ceux de l'espace et du temps conduisent à leurs rapports ordinaires ou algébriques, et déterminent la perte de température, et la loi du mouvement accéléré. Mais de ce que les rapports différentiels s'appellent aussi rapports d'infiniment petits, s'ensuit-il que les infiniment petits existent? La question précisément n'est-elle pas de savoir ce que sont les différentielles, quelque nom qu'on leur donne.

Il est faux de dire avec Poisson, que « la différentielle dx d'une variable indépendante, est l'accroissement infiniment petit qu'on attribue à cette variable, et que la différentielle dy d'une fonction y de x, est l'accroissement correspondant de cette fonction (1). »

La quantité croît ou décroît d'une manière continue. Tout à l'heure j'ai montré que dans la ligne qu'un corps parcourt, il n'existe aucune position intermédiaire ou distance d'un point à l'autre. Par la pensée, sans doute, on peut rompre cette ligne en tant de parties qu'on voudra, mais à moins qu'on ne les suppose écartées les unes des autres, ces parties ne laisseront point d'intervalle. Dans le mouvement uniforme, la vitesse est l'espace divisé par le temps; pour qu'elle le soit encore dans

(1) *Traité de mécanique*, t. I, p. 16; 2ᵉ édit.

le mouvement varié ou qui change d'un point à un autre, on resserre l'espace et le temps en un point, on les fait nuls. Alors on dit que la vitesse est la différentielle de l'espace, divisée par la différentielle du temps, ou $\frac{de}{dt}$. De même une ligne qui coupe une courbe en deux points, devient tangente, si l'un des points va se confondre avec l'autre; mais dans ce cas, les accroissements respectifs de l'abcisse et ceux de l'ordonnée par lesquels le premier point était déterminé, s'anéantissent, et leur rapport qui fixe la tangente est le rapport de la différentielle de l'ordonnée et de la différentielle de l'abcisse, c'est-à-dire $\frac{dy}{dx}$. Ainsi les différentielles de, dt, dy, dx, sont substituées à des zéros, et non pas à des quantités infiniment petites.

Mais quoi! ces symboles, qui jouissent de si merveilleuses propriétés, ne représentent-ils les quantités en aucune manière? sont-ils de purs riens? Newton, Euler, l'ont enseigné, et il semble que ce soit une nécessité, que la rigueur du calcul l'exige. Cependant l'imagination nous abuse. Si ces symboles remplacent des zéros, ils ne répondent point à des choses nulles; ils expriment l'unité de l'infini. Le rapport d'une fonction et de sa variable reste le même, tandis que la fonction change, par suite des changements de la variable.

Ce rapport fait son unité, et les changements sans fin dont la fonction et la variable sont susceptibles, font son nombre, l'une et l'autre son infini. La différencier c'est prendre la partie de son infini qui est unité, et laisser la partie qui est nombre; c'est dégager la première, en excluant ou annulant la seconde, sous laquelle elle est cachée. Intégrer cette différentielle, c'est restituer à la fonction son nombre. Lorsque dans une substance nous faisons abstraction du particulier ou du nombre, pour ne considérer que le général ou l'unité, nous agissons comme dans la différentiation; et lorsque nous revenons à considérer aussi le particulier, nous agissons comme dans l'intégration. Que de l'idée d'un homme ou des hommes, on s'élève à l'idée de l'homme même, et qu'avec l'idée de l'homme on descende à l'idée d'un homme ou des hommes, on exécutera en métaphysique deux opérations analogues à celles de différencier et d'intégrer en mathématiques.

Si la différentielle d'une fonction est plus générale qu'elle, ainsi que Lagrange le dit (1), ce n'est qu'en apparence, puisque la différentielle se trouve contenue dans la fonction, où elle est enveloppée par l'individuel de cette fonction. M. Cournot observe « qu'il conviendrait d'appeler la diffé-

(1) *Leçons sur le calcul des fonctions*, p. 163; 2e édit.

rentielle fonction génératrice ou primitive, et la fonction complète fonction dérivée, au lieu d'appliquer ces dénominations en sens inverse, comme l'a fait Lagrange, guidé en cela par des considérations de pur algèbre (1). » Effectivement, c'est la différentielle qui fait l'essence de la fonction, qui est la loi des changements que celle-ci éprouve par suite des changements de la variable, et non pas la fonction qui est la loi de la différentielle, comme c'est l'idée générale d'homme, et non pas l'idée particulière de tel ou tel individu, l'universel et non pas l'individuel, qui est l'essence de l'homme. Mais dans ce cas, au lieu de dire avec l'auteur que la loi des variations des grandeurs finies résulte de la loi des variations infinitésimales, il faudrait dire qu'elle est la même. La différentiation ne fait que la mettre en évidence en écartant ces grandeurs finies qui la voilent.

Les partisans des infiniment petits ont raison de soutenir que les différentielles ne sont point zéro; mais ils ont tort de supposer que leur réalité est dans l'individuel, avec lequel ils confondent l'universel. Ils ressemblent aux conceptualistes, qui, en philosophie, fondent sur le particulier les notions générales, ou, pour parler autrement, qui ne voient

(1) *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal*, t. I, p. 87.

dans l'universel qu'une pure conception dérivée de l'individuel. Dans l'exponentielle e^x se confondent, par une exception singulière, l'universel et l'individuel, le coefficient différentiel et la fonction complète.

Leibnitz croyait faussement que les intégrales étaient des sommes de différentielles, et que le calcul intégral devait être appelé calcul sommatoire, *summatorius* (1). Il est étonnant que Leibnitz, qui savait si bien distinguer les idées générales des idées particulières, n'ait pas vu dans le rapport essentiel d'une fonction l'idée génerale, et dans les valeurs successives des variables de la fonction, les idées particulières de cette fonction. Jean Bernoulli donnait au calcul intégral, avec raison, le nom qu'il porte; car ce calcul, rendant à la fonction son nombre, la rétablit dans son intégrité. Pour désigner l'intégration, il employait d'abord naturellement la lettre I, initiale d'intégral, ensuite il l'abandonna mal à propos et prit la lettre S, initiale de somme, lettre dont se servait Leibnitz (2). Penserait-on que celui-ci se soit égaré jusqu'à assimiler les différentielles aux racines imaginaires (3), et que, de nos jours, Carnot n'ait pas craint d'éta-

(1) *Commercium epist.*, t. II, p. 161.
(2) *Ibid.*, p. 155.
(3) *Op.*, t. III, p. 371 et 500.

blir un rapprochement entre elles et les quantités négatives (1)?

M. Lacroix, M. Cauchy et d'autres géomètres qui rejettent les infiniment petits, les évitent en employant les limites, où entre également la considération de l'infini. Mais il se rencontre deux difficultés : la première, c'est que les changements des fonctions et de leurs variables étant nuls, les limites des rapports de ces changements ne le soient pas; la seconde, c'est que les liens de ces rapports avec leurs limites ne s'altèrent point lorsque ces changements passent par zéro.

Dans les exemples que nous examinions tout à l'heure, $\frac{de}{dt}$ est la limite du rapport des changements de l'espace et de ceux du temps; $\frac{dy}{dx}$ est celle du rapport des changements de l'ordonnée et des changements de l'abcisse. Ici *de* *dt*, *dy*, *dx*, ne représentent ni des zéros, ni des infiniment petits, mais certaines quantités assignables. Cependant, pour arriver à ces quantités, il faut anéantir les changements ou accroissements de l'espace, du temps, de l'ordonnée, de l'abcisse. Alors, que reste-t-il de ces quantités? et s'il reste quelque chose, comment se fait-il que le rapport de ces

(1) *Réflex. sur la métaphysique du calcul infinitésimal*, note à la fin.

restes, émane rigoureusement du rapport des changements? Voici un exemple plus sensible. La surface d'un polygone régulier inscrit à un cercle est égale au contour de ce polygone multiplié par la moitié de la perpendiculaire abaissée du centre sur un des côtés. A mesure qu'on augmente le nombre de ces côtés ou qu'on diminue leur longueur, le contour approche de la circonférence, la perpendiculaire du rayon, et la surface du polygone de celle du cercle. Le cercle est dit la limite du polygone, le rayon la limite de la perpendiculaire, la circonférence la limite du contour. Mais ne semble-t-il pas absurde que ces côtés, qui alors sont anéantis, produisent une circonférence? en admettant qu'ils la produisent, quelle certitude a-t-on que le rapport de cette circonférence et de son rayon soit déterminé par le rapport du contour du polygone et de la perpendiculaire tirée du centre à un des côtés? On a beau dire que le contour, approchant continuellement et indéfiniment de la circonférence, en différera toujours moins que toute quantité donnée, et qu'en passant du rapport du contour et de la perpendiculaire à celui de la circonfiérence et du rayon, on ne saurait commettre d'erreur. Il est visible qu'il y a là un saut où la nature des choses paraît changée, où le contour, formé de lignes droites, devient la

circonférence, qui est une ligne courbe, où par conséquent tout a l'air d'être rompu, et où il ne semble pas qu'on ait le droit de conclure ce qui est après de ce qui est avant.

La connaissance de l'infini montre seule qu'on le peut. Sous le rapport du contour et de la perpendiculaire, elle révèle le rapport de la circonférence et du rayon. Ce dernier rapport, qui sert de fondement au premier, est l'unité de l'infini; le premier en est le nombre. Le passage du contour à la circonférence dans lequel les côtés du polygone s'évanouissent, n'est que l'élimination du nombre et la manifestation de l'unité. Qu'on s'arrête au contour, ou qu'on aille à la circonférence, on est toujours dans l'unité. Mais à la circonférence on s'y trouve explicitement, tandis qu'au contour on n'y est qu'implicitement. Du contour à la circonférence, le saut n'est donc que partiel. Il y a un fond commun qui ne cesse de nous porter.

D'après M. Lacroix, « la limite, différente pour chaque fonction, et toujours indépendante des valeurs absolues des accroissements, caractérise d'une manière qui lui est propre, la *marche* de la fonction dans les divers états par lesquels elle peut passer(1). » Ainsi, pendant que la fonction et la

(1) *Traité élém. de calcul différ.*, p. 87, 5e édit.

variable prennent des valeurs différentes, la limite demeure constante et règle les changements. Par conséquent elle consiste dans un rapport intérieur qui est la manière dont la variable entre dans la fonction et qui constitue la nature de celle-ci. « Plus les accroissements de la variable indépendante sont petits, poursuit l'auteur, plus les valeurs successives de la fonction sont resserrées, plus enfin cette fonotion approche d'être soumise à la loi de continuité dans ses changements, et plus leur rapport à ceux de la variable indépendante approche d'être égal à la limite assignée par le calcul. » Mais pourquoi cela, sinon parce qu'alors ce qui change tend à s'évanouir et à mettre à découvert ce qui ne change point? Lorsque la fonction est soumise à la loi de continuité dans ses changements, qu'il n'y a plus d'intervalles entre les valeurs successives qu'elle reçoit, que les accroissements ou décroissements de la variable sont zéro, la partie muable de la fonction s'en va, et apparaît en même temps la partie immuable, qui est ce qu'on appelle ici la limite.

La loi de continuité, ou plus simplement la continuité forme le lieu de passage de l'une à l'autre. Elle n'est point la limite de la fonction, mais la limite du changeant et du non changeant. En elle s'annule ce qui change, et en s'annulant laisse voir au delà ce qui ne change point. Sui-

vant Navier (1) et M. Cournot (2), la limite mesure le rapport des changements de la fonction et ceux de la variable. Ceci est encore vrai. La limite étant l'unité, la loi de la fonction, elle détermine son nombre ou le rapport de ses changements et de ceux de la variable. Dans l'équation d'une courbe, le rapport des changements respectifs des variables, rapport qui lui-même change continuellement, ne dépend-il pas du rapport fondamental exprimé par cette équation, rapport qui ne change point et qui fait l'essence immuable de la courbe? En morale, n'est-ce pas par l'idée de la vertu qu'on estime, qu'on évalue les vertus ou les divers degrés de vertu, qui se rencontrent dans les actions humaines?

Mais que ce soit avec la théorie des limites, avec celle des infiniment petits, ou avec tout autre que l'infini rentre dans les mathématiques, peu importe; l'essentiel, c'est qu'on l'y reconnaît existant par la nature de la quantité, et non plus seulement comme artifice analytique; de même qu'autour de nous, sous nos pieds et sur nos têtes, il n'est plus jugé l'effet de l'imperfection des instruments, mais le fond des amplitudes de la création. Au reste, en combattant l'existence des infiniment

(1) *Résumé des leçons d'analyse*, part. 1, p. 7.

(2) *Traité élémentaire*, t. I, p. 53.

petits, nous ne prétendons point en proscrire le mot, qui peut être utile dans certains cas. Il suffit que cette expression, ainsi que celle de limite, soit bien expliquée et bien comprise. D'ailleurs l'invincible rectitude de l'analyse les empêche de fausser le calcul.

L'infini reparaît aussi dans la philosophie, mais seulement pour les idées qui appartiennent à l'entendement divin, et pas encore pour celles qui appartiennent au nôtre. C'est qu'en général on nie ces dernières, et qu'on n'admet que les autres dans la pensée. De là vient que Biran, par exemple, soutient que l'âme ne se connaît point. S'il s'entendait lui-même, il devrait soutenir qu'elle ne connaît rien. Sans les idées qui font qu'elle pense, comment connaîtrait-elle quoi que ce soit? Avec ces idées, comment ne se connaîtrait-elle pas avant tout, puisqu'elles ne peuvent donner la connaissance de rien qu'en donnant la connaissance d'elles-mêmes, et par conséquent de l'âme, dont elles forment la substance?

Entre une connaissance réelle de l'âme et une ignorance de tout, il n'y a point de milieu. Biran, et, avant lui, Malebranche, qui, dans la pensée, ne voit non plus que les idées divines, en supposent un singulier, c'est que l'âme se connaît par conscience. Ordinairement on appelle conscience ce mélange d'idées et de sentiments qui, en morale,

nous fait juger du bien et du mal. Comme ici les idées semblent fondues dans les sentiments, Malebranche et Biran se sont imaginé, sans doute, que le mot conscience indique un peu plus que le sentiment, et beaucoup moins que l'idée, une sorte de connaissance légère qui ne pénètre point les choses, mais qui cependant en découvre la superficie. C'est pourquoi ils disent que les actes ou opérations de l'âme nous sont connues, et que l'âme ne l'est pas, ou, selon le langage de Biran, que nous apercevons *le moi actuel de la conscience, et que le moi absolu, que l'âme substance ou chose pensante* nous échappe. Mais, ou la conscience n'est que le sentiment, et alors nous ignorons le moi actuel de la conscience aussi complétement que le moi absolu, car sentir, être affecté, ce n'est point connaître; ou la conscience est le sentiment et l'idée, et dans ce cas le moi absolu, l'âme substance ou chose pensante nous est aussi bien connue que le moi actuel, car le sentiment, pour se mêler à l'idée, ne l'altère ni ne l'affaiblit, quoiqu'il empêche quelquefois de l'approfondir, enlevant, brisant l'attention par sa rapidité et ses transports. Faut-il s'étonner qu'à ce simulacre de connaissance, qu'ils n'admettent d'ailleurs qu'en se contredisant, Malebranche et Biran refusent l'infinité?

D'autres, comme les disciples de Reid, de Kant, excluent de la pensée les idées divines et y laissent

les idées humaines; mais ils les atténuent au point qu'elles ne peuvent produire aucune connaissance véritable ni supporter l'infini. Aussi déclarent-ils également que l'âme est impénétrable, et s'ils ne bannissent pas tout à fait l'infini, ils n'en conservent qu'une ombre vaine et sans usage.

Cependant, aussitôt qu'on reconnaîtra à ces idées leur réalité propre, on verra, comme Descartes, Leibnitz, Bossuet et tous ceux qui ont philosophé un peu à fond, qu'elles renferment l'infini. Le premier n'hésite pas à dire que l'idée de perfection infinie ne diffère nullement de lui-même, en d'autres termes, qu'elle est l'âme entière. Pour eux l'infini est la source des idées claires. A la vérité, ils croient qu'il est aussi celle des idées confuses (1). La raison que Leibnitz en donne, c'est que nous ne pouvons considérer distinctement une infinité de choses ou de rapports (2). Ceci demande explication. Pourquoi l'infini est-il la source des idées claires? Parce qu'il fait leur unité et leur nombre, leur général et leur particulier, enfin leur manière d'exister. Dans l'idée du cercle, déjà donnée pour exemple, la propriété que tous ses points sont à égale distance du centre, est inséparable de la

(1) « Fons est idearum clararum, simul et confusarum, quibus nulla creatura penitus exui potest. » *Leib. op.*, t. V, p. 149.

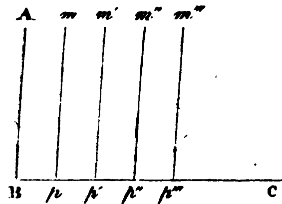
(2) « Non est nobis finito intellectu præditis, infinitarum varietatum distincta consideratio. » *Ibid.*, p. 143.

propriété qu'il y a une infinité de cercles. Sans la première, rien de général; sans la seconde, rien de particulier. Sans le général point de science possible, car d'un côté, point de liens entre les cercles particuliers, et de l'autre, point même de cercles particuliers, qui ne sont cercles que par le général, que parce qu'ils ont tous leurs points également éloignés du centre. Point de science non plus sans le particulier varié à l'infini, c'est-à-dire sans l'infinité des cercles particuliers, puisque le général, qui est leur lien, leur rapport, n'ayant rien à unir, n'est rien lui-même. C'est ainsi que l'infini est la manière d'exister du cercle, qu'il la manifeste, et dès lors qu'il en fait la clarté.

Mais cette infinité de cercles particuliers fort nette, tant qu'on les considère dans leur ensemble, devient confuse si on veut se les représenter en détail; on ne peut tous les distinguer les uns des autres, à cause de leur multitude sans terme. L'infini, source de la clarté, n'amène donc la confusion que par accident et en quelque sorte malgré lui. C'est de notre esprit qu'elle vient, non qu'il soit fini, comme le dit Leibnitz, mais parce qu'il n'est pas un infini assez élevé, ou même l'infini absolu, peut-être encore parce qu'il manque de force pour percevoir complétement les idées qui le constituent. « Telle est tout ensemble, dit Bossuet, la grandeur et la faiblesse de l'esprit humain, que

nous ne pouvons égaler nos idées, tant celui qui nous a formés a pris soin de marquer son infinité ! »

J'ai déjà remarqué que tous les infinis relatifs sont nuls par rapport à l'infini absolu; que dans une suite ascendante, l'infini du premier ordre est nul par rapport à l'infini du second, l'infini du second par rapport à l'infini du troisième, ainsi des autres; que dans une suite descendante, l'infini du secondordre est nul par rapport à l'infini du premier, l'infini du troisième par rapport à l'infini du second, que la même chose a lieu pour les suivants. Cette nullité fut aperçue en même temps que ces divers ordres, et aussitôt on commença de s'en servir. Mais quoiqu'on l'ait crue certaine, on n'a pu se l'expliquer d'une manière satisfaisante, parce qu'on ignorait la nature de l'infini.



Soit un angle quelconque ABC; que de l'un de ses côtés on tire des parallèles à l'autre, on formera les bandes AB*pm*, *mpp'm'*, *m'p'p''m''* etc. Qu'on prenne de ces bandes autant qu'on voudra, non-

seulement on ne remplit point l'espace angulaire ABC, mais cet espace reste toujours tout entier vide. Comme les côtés ne se terminent point, il est clair qu'après la dernière bande, s'ouvre constamment un angle $m''p''$C, qui présente une étendue égale à celle de ABC. Cependant les bandes renferment chacune un espace infini, puisque leurs côtés se prolongent indéfiniment. D'où il résulte que cet infini, et même un nombre quelconque d'infinis semblables, sont nuls devant celui de l'angle. Mais aussi à un côté double, triple, dans la bande, répond un espace double, triple, tandis que dans l'angle, à un côté double, triple, répond un espace quatre fois, neuf fois plus grand, c'est-à-dire que dans la bande l'espace croît comme les côtés, et dans l'angle comme les carrés des côtés; par conséquent l'angle et la bande ne sont point de même genre. Voilà pourquoi la bande s'annule devant l'angle.

Si la fonction différentielle s'évanouit devant la fonction primitive, c'est pareillement qu'elle est d'un autre genre, ou, comme dit M. Lacroix, qu'elle est *sui generis* (1). Aussi, quand elle vient d'une fonction primitive à deux variables, par exemple, elle exprime la tangente trigonométrique de l'angle que la tangente à la courbe fait avec l'axe des

(1) *Traité élém. de calcul différ.*, p. 704; 5e édit.

abscisses, au lieu que la fonction primitive exprime la courbe. En différentiant, on passe par zéro divisé par zéro, $\frac{0}{0}$, symbole de l'indétermination, lequel, suivant Lagrange, est toujours le symptôme d'un changement de fonction (1). La différentiation consistant à annuler l'individuel de la fonction, traverse le néant, qui est l'indétermination même. C'est par là qu'elle nous transporte d'un genre à un genre différent.

On peut encore considérer la fonction comme un tout qu'on détruit dès qu'on en ôte une partie. Avant la différentiation elle est un infini complet, après elle n'est plus qu'un infini unité, lequel, par conséquent, n'est rien à l'égard de l'infini unité et de l'infini nombres réunis. L'infini nombre ne serait rien non plus, si on pouvait l'isoler. Qu'est un bras pour le corps dont il ne fait pas partie? rien. Il ne serait encore rien, lors même que le corps particulier qu'on envisage manquerait d'un bras semblable. Dans cet exemple, la chose frappe, parce qu'elle tombe sous les sens; mais quand elle les passe, elle n'est pas moins certaine.

On dit qu'une infinité de différentielles égalent la fonction dont elles dérivent, et une infinité de bandes l'espace angulaire. On ne s'aperçoit pas que

(1) *Leçons sur le calcul des fonctions*, p. 321 ; 2e édit.

cette infinité en nombre étant impossible comme somme, c'est l'unité qu'on prend à la place; je veux dire, qu'au fond ôn cesse de considérer cette infinité de fonctions différentielles, pour considérer la fonction elle-même, l'infinité de bandes pour considérer l'angle.

Comme dans un même objet, de l'unité de l'infini à l'infini unité et nombre est l'infini, on dit des choses qui ont une nature différente qu'elles sont séparées par l'infini, ce qui est philosophiquement et mathématiquement rigoureux. Qu'on se garde donc de voir une exagération et non pas la vérité même dans ces paroles de Pascal :

« La distance infinie des corps aux esprits figure la distance infiniment plus infinie des esprits à la charité, car elle est surnaturelle. »

« Tout l'éclat de grandeur n'a point de lustre pour les gens qui sont dans les recherches de l'esprit. La grandeur des gens d'esprit est invisible aux riches, aux rois, aux conquérants et à tous ces grands de chair. La grandeur de la sagesse qui vient de Dieu est invisible aux charnels et aux gens d'esprits. Ce sont trois ordres de différents genres. »

« Les grands génies ont leur empire, leur éclat, leur grandeur, leurs victoires, et n'ont nuls besoins des grandeurs charnelles, qui n'ont nul rapport avec celles qu'ils cherchent. Ils sont vus des

esprits et non des yeux, mais c'est assez. Les saints ont leur empire, leur éclat, leur grandeur, leurs victoires, et n'ont nul besoin des grandeurs charnelles ou spirituelles, qui ne sont pas de leur ordre, et qui n'ajoutent ni n'ôtent à la grandeur qu'ils désirent. Ils sont vus de Dieu et des anges et non des corps ni des esprits curieux : Dieu seul leur suffit. »

« Tous les corps, le firmament, les étoiles, la terre, les royaumes, ne valent pas le moindre des esprits, car il connaît tout cela et soi-même, et le corps rien ; et tous les corps et tous les esprits ensemble, et toutes leurs productions, ne valent pas le moindre mouvement de charité, car elle est d'un ordre infiniment plus élevé. »

« De tous les corps ensemble on ne saurait tirer la moindre pensée : cela est impossible, et d'un autre ordre. Tous les corps et tous les esprits ensemble ne sauraient produire un mouvement de vraie charité : cela est impossible et d'un autre ordre tout surnaturel. »

De même que les divers ordres d'infini mathématique et d'infini moral, les divers ordres d'infini physique, soit de force, soit de distance, soit de grosseur, se trouvent nuls les uns devant les autres. La puissance de l'homme et de son industrie ne peut rien contre le flux et le reflux de l'Océan, contre les tempêtes qui l'agitent, contre les explo-

sions volcaniques, contre les tremblements de terre, ni le flux et reflux de l'Océan, ni ses tempêtes, ni les explosions des volcans, ni les tremblements de terre, contre le mouvement qui emporte notre globe autour du soleil, ni contre celui qui le fait tourner sur son axe. Que peuvent les forces qui animent les planètes contre celles qui animent le système solaire et le font mouvoir autour d'un centre de gravité commun à d'autres systèmes solaires? Qu'est le rayon de l'orbite de la terre par rapport à la distance qui nous sépare de la plus proche des étoiles fixes? Qu'est le grain de sable par rapport à la masse du globe? Ces infinis subordonnés ne sont rien à côté des infinis qui les dominent.

On a reproché à Bossuet d'avoir mis tous les peuples anciens en mouvement autour du peuple juif. Mais ce peuple, qui portait principalement les destinées du genre humain, n'avait-il pas dans son institution une force d'un infini supérieur aux infinis des forces qui existaient dans les institutions des autres peuples? De même, le peuple chrétien possède une force plus infinie que les forces des peuples infidèles; la raison humaine rattachée intérieurement à Dieu, au Moyen-Age, par le christianisme, jouit d'une force plus infinie que celle de tous les préjugés et de toutes les fausses philosophies, depuis six siècles, acharnés contre elle, sans qu'ils aient pu, je ne dirai pas la ruiner, comme

à la publication de l'Évangile, mais seulement l'empêcher de se déployer dans sa puissance, de tout renouveler, de se constituer reine du monde, avec le sacerdoce chrétien, pour le gouverner avec lui jusqu'à la consommation des temps.

Mais tous ces infinis de la société et de l'univers le cèdent aux infinis de la pensée; les uns et les autres rentrent dans le néant en face de l'infini absolu de Dieu. Toutes les créatures ensemble s'écrient comme le Psalmiste : *Substantia mea tanquam nihilum ante te* (1). Comprend-on que M. Lamennais déclare la création impossible, parce que la somme d'être serait plus grande après qu'avant, comme si l'être créé pouvait entrer en ligne de compte avec l'être créateur! Je l'ai dit ailleurs : qu'à chaque instant de son éternité, Dieu jetât à l'existence des myriades d'univers, il ne diminuerait point l'intervalle qui le sépare du moindre atome.

(1) P. 5. 38.

FIN DE LA THÉORIE DE L'INFINI.

SUPPLÉMENT A LA MÉTAPHYSIQUE

DU

CALCUL DIFFÉRENTIEL

PAR M. LAMARLE.

SUPPLÉMENT A LA MÉTAPHYSIQUE

DU

CALCUL DIFFÉRENTIEL (1).

§ I.

Interprétation de l'équation différentielle $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ considérée comme exprimant l'ensemble des propriétés générales du rapport fini $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Étant donnée la relation,

$$(1) \qquad y = f(x) + \text{cons}^{t}.,$$

on sait qu'elle peut être remplacée par la relation *équivalente* :

$$(2) \qquad \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \frac{\Delta x}{1.2} f''(x) + \text{etc.}$$

Chacune de ces deux relations implique l'autre; toutefois, elles ne doivent point être confondues.

(1) Ce supplément se rapporte au chapitre *des Mathématiques.*

Dans la première, on considère la fonction et la loi de dépendance qui régit chacune de ses valeurs particulières. Cette loi est explicite. Dans la seconde, c'est le rapport des accroissements de la fonction à ceux de la variable qui se trouve exprimé. La loi générale qui régit ce rapport est contenue implicitement dans l'équation (1); l'équation (2) la met en évidence.

Reprenons le développement :

$$f'(x)+\frac{\Delta x}{1.2}f''(x)+\text{etc.},$$

et remarquons qu'il est complétement déterminé par cela seul qu'on en connaît le premier terme. Or, pour dégager ce premier terme, il suffit d'annuler l'accroissement Δx. En conséquence, si l'on représente par le symbole $\frac{dy}{dx}$ ce que devient le premier membre de la relation (2) lorsque les accroissements particuliers s'annulent, cette relation peut être suppléée par l'équation différentielle :

$$\frac{dy}{dx}=f'(x), \tag{3}$$

et, sous cette forme, elle conserve toute sa généralité.

Soit b, une valeur particulière de Δx. Le rapport $\frac{\Delta y}{b}$ possède une propriété générale. Veut-on

obtenir *explicitement* l'expression de cette propriété, il faut faire usage de la relation (2) et substituer b à Δx.

Observons que la loi du rapport $\frac{\Delta y}{b}$ comprend *implicitement* celle du rapport $\frac{\Delta y}{mb}$, m étant un nombre entier quelconque. La substitution de b à Δx doit donc être considérée comme faisant exprimer à la relation (2) l'ensemble des propriétés générales qui appartiennent au rapport $\frac{\Delta y}{mb}$. Plus la quantité b est supposée petite, plus cet ensemble prend d'extension. Néanmoins il ne peut jamais embrasser toutes les propriétés du rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Celles qui correspondent à des valeurs de Δx moindres que b, ou qui n'en sont pas des multiples, lui échappent constamment. Ce n'est donc qu'en faisant abstraction de toute valeur particulière, c'est-à-dire en annulant Δx, que l'on peut parvenir, *comme nous l'avons vu d'abord*, à une expression complète de la loi générale. Toute propriété du rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, correspondante à une valeur particulière de l'accroissement Δx, peut être rendue *explicite* par une substitution convenable, effectuée dans la relation (2). Quelle que

soit cette propriété, elle se trouve *implicitement comprise et exprimée* dans l'équation différentielle.

La relation (2) se prête *explicitement* à chacune des particularisations que comporte la loi qui la régit; mais dès qu'elle est particularisée, elle devient dépendante de l'accroissement que l'on considère, et elle n'offre plus qu'une trace incertaine de l'*universel* qui constitue son essence primitive. Cependant il est une circonstance capitale qui caractérise la loi du rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ et qui la détermine en présentant l'*universel*, qu'elle renferme et qui la distingue essentiellement, dégagé de toute particularisation. L'équation différentielle exprime cette circonstance.

Tel est, nous paraît-il, le point de vue auquel M. Bordas s'est placé pour établir la métaphysique du calcul différentiel. Quant aux règles de ce calcul et aux différentes applications qu'il comporte, elles n'exigent point, en général, que l'on voie dans le symbole $\frac{dy}{dx}$ autre chose que ce que devient l'expression du rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, lorsque les accroissements s'annulent. Cependant il peut être utile de préciser la nature du lien qui rattache l'équation

différentielle à son intégrale. Nous essaierons d'exposer deux des aperçus sous lesquels la question se présente.

§ II.

Notion sur la fonction dérivée considérée comme exprimant, par rapport à la fonction primitive, l'état de l'élément générateur.

Lorsqu'on prend à son origine l'accroissement d'une fonction continue, on remarque que cet accroissement tend à se produire proportionnellement à deux facteurs ; l'un est la fonction dérivée, l'autre l'accroissement de la variable. Ce qui empêche que cette loi si simple régisse les accroissements finis, ce sont les variations successives de la fonction dérivée. Concevons que l'on substitue à la fonction dérivée le nombre qui exprime sa valeur initiale, et que l'on considère ce nombre comme la dérivée constante d'une fonction particulière. En ce cas, quel que soit l'accroissement de la nouvelle fonction, il aura pour mesure le produit de la fonction dérivée par l'accroissement donné à la variable. De là résulte une loi de génération qu'il est facile de se représenter ; en vertu de sa permanence, cette loi sub-

siste à l'origine de tout accroissement, et elle s'applique par conséquent à la fonction primitive.

Restons dans l'hypothèse d'une dérivée constante et considérons les deux éléments qui concourent à la génération : l'un est l'accroissement de la variable; c'est de lui que dépendent respectivement chacun des accroissements particuliers de la fonction. L'autre, au contraire, ne particularise aucun accroissement, et il les régit tous; c'est l'élément générateur proprement dit.

A l'origine, la loi de l'accroissement est, pour la fonction à dérivée constante, la même que pour la fonction primitive; les deux fonctions subissent donc les mêmes conditions initiales, et il suffit que l'élément générateur soit déterminé dans l'une d'elles pour que la même détermination s'applique immédiatement à l'autre.

La conception de l'élément générateur s'étendant à une fonction quelconque, on observera que la fonction dérivée fournit, pour chaque valeur de la variable, l'expression de l'état particulier dans lequel cet élément concourt à la génération. Cette expression peut seule entrer dans le calcul, et c'est elle qu'il importe de connaître. Quant à la nature de l'élément générateur, il est impossible de la préciser en général, et, pour qu'elle se manifeste, il faut certaines circonstances particulières.

Supposons que l'on connaisse *a priori* l'élément

générateur et qu'il s'agisse d'obtenir la fonction dérivée, le caractère général auquel on reconnaîtra cette fonction est le suivant :

Quels que soient les changements successifs qui s'opèrent dans l'élément générateur, on peut toujours considérer cet élément dans l'un quelconque des états par lesquels il passe, et, *l'accroissement de la variable restant arbitraire*, concevoir que cet état persiste sans altération. Dans cette hypothèse, la grandeur engendrée a pour mesure le produit de l'accroissement de la variable par une certaine quantité dépendante, non de l'accroissement, mais de la variable. Cette quantité exprime l'état initial de l'élément générateur, et elle constitue la fonction cherchée.

Soit, par exemple, une fonction quelconque,

$$z = f(x) + \text{cons}^t.$$

Imaginons qu'elle représente une aire plane comprise entre l'axe des x, une courbe déterminée par la nature de la fonction et deux ordonnées de cette courbe.

L'une des ordonnées étant supposée fixe, l'autre sera l'élément générateur de la fonction. Soit y cette ordonnée, on aura généralement :

$$y = f'(x).$$

Ainsi tandis que l'équation finie

$$z = f(x) + \text{cons}^t.$$

donne, pour chaque valeur de la variable, l'état correspondant de la surface z, l'équation différentielle,

$$\frac{dz}{dx} = f'(x)$$

fournit en même temps la valeur correspondante de l'ordonnée génératrice y.

Dans une courbe, la touchante est l'élément générateur de l'ordonnée (1).

Dans le cercle, la surface est fonction du rayon; l'élément générateur est la circonférence,

$$\frac{d\pi r^2}{dr} = 2\pi r.$$

De même le volume de la sphère a pour élément générateur sa surface,

$$\frac{d\,\frac{4}{3}\,\pi r^3}{dr} = 4\pi r^2.$$

La quantité de mouvement, considérée comme fonction du temps, a pour élément générateur la force tangentielle. Si l'une est donnée à chaque instant par la condition

$$mv = \varphi(t)$$

l'autre a constamment pour expression corrélative

$$m\,\frac{dv}{dz} = \varphi'(t).$$

(1) L'élément générateur régit ou règle la génération.

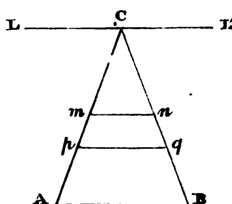
En général, lorsqu'il s'agit d'évaluer des aires ou des volumes, il est facile de concevoir un mode de génération qui mette en évidence l'élément générateur. Toutefois, ce n'est là qu'une circonstance exceptionnelle, et dans la plupart des cas, on chercherait en vain à fixer d'une manière directe et précise la nature de cet élément. Il convient alors de ne voir en lui qu'une grandeur abstraite. Son état, exprimé par une fonction, peut seul être introduit dans le calcul. C'est cette fonction qu'il importe de déterminer, et tel est l'objet du calcul différentiel.

Lorsque la fonction est donnée, la différenciation fournit immédiatement l'expression de l'élément générateur. Dans l'ordre inverse, c'est-à-dire dans le calcul intégral, l'élément générateur devient la base sur laquelle on reconstruit la fonction.

Les procédés du calcul différentiel n'exigent pas que la fonction soit connue pour que l'on puisse obtenir la fonction dérivée. Il suffit d'opérer sur le rapport de l'accroissement de la fonction à celui de la variable, et de chercher ce que devient ce rapport lorsqu'on y annule l'accroissement. Les termes qui s'évanouissent doivent être supprimés, non parce qu'ils sont négligeables relativement aux autres, ce qu'on suppose habituellement dans la méthode des infiniment petits,

mais, en réalité, parce qu'il faut rigoureusement en faire abstraction pour parvenir à dégager la fonction dérivée, c'est-à-dire l'expression numérique de l'élément générateur.

Proposons-nous comme application la recherche du centre de gravité d'un triangle quelconque ABC, dont la hauteur est h et la base b.



Soit mn et pq deux parallèles à la base, z la distance de la droite mn au sommet C, Δz l'écartement des deux parallèles.

Si nous représentons par M le moment du triangle mCn, pris par rapport à la droite LL' menée par le sommet parallèlement à la base, nous aurons évidemment :

$$\frac{\Delta M}{\Delta z} = mn \left\{ z + \frac{\Delta z}{2} \right\} + (pq - mn)(z + \mu \Delta z$$

μ étant une fraction.

Posons maintenant $\Delta z = o$, et observons que de là résulte $mn = pq$, il viendra

$$\frac{dM}{dz} = z.\ mn = \frac{bz^2}{h}$$

et intégrant

$$M = \frac{bz^3}{3h}.$$

S'agit-il du triangle ABC, on a $z = h$, et désignant par z' la distance du centre de gravité à la droite LL'

$$M = \frac{bh}{2} z'$$

il vient donc en substituant

$$z' = \frac{2}{3} h.$$

Dans cet exemple, l'élément générateur est exprimé analytiquement par la fonction $\frac{b}{h} z^2$. Cet élément sera, si l'on veut, un rectangle ayant pour base mn et pour hauteur z. Concevons que le plan de ce rectangle soit normal à celui du triangle ABC. Dans son déplacement, il engendrera une pyramide quadrangulaire ayant h pour hauteur, et pour base le rectangle bh. Il est d'ailleurs évident que la solidité de cette pyramide représente numériquement le moment du triangle. On a donc *directement*

$$\frac{bh}{2} z' = \frac{bh^2}{3}$$

et par suite

$$z' = \frac{2}{3} h.$$

La solution, fournie par le calcul différentiel, s'étend d'elle-même à la recherche du centre de gravité des solides. Il n'en est pas ainsi du procédé *direct* applicable au triangle. Ce procédé veut une représentation précise de l'élément générateur. Elle est possible dans un cas; elle ne l'est plus dans l'autre.

Considéré d'une manière abstraite, l'élément générateur est en général représenté par une fonction. Cette fonction dérive de la fonction donnée, et elle a, comme celle-ci, un élément générateur qui lui est propre. Les dérivées successives expriment donc, par rapport à la fonction primitive, une série d'éléments générateurs appartenant à des ordres différents. A la première dérivée correspond l'élément générateur du premier ordre; à la deuxième, l'élément générateur du second ordre, et ainsi de suite pour les autres.

Deux fonctions d'une même variable peuvent prendre une même valeur pour une valeur particulière de la variable. Si les fonctions ne sont pas identiques, les valeurs immédiatement successives sont nécessairement différentes; toutefois elles diffèrent d'autant moins que les éléments générateurs du premier ordre sont plus près d'être égaux.

S'ils sont égaux, la différence dépend des éléments générateurs du second ordre et elle décroît sans cesse à mesure que les valeurs correspondantes de ces éléments se rapprochent davantage l'une de l'autre. Ces valeurs viennent-elles à coïncider, l'influence prédominante est acquise aux éléments générateurs du troisième ordre, puis ensuite à ceux des ordres inférieurs, la loi de priorité restant toujours la même.

Lorsque les fonctions représentent des courbes qui se touchent, le degré du contact est indiqué par le nombre des éléments générateurs qui coïncident successivement à partir du premier. Dans la méthode des infiniment petits, une courbe est un polygone dont les côtés deviennent, à la limite, ce qu'on est convenu de nommer les éléments de la courbe. Une courbe en touche une autre lorsqu'elle a avec elle un élément de commun. En a-t-elle plusieurs, leur nombre détermine le degré du contact. Néanmoins, quel que soit ce degré, les éléments supposés communs se réduisent toujours à un seul et même point. De là résulte une contradiction apparente, et à cet égard ce ne serait peut-être pas sans raison plausible qu'on reprocherait à ces énoncés le défaut de cacher le sens vrai qu'ils renferment sous une expression qui peut donner prise à des interprétations erronées.

§ III.

Essai sur les principes fondamentaux de l'analyse infinitésimale.

Quel que soit l'état particulier dans lequel on considère une quantité continûment croissante ou décroissante, cet état est l'origine des états qui lui succèdent, et il y a continuité dans la succession.

Si rapprochés que l'on prenne deux états supposés *distincts*, l'intervalle qui les sépare comprend un nombre illimité d'états intermédiaires. Peut-on maintenir une différence quelconque assignable entre tous ces états successifs? évidemment non, car ce serait limiter leur nombre et établir la discontinuité. Ainsi, *parce qu'il y a continuité*, les états intermédiaires sont en nombre infini, et, pris dans l'ordre où ils se succèdent, ils ne peuvent être distingués quantitativement.

Il résulte de là que chacun des degrés de grandeur par lesquels passe une quantité continûment variable, peut être considéré, soit comme l'expression *individuelle* d'un état quelconque *isolé* et *distinct*, soit comme l'expression *universelle* de la suite infinie des états successifs *qui se*

groupent autour d'un centre commun et s'y confondent en vertu de la continuité.

Dans le premier cas, on reste au point de vue de l'analyse ordinaire. Dans le second, on s'élève à la conception du principe sur lequel repose le calcul infinitésimal.

Soit la relation finie,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \frac{\Delta x}{1.2} f''(x) + \text{etc.},$$

le développement $f'(x) + \frac{\Delta x}{1.2}(f''x) + \text{etc.}$, est par hypothèse essentiellement continu. Or, pour $\Delta x = o$, il se réduit à $f'(x)$; donc, si l'on représente par le rapport symbolique $\frac{dy}{dx}$, l'expression universelle de la suite infinie des valeurs qui se concentrent toutes dans la valeur unique et distincte fournie par la fonction dérivée, on a l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = f'(x).$$

Le symbole dy est relatif à l'accroissement Δy ; il exprime que l'on considère, non pas un état isolé, mais l'ensemble d'une suite d'états immédiatement successifs. Il en est de même de dx par rapport à l'accroissement Δx. Les deux symboles

peuvent être remplacés à la fois par les différences annulées qui leur correspondent, et réciproquement. Nulle valeur numérique ne leur est d'ailleurs assignable.

Présentons ces idées sous une autre forme.

La notation Δ indique que l'on considère la fonction dans deux états quelconques, et que l'on a particulièrement en vue le changement quantitatif qu'elle subit en passant du premier état au second. Le symbole général Δy est donc l'indice d'une capacité d'accroissement inhérente à la fonction y, et en même temps il est la mesure des effets finis qui résultent du développement continu de cette capacité. Lorsqu'on annule les différences Δy, Δx, elles s'évanouissent comme quantités, *mais elles subsistent nécessairement comme indices des capacités qu'elles expriment.* Telle est la signification des symboles différentiels dy et dx substitués aux différences annulées ($\Delta y = o$, $\Delta x = o$). Dans le rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, le sens symbolique se trouve dominé et presque entièrement effacé par l'expression quantitative des différences finies. En annulant ces différences, on isole le rapport numérique des capacités d'accroissement et on le fait apparaître dégagé de tout voile.

La propriété exprimée par l'équation différentielle subsiste en vertu de la continuité. Considé-

rée dans ce qu'elle a de général par rapport à tous les états de la fonction dérivée, supposée quelconque, elle ne dépend d'aucune détermination particulière. Lorsqu'on se donne la fonction dérivée et qu'on assigne une valeur à la variable, la propriété exprimée ne change point de nature, mais elle se particularise. Peu importe alors que dans la fonction dérivée les valeurs qui correspondent à des états distincts soient ou non différentes. Tout se trouve complétement déterminé par la valeur particulière attribuée à cette fonction, et quelle que soit cette valeur, il suffit de la supposer constante pour mettre en évidence la propriété dont il s'agit. Or, dans cette hypothèse, il vient

$$\frac{dy}{dx} = f'(a) = \text{cons}^{t}.$$

et l'on en déduit immédiatement

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{cons}^{t}. = f'(a).$$

Donc, quelle que soit la propriété générale qu'exprime l'équation finie $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{cons}^{t}.$ et que particularise la valeur attribuée à la fonction dérivée, il est manifeste que, pour chaque état particulier de la fonction que l'on considère, elle détermine la circonstance initiale qui préside

aux changements d'état immédiatement successifs.

Ainsi l'on peut énoncer d'une manière absolue que dans toute fonction l'accroissement, pris à son origine, se produit proportionnellement à la fonction dérivée. Contentons-nous d'indiquer ici cette conséquence générale. Plus loin nous ferons ressortir l'importance de l'équation différentielle considérée comme exprimant *d'une manière explicite* la loi qui régit la suite infinie des états non distincts.

En posant

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \frac{\Delta x}{1.2} f''(x) + \text{etc.},$$

nous avons admis implicitement que l'expression $\frac{dy}{dx}$ avait généralement pour valeur une fonction de la variable. Il est aisé de voir qu'il doit en être ainsi. En effet, nulle loi ne peut régir la suite infinie des états successifs par l'intermédiaire desquels la continuité s'établit, sans qu'on en retrouve des traces dans le rapport fini $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ où elle tend sans cesse à se transporter. Or, si petit que soit Δx, ce rapport n'est jamais indéterminé, et, sauf le cas des fonctions linéaires, il dépend toujours

de la variable; le même caractère appartient donc nécessairement à l'expression $\frac{dy}{dx}$ (1).

La remarque précédente s'applique aux expressions fractionnaires, lorsqu'elles se présentent sous la forme $\frac{o}{o}$, chacun de leurs deux termes s'annulant à la fois pour une même valeur ($x = a$) donnée à la variable. En ce cas le symbole $\frac{o}{o}$ n'implique pas l'indétermination, et l'on peut aisément s'en convaincre.

Pour que la continuité cesse, il faut une limite

(1) Le symbole $\frac{dy}{dx}$ exprime le rapport des capacités d'accroissement inhérentes aux variables y et x. Il est évident que ce rapport est déterminé par cela seul qu'il existe entre les variables une loi de dépendance. On peut, sans rien changer à cette loi, faire dépendre x et y d'une autre variable choisie arbitrairement. En ce cas, et sans qu'il soit besoin de dire quelle est cette variable, ni comment les autres en sont rendues dépendantes, chacun des symboles dy et dx doit être considéré comme prenant une valeur numérique dans le rapport $\frac{dy}{dx}$, et chacune de ces valeurs exprime la capacité *relative* de la fonction correspondante, la *capacité d'accroissement de la variable arbitraire étant prise pour unité*. Alors les symboles dy et dx deviennent de véritables fonctions, et, si l'on suppose constante la capacité d'accroissement de la variable arbitraire, ce qui est toujours permis, puisque par hypothèse la variable dont il s'agit est *indépendante*, ces fonctions ont pour expression de leurs capacités d'accroissement les symboles d^2y, d^2x. Tel est le sens que présentent les différentielles successives, quel que soit l'ordre auquel elles appartiennent.

déterminée à partir de laquelle elle soit interrompue. Cette limite existe-t-elle, il est évident qu'elle peut toujours être atteinte *avant* que la discontinuité se soit révélée.

Par hypothèse, il s'agit d'une fonction continue, et dans l'intervalle que l'on considère, nulle limite n'est assignable à la continuité, à moins qu'il n'y en ait une répondant à la valeur particulière $x=a$. Or, la continuité subsiste alors même qu'on atteint la limite où elle va cesser. On ne peut donc admettre que pour $x=a$ l'expression fractionnaire reste sans valeur ou sans détermination. En effet, supposer qu'il en fût ainsi, ce serait franchir la limite où la continuité s'arrête, et rendre impossible toutes valeurs successives de la fonction, *celles-ci ne pouvant exister* sans qu'un lien non interrompu les rattache à une valeur déterminée par laquelle elles commencent ou finissent.

Soit $\varphi(x)=\frac{f(x)}{F(x)}$, l'expression dont il s'agit : pour $x=a$ on a séparément

$$f(a)=o \qquad F(a)=o;$$

et, quoique l'expression $\varphi(a)$ se présente sous la forme $\frac{o}{o}$, nous venons de démontrer qu'elle a nécessairement une valeur déterminée. Proposons-

nous de dégager cette valeur du symbole qui l'enveloppe et qui la dissimule.

C'est la continuité des fonctions $f(x)$ et $F(x)$ qui *implique* relativement à $\varphi(a)$ l'existence d'une valeur déterminée. En conséquence, si l'on veut obtenir cette valeur, il faut, *et cela doit nécessairement suffire*, exprimer qu'il y a continuité, c'est-à-dire substituer à chacune des valeurs isolées et distinctes $f(a)$, $F(a)$, l'expression universelle de la suite infinie des valeurs qu'elles représentent. Or, ces expressions sont respectivement $f'(a)\,da$, $F'(a)\,da$; il vient donc

$$\varphi(a)=\frac{f'(a)}{F'(a)}.$$

En général, il est indifférent d'attribuer aux quantités que l'on considère leurs valeurs distinctes ou de remplacer ces valeurs par l'expression symbolique de toutes celles qui s'y confondent à raison de la continuité. Ainsi que l'on écrive

$$\frac{f(x)}{F(x)},$$

ou bien :

$$\frac{f(x)+d.\,f(x)}{F(x)+d.\,F(x)},$$

le rapport exprimé reste numériquement le même. Il est d'ailleurs évident que si la valeur assignée à la variable n'annule pas à la fois les deux

fonctions, la présence des différentielles ne peut influer sur les résultats, et dès lors il importe peu d'exprimer ou non qu'il y a continuité. Lorsqu'au contraire les deux fonctions s'annulent, il est indispensable d'avoir égard à ce qu'elles sont continues. En effet, leur rapport n'a de valeur déterminée qu'en vertu de cette circonstance essentielle. Si l'on n'en tient pas compte, il n'y a plus qu'indétermination.

Proposons-nous encore la question des maxima et minima.

Lorsque dans un intervalle quelconque, correspondant à deux valeurs distinctes de la variable, la fonction supposée continue, croît et décroît successivement, elle est susceptible d'une valeur dite *maxima*. Le contraire a lieu, c'est-à-dire que la fonction passe par une valeur dite *minima*, lorsqu'elle cesse de décroître pour devenir croissante.

Ceci posé, si l'on observe que la différentielle exprime la suite des valeurs non distinctes par la succession desquelles la continuité s'établit, il est clair qu'on peut admettre comme démontrés les deux principes suivants :

1° La fonction croît ou décroît suivant le signe qu'affecte la différentielle.

2° Pour que la valeur y soit maxima ou minima,

il faut que dy reste indépendant du double signe qui doit être attribué à dx.

En général,

$$dy = f'(x)\, dx.$$

Le signe de dy dépend donc de celui de dx, tant que la dérivée n'est pas nulle. Or, en cas de maxima ou de minima, il doit en être indépendant. Donc on a nécessairement pour première condition

$$f'(x) = o.$$

Remarquons ici qu'à chacun des états indiqués par le symbole dy, correspond un état de la fonction. Quand la dérivée s'annule, y représente l'ensemble de toutes les valeurs non distinctes qui, dans la fonction, correspondent à la différentielle. Veut-on exprimer que ce n'est plus la valeur unique autour de laquelle se groupent toutes ces valeurs, mais leur ensemble ou l'une quelconque d'entre elles que l'on considère, il faut substituer à la valeur isolée $f'(x)=o$ l'expression universelle $f'(x)\, dx$ et écrire en conséquence :

$$d(y) = f''(x)\, dx^2.$$

Cette équation comprend implicitement la relation

$$\frac{dy}{dx} = o.$$

Elle donne en outre le signe de dy et résout la question. En effet, le facteur dx se trouvant élevé à une puissance paire, son signe cesse d'influer sur celui de dy, et la valeur distincte y est maxima ou minima, suivant que la dérivée du second ordre $f''(x)$ est négative ou positive.

Si la valeur qui annule $f'(x)$, annulait en même temps $f''(x)$, on devrait remplacer la valeur isolée $f''(x)=o$ par l'expression symbolique $f'''(x)\, dx$; il viendrait alors

$$d(y)=f'''(x)\, dx^3,$$

et pour que la fonction eût une valeur maxima ou minima, il faudrait que la valeur attribuée à x satisfît à la condition

$$f'''(x)=o.$$

En ce cas, le signe de dy serait celui de la dérivée du quatrième ordre et ainsi de suite, le mode de démonstration restant toujours le même.

Nous avons vu comment il est toujours possible de mettre en évidence la loi exprimée par l'équation différentielle. Appliquons ces considérations à quelques cas particuliers.

Soit d'abord une courbe plane

$$y=f(x).$$

L'équation finie

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\text{cons}^t.$$

représente une ligne dans laquelle la continuité détermine une direction constante; c'est une droite. Pour un point quelconque x', y' de la courbe donnée, la même circonstance subsiste initialement. La continuité s'établit donc à l'origine, suivant la direction fournie par la condition

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy'}{dx'} = f'(x').$$

La droite menée suivant cette direction et passant par le point x', y', prend le nom de tangente.

Dans une courbe, l'élément caractéristique est la courbure. La courbure résulte de ce que la direction de la tangente varie continuement. Ce qui la détermine, c'est le rapport existant entre le mouvement angulaire de la tangente et le mouvement relatif du point générateur. Pour se former une idée précise de ce mode de génération, il faut concevoir que le point générateur se trouvant à la fois sur la tangente et sur la courbe, se meut sur la tangente, tandis que la tangente s'infléchit par un mouvement de rotation dont ce point reste toujours le centre.

Supposons constante la loi du double mouvement qui constitue la courbure, et désignons par ω l'angle variable que la tangente fait avec l'axe des abcisses; soit d'ailleurs Δs l'accroissement arcuel

correspondant à l'accroissement angulaire $\Delta\omega$, on aura

$$\frac{\Delta s}{\Delta\omega} = \text{cons}^{t}.,$$

et comme dans cette hypothèse la courbure est évidemment uniforme, il est clair que si l'on désigne par ρ le rayon du cercle déterminé par la condition précédente, il viendra

$$\rho = \frac{\Delta s}{\Delta\omega}.$$

D'un autre côté l'on déduit de l'équation donnée

$$\frac{ds}{d\omega} = \varphi(x)\ (1),$$

et quelle que soit la circonstance initiale ainsi exprimée, nous savons qu'elle reste la même lors-

(1) Posons

$$\frac{dy}{dx} = p, \text{et} \frac{dp}{dx} = q;$$

l'on a :

$$\omega = \text{arctang. } p; \text{ d'où } d\omega = \frac{dp}{1+p^2}.$$

Or,

$$ds = dx\sqrt{1+p^2};$$

donc il vient en substituant

$$\varphi(x) = \frac{ds}{d\omega} = \frac{(1+p^2)^{\frac{3}{2}}}{q}.$$

que attribuant à $\varphi(x)$ la valeur qui s'applique au point que l'on considère, on regarde cette valeur comme constante. Or, en ce cas

$$\frac{ds}{d\omega} = \text{cons}^{t}. = \frac{\Delta s}{\Delta \omega},$$

c'est-à-dire que la courbure devient uniforme et qu'elle a pour rayon

$$\rho = \varphi(x) = \frac{ds}{d\omega};$$

donc telle est aussi la courbure que la courbe donnée affecte au point dont il s'agit. Le cercle qui vient toucher la courbe en ce point, et dont le rayon a la valeur indiquée ci-dessus, prend le nom de cercle osculateur. On dit aussi de ces deux lignes qu'elles ont entre elles un contact du second ordre. Ces divers énoncés n'ont qu'un seul et même sens. Ils expriment que pour le point que l'on considère, il y a dans les deux courbes même particularisation de la loi générale qui régit la courbure.

Lorsque dans un cercle le rayon tourne autour du centre, l'extrémité du rayon décrit ou engendre la circonférence. La courbure, en chacun des points de cette ligne, peut donc être regardée comme résultant d'une liaison existant entre le centre et le point que l'on considère. Mais, pour un point quelconque d'une courbe plane, il existe toujours un

cercle osculateur, et en ce point les courbures du cercle et de la courbe sont identiques. Si donc on imagine que le point de la courbe soit lié au centre du cercle osculateur, cette liaison déterminera sans la modifier la circonstance initiale qui constitue la courbure en ce point.

Il suit de là que, lorsqu'un point est assujetti par des liaisons quelconques à se mouvoir suivant une courbe plane, l'effet de ces liaisons, dans chacune des positions successivement occupées par le point, est nécessairement le même que celui qui résulterait de l'existence instantanée d'un lien supposé mobile autour du centre du cercle osculateur.

Dans la génération de la courbe dite à double courbure, le point générateur se meut sur la tangente, tandis que la tangente s'infléchit autour de ce point dans le plan osculateur, et que le plan osculateur tourne lui-même autour de la tangente. Du mouvement de la tangente autour du point générateur résulte une première courbure indépendante de la rotation du plan osculateur. De la rotation de ce plan autour de la tangente naît une deuxième courbure. Cette deuxième courbure peut, comme la première, demeurer uniforme, ou bien varier d'une position à l'autre. Dans tous les cas, si l'on représente par $\Delta\omega'$ l'angle des plans osculateurs correspondants respectivement aux deux tangentes dont l'angle est $\Delta\omega$, il est évident

que la première courbure étant mesurée par le rapport $\frac{d\omega}{ds}$, la deuxième pourra l'être par le rapport $\frac{d\omega'}{ds}$. On voit également que si l'on désigne le rayon de première courbure par $\rho = \frac{ds}{d\omega}$, on aura de même pour le rayon de deuxième courbure $\rho' = \frac{ds}{d\omega'}$.

Lorsque les deux courbures sont uniformes, la courbe est telle que deux arcs quelconques, égaux en longueur, sont toujours superposables. Cette condition suffit pour fixer la nature de la ligne dont il s'agit. En effet, ce ne peut être qu'une hélice, offrant, comme cas particuliers et extrêmes, le cercle et la droite.

Soit R le rayon du cylindre sur lequel est tracée l'hélice et μ la tangente de l'angle que la touchante à la courbe fait avec le plan de la section droite. Proposons-nous de déterminer les deux éléments μ et R, de telle façon que les rayons de première et de deuxième courbure soient respectivement ρ et ρ'.

Pour cela il suffit de poser

$$\mu = \frac{\rho}{\rho'}$$

$$R = \frac{\rho}{1 + \left(\frac{\rho}{\rho'}\right)^2}$$

Or, dans tous les cas, ces équations fournissent une valeur convenable pour chacune des quantités μ et R. Donc,

Quelles que soient les deux circonstances initiales qui constituent la double courbure en un point donné d'une courbe quelconque, il existe toujours une hélice qui réalise en chacun de ces points ces deux circonstances. On voit d'ailleurs qu'en disposant convenablement cette hélice on peut identifier sa double courbure constante avec celle de la courbe donnée au point que l'on considère. Alors l'hélice devient osculatrice.

Dans la génération de l'hélice, le point générateur tourne autour d'un axe fixe, en même temps qu'il glisse parallèlement à cet axe, suivant une double loi déterminée et constante. Nous pouvons donc établir, comme conséquence de ce qui précède, le principe suivant :

Toutes fois qu'un point se trouve assujetti, par des liaisons quelconques, à se mouvoir suivant une courbe à double courbure, l'effet de ces liaisons, dans chaque position successivement occupée par le point, est nécessairement le même que celui qui résulterait de l'existence instantanée d'un axe fixe

autour et suivant la direction duquel il y aurait à la fois rotation et glissement.

En résumé, tout point considéré comme tendant à sortir de la position qu'il occupe subit initialement la même condition que s'il était assujetti à se déplacer suivant une hélice convenablement déterminée.

Arrêtons-nous à ce résultat ; il suffit pour montrer comment, à l'aide du calcul différentiel, on peut dégager la loi de génération et fixer le sens qu'elle exprime, en soustrayant ses effets successifs à la cause qui tend sans cesse à la modifier.

Les déductions précédentes nous ont permis de reconnaître en quoi consistent, pour une ligne quelconque supposée continue, les circonstances essentielles qui la caractérisent en chacun des points de son cours. Pour compléter cet aperçu, il convient que, mettant à profit ces notions élémentaires, nous indiquions par quelques exemples les ressources que présentent les considérations de l'ordre infinitésimal, lorsqu'on veut analyser certains phénomènes et les étudier dans la cause même qui leur donne naissance. Nous choisirons ces exemples dans les faits les plus simples qui dérivent des lois du mouvement.

Soit d'abord un point matériel décrivant une courbe et soustrait tout à coup à l'action des forces qui le sollicitent. Devenu libre, le point se meut en

ligne droite, et c'est suivant la tangente qu'il s'est échappé. Si le mouvement est rectiligne, c'est en vertu de l'inertie. S'il a lieu suivant la tangente, c'est qu'au moment où les forces cessent d'agir, déjà la continuité s'est établie dans cette direction.

Supposons maintenant que le point matériel soit maintenu sur la courbe qu'il parcourt, et proposons-nous de déterminer à quelle réaction donne lieu le mouvement curviligne. Quelle que soit cette réaction, elle résulte, pour chaque position distincte occupée par le point, des circonstances qu'il subit en passant par la suite infinie des états non distincts correspondants à cette position; elle resterait donc la même si, conservant au point la vitesse qui l'anime, on substituait à la courbe qu'il décrit l'hélice osculatrice.

Il suit de là que pour déterminer la réaction qui provient du changement de direction en un point donné d'une courbe quelconque, il suffit de supposer que le mouvement s'effectue suivant l'hélice osculatrice, avec une vitesse uniforme égale à celle dont le mobile est animé à l'instant où on le considère.

Le mouvement héliçoïdal se compose de deux mouvements simultanés, l'un de rotation autour de l'axe, l'autre de translation parallèlement à l'axe. Si la vitesse est constante suivant l'hélice, il

en est de même de ses deux composantes. Le mouvement rectiligne n'engendre donc aucune réaction, et la réaction totale se réduit à celle qui provient du mouvement circulaire.

Désignons par R le rayon du cylindre sur lequel est tracée l'hélice osculatrice et par μ la tangente de son inclinaison sur le plan de la section droite, μ sera le rapport de la vitesse de translation à la vitesse V' du mouvement circulaire, et l'on aura pour mesure de la réaction totale

$$\frac{mV'^2}{R}.$$

Mais si V est la vitesse suivant l'hélice, on a

$$V = V'\sqrt{1+\mu^2}.$$

Il vient donc

$$\frac{mV'^2}{R} = \frac{mV^2}{R(1+\mu^2)}$$

Or, $R(1+\mu^2)$ est le rayon ρ du cercle osculateur, donc, dans tous les cas, la réaction due à l'inertie par suite du changement de direction s'exerce suivant la normale contenue dans le plan osculateur, et elle a pour mesure

$$\frac{mV^2}{\rho}.$$

Nous venons de voir comment la conception de

l'hélice osculatrice s'applique à la détermination de l'effet que produit la courbure dans le mouvement d'un point matériel. Il semble que, toutes les fois qu'il s'agit d'un mouvement curviligne, il y a lieu de recourir à la même considération. Cependant il est permis de s'en dispenser en certains cas et de suivre une marche plus simple en substituant la tangente à la courbe ; c'est ainsi, par exemple, que l'on procède constamment dans les applications du principe des vitesses virtuelles. Cette circonstance exige quelques détails, pour être bien comprise.

Lorsque la continuité s'établit, c'est toujours suivant une direction déterminée. Si cette direction persistait, la ligne engendrée serait droite. En général, la direction ne persiste pas, et de là résulte la courbure. La courbure ne détruit point la direction, elle ne fait que la modifier. C'est dans la suite infinie des états non distincts que la direction et la courbure prennent toutes deux naissance. Néanmoins, il n'y a pas simultanéité, mais succession. L'ensemble de ces états présente donc en réalité diverses périodes (1) dont on peut concevoir abs-

(1) Soit une fonction $y = f(x)$ et ses dérivées successives $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, etc.

Les états non distincts correspondants à la valeur particulière $(x = a)$, constituent une suite infinie de périodes, dont on peut considérer isolé-

traitement la séparation. L'établissement de la direction correspond à la première période, puis vient après la période de courbure.

Cette distinction admise, il est clair que s'il s'agit d'effets dépendant de la première période, l'on peut considérer exclusivement la direction et par conséquent remplacer la courbe par la tangente. Tels sont les cas d'application du principe des vi-

ment un nombre quelconque, et déterminer, pour ce nombre, la loi régulatrice.

S'agit-il de la première période? la loi qui la régit a pour expression finie :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{const}^t. = f'(a).$$

S'agit-il des deux premières périodes, la loi devient :

$$\frac{\Delta\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\Delta x} = \text{const}^t. = f''(a).$$

Pour les trois premières périodes, on aurait de même :

$$\frac{\Delta\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)}{\Delta x} = \text{const}^t. = f'''(a).$$

Enfin, s'il s'agissait de *l'ensemble des n premières périodes*, il viendrait :

$$\frac{\Delta\left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)}{\Delta x} = \text{const}^t. = f^n(a).$$

Il est d'ailleurs bien entendu que les constantes, introduites par l'intégration, donneraient pour équation résultante :

$$y = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{1.\ 2}f''(a) + \text{etc}\ldots + \frac{(x-a)^n}{1.\ 2.\ -\ n}f^n(a).$$

Cela posé, l'on voit aisément que ce qu'on nomme contact de l'ordre n

tesses virtuelles, l'objet qu'on se propose étant d'exprimer la condition qui doit être remplie pour qu'il y ait équilibre, c'est-à-dire pour qu'aucun déplacement ne puisse *commencer* sous l'action des forces sollicitantes.

Les principes que nous venons d'exposer nous paraissent devoir être considérés comme formant

entre deux courbes planes, c'est la coïncidence des états non distincts correspondants aux n premières périodes. On reconnaît en même temps que cette coïncidence ne peut avoir lieu, sans que les courbes dont il s'agit soient plus rapprochées entre elles, qu'elles ne pourraient l'être de toute autre courbe qui ne satisferait pas à la même condition.

Ces conséquences s'établissent avec une égale facilité, lorsqu'on reste au point de vue des capacités d'accroissement. En effet, il s'agit alors de remarquer,

1° Que si l'on prend pour unité la capacité d'accroissement de la variable indépendante x, $\frac{dy}{dx}$ est la capacité de la fonction y.

2° Que les dérivées successives, *considérées comme fonctions*, ont pour capacités respectives, la première $\frac{d^2y}{dx^2}$, la deuxième $\frac{d^3y}{dx^3}$, et ainsi de suite jusqu'à la dérivée $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, dont la capacité d'accroissement devient $\frac{d^ny}{dx^n}$.

Reprenons l'expression finie de la loi qui régit les états non distincts, et concevons qu'au lieu d'être restreinte aux n premières périodes, elle soit étendue à leur suite infinie. En ce cas cette expression doit *s'identifier* avec l'équation primitive $y = f(x)$; *on a donc nécessairement* :

$$y = f(x) = f(a) + \frac{(x-a)}{1} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{1.2.} f''(a) + \text{etc.},$$

c'est-à-dire, le développement de Taylor.

la base essentielle de l'analyse infinitésimale. Des développements plus étendus seraient peut-être nécessaires pour montrer avec quelle facilité la méthode précédente s'applique en général à toutes les questions du calcul différentiel, et comment elle peut suppléer l'emploi des infiniment petits. Ce sera, s'il y a lieu, l'objet d'un nouveau travail que nous publierons ultérieurement. Ici, le cadre qui nous est tracé nous force à nous restreindre; néanmoins nous choisirons un dernier exemple, non comme application de calcul, mais comme déduction rationnelle, fondée sur des considérations du même ordre que celles dont nous avons fait précédemment usage, et nous terminerons cette note par une démonstration synthétique du principe des vitesses virtuelles.

§ IV.

Principe des vitesses virtuelles.

Considérons un système de points liés entre eux comme on voudra. Si l'on imagine que l'un quelconque des déplacements compatibles avec les liaisons doive ou puisse se réaliser sous l'action

des forces qui sollicitent le système, ce déplacement ne pourra *commencer* pour chaque point qu'avec une certaine vitesse *déterminée en sens absolu et en grandeur relative*. Chacune de ces vitesses prend, par rapport au déplacement que l'on considère, le nom de *vitesse virtuelle ;* on l'estime suivant la droite qui en fixe le sens, et l'on nomme *moment virtuel* le produit d'une force par la projection, sur cette force, de la vitesse virtuelle de son point d'application.

Ainsi, à chacun des déplacements *supposés réalisables* sous l'action des forces données, correspond pour chaque point une *vitesse virtuelle*, et pour chaque force qui s'y trouve appliquée un *moment virtuel*. Ajoutons que ce moment est positif ou négatif, selon que la vitesse estimée par projection sur la direction de la force est de même sens qu'elle ou de sens contraire.

Lorsque dans un système il n'y a qu'un seul déplacement compatible avec les liaisons, le système est dit *à liaisons complètes*. En ce cas, chaque point doit être considéré comme assujetti à se mouvoir suivant une ligne déterminée, et la condition qu'il subit par le fait *actuel* de la liaison reste la même lorsque l'on substitue à cette ligne l'hélice osculatrice, ou plus simplement la tangente. Toutefois, et s'il s'agit de plusieurs points, il faut en outre qu'il existe entre toutes les hélices ou les

droites substituées aux lignes primitives, une certaine dépendance ayant pour résultat la conservation des vitesses virtuelles. Il est d'ailleurs indifférent que la double condition subie par chaque point résulte de la liaison donnée ou de telle autre *actuellement* équivalente; dès qu'elle subsiste, rien ne change dans l'effet *instantané* des forces que l'on considère.

Ces préliminaires établis, si l'on prend dans un système à liaisons complètes deux points quelconques supposés non fixes, et que pour réaliser l'effet de la liaison existant entre ces points, on les assujettisse à tourner solidairement autour d'un même axe en conservant leurs vitesses virtuelles, il est clair que deux forces, dont chacune agirait en l'un des points dont il s'agit, peuvent se faire équilibre, et l'on démontre aisément que l'équilibre a lieu lorsque les moments virtuels de ces forces sont égaux et de signe contraire.

De là résultent les deux principes suivants:

1° *Toute force agissant sur un système à liaisons complètes peut être déplacée et modifiée d'une infinité de manières. L'effet ne change pas lorsque le moment virtuel conserve son signe et sa valeur.*

2° *Dans tout système à liaisons complètes et sollicité par les forces* P, Q, R, *etc.*, *dont les moments*

virtuels, pris chacun avec le signe qui lui convient, sont respectivement Pp, Qq, Rr, *etc., les forces données peuvent être remplacées par une résultante unique, ayant même direction que la vitesse virtuelle du point où on la suppose appliquée; si l'on prend cette vitesse pour unité des vitesses virtuelles, la résultante est représentée en grandeur par la valeur absolue de l'expression* Pp + Qq + Rr, *etc. Elle agit d'ailleurs dans le sens du déplacement que les liaisons permettent ou en sens contraire, selon que la somme des moments virtuels correspondants est positive ou négative.*

S'agit-il maintenant d'un système quelconque, sollicité comme on voudra, nous observerons que deux cas seulement peuvent se présenter.

Les forces données se font ou ne se font pas équilibre. Dans le premier cas, *l'équilibre existant n'est pas troublé* lorsque, par l'addition de liaisons nouvelles, on ne laisse subsister que l'un quelconque des déplacements compatibles avec les liaisons primitives.

Dans le second cas, *il y a déplacement effectif.* Néanmoins *ce déplacement se produit de même* lorsque, par des liaisons qui n'y font point obstacle, on rend tout autre déplacement impossible.

Donc, *quel que soit l'effet actuel* et instantané des forces qui sollicitent un système quelconque,

on peut toujours, *sans changer cet effet*, transformer le système donné en un système à liaisons complètes.

Cette remarque permet d'établir, comme conséquence évidente des propositions qui précèdent, le théorème suivant, connu sous le nom de principe des vitesses virtuelles :

Dans tout système de corps liés entre eux d'une manière quelconque et sollicités par autant de forces qu'on voudra, il est à la fois nécessaire et suffisant pour l'équilibre que la somme des moments virtuels ne soit positive pour aucun des déplacements compatibles avec les liaisons.

En effet, supposons d'abord qu'il y ait équilibre. *En ce cas*, l'on ne peut admettre que la somme des moments virtuels soit positive pour l'un quelconque des déplacements que les liaisons permettent, car dans cette hypothèse, si l'on voulait que ce déplacement *commençât*, il suffirait de rendre tout autre déplacement impossible.

Supposons ensuite que la somme des moments virtuels ne soit positive pour aucun des déplacements compatibles avec les liaisons.

En ce cas, il est manifeste que nul déplacement ne peut *commencer* sous l'action des forces qui sollicitent le système. Donc l'équilibre existe nécessairement.

En général, tout déplacement possible dans un

sens, *et pris à son origine*, présente en sens inverse la *même* possibilité. Pour chacun de ces sens les moments virtuels ont même valeur absolue, mais ils changent de signe. *Alors donc, l'équilibre exige que leur somme soit nulle.*

FIN DU SUPPLÉMENT.

TABLE DES MATIÈRES

DU DEUXIÈME VOLUME

Partie II. — Physique. Mathématiques.

(Suite.)

Partie III. — Considérations générales philosophiques, physiques, mathématiques.

18

